

Álgebra Linear e Geometria Analítica — Exercícios Seção 1.3

Questão 1 Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Para cada item calcule a expressão, se for possível, ou indique o motivo pelo qual não é possível operar.

- | | | | |
|--------------------|---------------------------------------|--------------------------|----------------------------------|
| 1.1) $D - E$ | 1.11) $\frac{1}{2}C^T - \frac{1}{4}A$ | 1.21) $(3E)D$ | 1.31) $\text{tr}(D)$ |
| 1.2) $5A$ | 1.12) $B - B^T$ | 1.22) CC^T | 1.32) $\text{tr}(D - 3E)$ |
| 1.3) $-7C$ | 1.13) $2E^T - 3D^T$ | 1.23) $(DA)^T$ | 1.33) $4\text{tr}(7B)$ |
| 1.4) $2B - C$ | 1.14) $(2E^T - 3D^T)^T$ | 1.24) $(C^TB)A^T$ | 1.34) $\text{tr}(A)$ |
| 1.5) $-6E - 3D$ | 1.15) AB | 1.25) $(2D^T - E)A$ | 1.35) $\text{tr}(DE^T)$ |
| 1.6) $-3(D + 2E)$ | 1.16) BA | 1.26) $(4B)C + 2B$ | 1.36) $\text{tr}(BC)$ |
| 1.7) $2A^T + C$ | 1.17) $(CD)E$ | 1.27) $(-AC)^T + 5D^T$ | 1.37) $\text{tr}(DD^T)$ |
| 1.8) $D^T - E^T$ | 1.18) $C(BA)$ | 1.28) $(BA^T - 2C)^T$ | 1.38) $\text{tr}(4E^T - D)$ |
| 1.9) $(D - E)^T$ | 1.19) $(AB)C$ | 1.29) $B^T(CC^T - A^TA)$ | 1.39) $\text{tr}(C^TA^T - 2E^T)$ |
| 1.10) $B^T + 5C^T$ | 1.20) $A(BC)$ | 1.30) $D^TE^T - (ED)^T$ | 1.40) $\text{tr}((EC^T)^TA)$ |

Importante: Busque avaliar e aplicar propriedades antes de efetuar cálculos. Reaproveite cálculos de itens anteriores sempre que possível. Justifique todas as respostas com cálculos ou pela descrição das propriedades aplicadas.

Questão 2 Dizemos que uma matriz B é uma **raiz quadrada** de uma matriz A se $BB = A$

(a) Encontre duas raízes quadradas de $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

(b) Quantas raízes quadradas distintas você consegue encontrar de $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$?

Sugestão: Considere $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$, calcule o produto BB e resolva as equações com $BB = A$.