

Álgebra Linear e Geometria Analítica — Exercícios Capítulo 2

Seção 2.1

Questão 1 Sendo $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & 0 & 14 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ encontre:

a) M_{13} e C_{13}

b) M_{23} e C_{23}

c) M_{22} e C_{22}

d) M_{21} e C_{21}

Questão 2 Encontre os valores de λ que zeram os determinantes abaixo:

a) $\begin{vmatrix} \lambda - 2 & 1 \\ -5 & \lambda + 4 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} \lambda - 4 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 2 \\ 0 & 3 & \lambda - 1 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} \lambda - 1 & 0 \\ 2 & \lambda + 1 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} \lambda - 4 & 4 & 0 \\ -1 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 \end{vmatrix}$

Questão 3 Calcular os seguintes determinantes

a) $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 1 & k & k^2 \\ 1 & k & k^2 \\ 1 & k & k^2 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} k+1 & k-1 & 7 \\ 2 & k-3 & 4 \\ 5 & k+1 & k \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 10 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

f) $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

Questão 4 Mostre que $\det(A) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \text{tr}(A) & 1 \\ \text{tr}(A^2) & \text{tr}(A) \end{vmatrix}$ para qualquer $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Seção 2.2

Questão 5 Calcular os seguintes determinantes escalonando a matriz

a) $\begin{vmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 3 & -6 & 9 \\ -2 & 7 & -2 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & -9 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{vmatrix}$

f) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

g) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 1/2 \\ 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

h) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ -2 & -7 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

Questão 6 Use redução por linhas para mostrar que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$

Questão 7 Encontre o determinante da matriz

$$\begin{vmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{vmatrix}$$

Seção 2.3

Questão 8 Use determinantes para dizer se A é invertível.

$$a) A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$b) A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$c) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$d) A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 6 \\ 8 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$e) A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \\ -2 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$f) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 9 & -1 & 4 \\ 8 & 9 & -1 \end{bmatrix}$$

$$g) A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$h) A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{7} & 0 \\ 3\sqrt{2} & -3\sqrt{7} & 0 \\ 5 & -9 & 0 \end{bmatrix}$$

Questão 9 Encontre valores de k com os quais A **não** é invertível.

$$a) A = \begin{bmatrix} k-3 & -2 \\ -2 & k-2 \end{bmatrix}$$

$$b) A = \begin{bmatrix} k & 2 \\ 2 & k \end{bmatrix}$$

$$c) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ k & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$d) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ k & 1 & k \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Questão 10 Para as matrizes abaixo que forem invertíveis, use o método da adjunta para encontrar a inversa

$$a) A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$b) A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$c) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$d) A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$e) A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$