



Vetores (Fotos do Quadro)

[Graduação - SIGA](#)

> [2025/1 BIAES003/JAN003A - Álgebra Linear e Geometria
Analítica - Galvão](#)

> Vetores (Fotos do Quadro)

Aula de 22/04/2025



22/04

Vetores

Vetores, considerando sua utilização na Física, são objetos matemáticos, ou seja, abstrações, que trazem consigo 3 informações: Módulo, Direção e Sentido. São geometricamente representados por setas, sendo o comprimento relacionado ao módulo, e direção e sentido da seta à direção e ao sentido do vetor.

Not
tes
cul
gr
ou
a
Da
pen
rup



Notação: podem ser deno-
tados com letras minús-
culas destacadas (re-
grito em textos digitados)
ou com uma setinha sobre
a letra. $\vec{v}$ ou v

Dados ponto inicial A e
ponto final B, podemos
representar por
 $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$

Dois

e mac

Como

pende

go, di

equin

Defin

fim h

veter



Dois vetores de mesma direção, sentido e magnitude são ditos equivalentes.

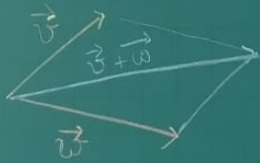
Como módulo, direção e sentido independem da posição do vetor no espaço, dizemos que dois vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$ equivalentes são iguais: $\vec{v} = \vec{w}$

Definição. Um vetor que tem início e fim no mesmo ponto é chamado vetor nulo e representado por $\vec{0}$



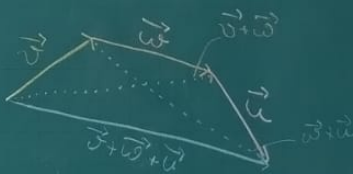
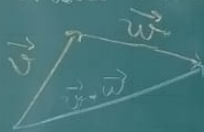
Regras para adição de vetores:

→ Paralelogramo: Se dois vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$ (bi ou tridimensionais) estão com a mesma origem, a soma $\vec{v} + \vec{w}$ será a diagonal do paralelogramo que tem lados $\vec{v}$ e $\vec{w}$.



22/04

→ Triângulo: Considerando dois vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$ sendo a origem de $\vec{w}$ no destino de $\vec{v}$, temos que a soma $\vec{v} + \vec{w}$ será o vetor que parte da origem de $\vec{v}$ até o destino de $\vec{w}$. Esse método é mais comum para soma de 3 ou mais vetores.

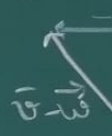


O negativo ou oposto de um vetor $\vec{v}$, denotado por $-\vec{v}$ é o vetor de mesma magnitude, mesma direção mas sentido contrário de modo que

$$\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$$



Podem
vetores



Mult

Seja
proch

$\rightarrow A$

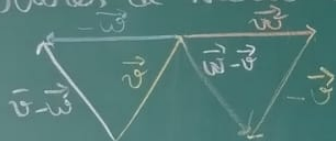
$\rightarrow B$

$\rightarrow C$

opost



Podemos trabalhar com diferença de vetores de modo semelhante à soma.



Multipliação por escalar.

Seja K um escalar e $\vec{v}$ um vetor. O produto $K\vec{v}$ é um vetor que terá:

- A mesma direção de $\vec{v}$
- Módulo igual à $|K|$ vezes o módulo de $\vec{v}$
- Sentido igual a $\vec{v}$ se $K > 0$, sentido oposto se $K < 0$ e vetor nulo se $K = 0$

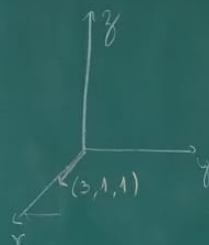
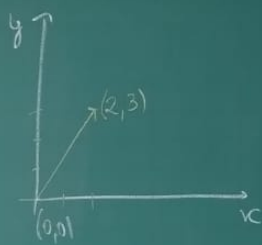


ença de
ema.

Com isso podemos dizer que $-\vec{v} = (-1) \cdot \vec{v}$

Sistemas de Coordenadas

or. 9
rá:



ulo do $\vec{v}$
tulo

As coordenadas cartesianas do vetor
são chamadas componentes.



22/04

Se $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ definem o vetor $\vec{P_1P_2}$, suas componentes serão $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.



$$\begin{aligned}\vec{OP_1} + \vec{P_1P_2} &= \vec{OP_2} \\ \vec{P_1P_2} &= \vec{OP_2} - \vec{OP_1}\end{aligned}$$

Em 3 d

temos

Deis
tes f

impli

Doat
e ke



Em 3 dimensões, $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$
temos $\vec{P_1 P_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

Igualdade de vetores

Dois vetores são iguais se suas componentes forem iguais.

$$(a, b, c, d) = (1, -4, 2, 7)$$

implica que $a=1$, $b=-4$, $c=2$, e $d=7$

Operações com componentes

Dados $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n) \in \mathbb{R}^n$ e $\vec{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n) \in \mathbb{R}^n$
e $k \in \mathbb{R}$ temos



$$\rightarrow \vec{v} + \vec{w} = (v_1 + w_1, v_2 + w_2, \dots, v_n + w_n)$$

$$\rightarrow K \vec{v} = (kv_1, kv_2, \dots, kv_n)$$

$$\rightarrow -\vec{v} = (-v_1, -v_2, \dots, -v_n)$$

$$\rightarrow \vec{w} - \vec{v} = \vec{w} + (-\vec{v}) = (w_1 - v_1, w_2 - v_2, \dots, w_n - v_n)$$

Teorema: Para quaisquer $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, m \in \mathbb{R}$ temos

$$\rightarrow \vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$\rightarrow (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

$$\rightarrow \vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$$

$$\rightarrow \vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$$

$$\rightarrow k(\vec{v} + \vec{w}) = k\vec{v} + k\vec{w}$$

$$\rightarrow (k+m)\vec{v} = k\vec{v} + m\vec{v}$$

$$\rightarrow (km)\vec{u} = k(m\vec{u})$$

$$\rightarrow 1\vec{u} = \vec{u}$$

Ainda temos

$$\rightarrow 0 \cdot \vec{v} = \vec{0}$$

$$\rightarrow k \cdot \vec{0} = \vec{0}$$

$$\rightarrow (-1)\vec{v} = -\vec{v}$$



Dizemos que $\vec{u}$ é combinação linear dos vetores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n \in \mathbb{R}^n$ se poder ser escrito como

$$\vec{u} = k_1 \vec{v}_1 + k_2 \vec{v}_2 + \dots + k_n \vec{v}_n$$

sendo os escalares os coeficientes da combinação linear.

$$\text{Ex } (2, 1, -5) = 2(1, 0, 0) + 1(0, 1, 0) - 5(0, 0, 1)$$

Notação alternativa

Vetores também podem ser representados como matriz linha ou matriz coluna.

$$\text{Ex } \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Última atualização: Tuesday, 22 Apr 2025, 16:56

Atividade anterior

[Determinantes](#)

Seguir para...



Próxima atividade

[Vetores](#)

[Baixar o aplicativo móvel.](#)

Sites de Interesse

- ➔ [Site da UFPR](#)
- ➔ [UFPR Aberta](#)
- ➔ [PROGRAD](#)
- ➔ [CIPEAD](#)

UFPR Virtual

- ➔ [Tutoriais](#)
- ➔ [Ambientação](#)
- ➔ [Acessibilidade](#)

Suporte

- ➔ [Atendimento](#)
- ➔ [Perguntas Frequentes](#)
- ➔ [Política de privacidade](#)



SEaDIP

