Álgebra Linear e Geometria Analítica — Exercícios Seção 1.5

Questão 1 Para cada uma das matrizes a seguir identifique se é uma matriz elementar e, caso positivo, descreva a operação elementar aplicada

a)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$$
 b) $\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ f) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ g) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ h) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ i) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ j) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ k) $\begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ l) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ m) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ o) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ p) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{7} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Questão 2 Para cada matriz elementar da questão 1, encontre a matriz elementar inversa, isto é, a matriz cuja operação elementar aplicada retorne a matriz à In.

Questão 3 Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -7 & -1 \\ 8 & 1 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 5 \\ 2 & -7 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -7 & -1 \\ 2 & -7 & 3 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 5 \\ -6 & 21 & 3 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 5 \\ 8 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

encontrar E que satisfaça cada equação a seguir:

a)
$$EA = B$$

c)
$$EA = C$$

$$g) EB = F$$

b)
$$EB = A$$

d)
$$EC = A$$

$$f) FD = B$$

$$h) EF = B$$

Questão 4 Para as matrizes a seguir, usar o algoritmo para obter a inversa, caso exista.

a)
$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$$

b)
$$\begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$c) \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

d)
$$\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$e) \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$g) \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$i) \ \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & -8 & 1 \end{bmatrix}$$

$$j) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$i) \ \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & -8 & 1 \end{bmatrix} \qquad i) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad k) \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 3\sqrt{2} & 0 \\ -4\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad l) \begin{bmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 2 & 7 & 6 \\ 2 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$m) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$m) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix} \qquad n) \begin{bmatrix} -8 & 17 & 2 & \frac{1}{3} \\ 4 & 0 & \frac{2}{5} & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 13 & 4 & 2 \end{bmatrix} \qquad o) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \qquad p) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$o) \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$p) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

Questão 5 Sendo $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ $e B = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -5 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, exiba uma sequência de operações elementa-

res que produza B a partir de A. Sugestão: Encontre uma sequência de operações partindo de A para obter I. Depois faça o mesmo partindo de B para obter I. Inverta as operações (e a sequência) para, partindo de I, obter B. Por fim, elimine eventuais operações que se cancelem para exibir a sequência que, partindo de A, produz B. Solicitem que eu faça um semelhante na aula de 15/04/25.

1