

## 2 Limites e Derivadas

### 2.2 O limite de uma função

**Questão 2.2.1** Faça uma conjectura sobre o valor do limite (se ele existir) por meio dos valores da função nos números dados (com precisão de seis casas decimais).

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} \quad x \in \{3,1; 3,05; 3,01; 3,001; 3,0001; 2,9; 2,95; 2,99; 2,999; 2,9999\}$$

$$(c) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{5t} - 1}{t} \quad t \in \{\pm 0,5; \pm 0,1; \pm 0,01; \pm 0,001; \pm 0,0001\}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} \quad x \in \{-2,5; -2,9; -2,95; -2,99; -2,999; -2,9999; -3,5; -3,1; -3,05; -3,01; -3,001; -3,0001\}$$

$$(d) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^5 - 32}{h} \quad h \in \{\pm 0,5; \pm 0,1; \pm 0,01; \pm 0,001; \pm 0,0001\}$$

**Questão 2.2.2** Use uma tabela de valores para estimar o valor do limite. Se você tiver alguma ferramenta gráfica, use-a para confirmar seu resultado.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln x - \ln 4}{x - 4}$$

$$(c) \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 3\theta}{\tan 2\theta}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$

$$(b) \lim_{p \rightarrow -1} \frac{1 + p^9}{1 + p^{15}}$$

$$(d) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{5^t - 1}{t}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x$$

**Questão 2.2.3** Na teoria da relatividade, a massa de uma partícula com velocidade  $v$  é

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

onde  $m_0$  é a massa da partícula em repouso e  $c$ , a velocidade da luz. O que acontece se  $v \rightarrow c^-$ ?

### 2.3 Cálculos usando propriedades de limites

**Questão 2.3.1** Dado que

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 0$$

encontre, se existir, o limite. Caso não exista, explique por quê.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 5g(x)]$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x)}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{h(x)}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2} [g(x)]^3$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x)}{g(x)}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)h(x)}{f(x)}$$

**Questão 2.3.2** Calcule o limite, se existir.

$$(a) \lim_{x \rightarrow -2} (3x - 7)$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x}{x^2 - x - 12}$$

$$(k) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h-3)^2 - 9}{h}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 6} \left(8 - \frac{1}{2}x\right)$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{3x^2 + 5x - 2}$$

$$(l) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{9 - x}{3 - \sqrt{x}}$$

$$(c) \lim_{t \rightarrow 4} \frac{t^2 - 2t - 8}{t - 4}$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 + 9x - 5}{x^2 - 25}$$

$$(m) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+h} - 3}{h}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 - x - 12}$$

$$(i) \lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^3 - 27}{t^2 - 9}$$

$$(n) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{\sqrt{x+2} - 2}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x + 4}{x - 2}$$

$$(j) \lim_{u \rightarrow -1} \frac{u + 1}{u^3 + 1}$$

$$(o) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x - 3}$$

$$(p) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-2+h)^{-1} + 2^{-1}}{h}$$

$$(s) \lim_{x \rightarrow 16} \frac{4 - \sqrt{x}}{16x - x^2}$$

$$(v) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 5}{x + 4}$$

$$(q) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+t} - \sqrt{1-t}}{t}$$

$$(t) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$$

$$(w) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$$

$$(r) \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{1}{t} - \frac{1}{t^2 + t} \right)$$

$$(u) \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{1}{t\sqrt{1+t}} - \frac{1}{t} \right)$$

$$(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(x+h)^2} - \frac{1}{x^2}}{h}$$

**Questão 2.3.3** Se  $4x - 9 \leq f(x) \leq x^2 - 4x + 7$  para  $x \geq 0$ , encontre  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ .

**Questão 2.3.4** Se  $2x \leq g(x) \leq x^4 - x^2 + 2$  para todo  $x$ , avalie  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ .

**Questão 2.3.5** Demonstre que  $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \cos \frac{2}{x} = 0$ .

**Questão 2.3.6** Demonstre que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} e^{\sin(\pi/x)} = 0$ .

## 2.5 Continuidade

**Questão 2.5.1** Para  $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$

(a) Mostre que  $f$  tem uma descontinuidade removível em  $x = 3$ .

(b) Redefina  $f(3)$  de modo que  $f$  seja contínua em  $x = 3$  ("removendo", assim, a descontinuidade).

**Questão 2.5.2** Para  $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3}$

(a) Mostre que  $f$  tem uma descontinuidade removível em  $x = 3$ .

(b) Redefina  $f(3)$  de modo que  $f$  seja contínua em  $x = 3$  ("removendo", assim, a descontinuidade).

**Questão 2.5.3** Empregue a continuidade para calcular o limite.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 4} x\sqrt{20-x^2}$$

$$(b) \lim_{\theta \rightarrow \pi/2} \text{sen}(\tan(\cos \theta))$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \pi} \ln \left( \frac{5-x^2}{1+x} \right)$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 1} 3\sqrt{x^2+2x-4}$$

**Questão 2.5.4** Use o Teorema do Valor Intermediário para mostrar que existe uma solução da equação dada no intervalo especificado.

$$(a) -x^3 + 4x + 1 = 0, \quad (1, 0)$$

$$(c) e^x = 3 - 2x, \quad (0, 1)$$

$$(b) \ln x = x - \sqrt{x}, \quad (2, 3)$$

$$(d) \text{sen } x = x^2 - x, \quad (1, 2)$$

## 2.6 Limites no infinito; Assíntotas Horizontais

**Questão 2.6.1** Encontre o limite ou demonstre que não existe.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+3}{5x-1}$$

$$(5) \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r-r^3}{2-r^2+3r^3}$$

$$(8) \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{(u^2+1)(2u^2-1)}{(u^2+2)^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{3x+7}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 8x + 2}{4x^3 - 5x^2 - 2}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + 3x^2}{4x-1}$$

$$(3) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{3t^2 + t}{t^3 - 4t + 1}$$

$$(4) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{6t^2 + t - 5}{9 - 2t^2}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$$

$$(10) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t+3}{\sqrt{2t^2-1}}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+4x^6}}{2-x^3}$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+3x+2x})$$

$$(23) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-e^x}{1+2e^x}$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+4x^6}}{2-x^3}$$

$$(17) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+ax} - \sqrt{x^2+bx})$$

$$(24) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{e^{3x} + e^{-3x}}$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - x}{x^4 + 3}$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x})$$

$$(25) \lim_{x \rightarrow (\pi/2)^+} e^{\sec x}$$

$$(14) \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{q^3 + 6q - 4}{4q^2 - 3q + 3}$$

$$(19) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + 2x^7)$$

$$(26) \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$$

$$(15) \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{25t^2 + 2} - 5t)$$

$$(20) \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x} + 2 \cos 3x)$$

$$(27) \lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(1+x^2) - \ln(1+x)]$$

$$(21) \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-2x} \cos x)$$

$$(28) \lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(2+x) - \ln(1+x)]$$

$$(22) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 x}{x^2 + 1}$$

**Questão 2.6.2** Encontre as assíntotas horizontais e verticais de cada curva. Confira seu trabalho por meio de um gráfico da curva e das estimativas das assíntotas.

$$(a) y = \frac{5+4x}{x+3}$$

$$(c) y = \frac{2x^2+x-1}{x^2+x-2}$$

$$(e) y = \frac{x^3-x}{x^2-6x+5}$$

$$(b) y = \frac{2x^2+1}{3x^2+2x-1}$$

$$(d) y = \frac{1+x^4}{x^2-x^4}$$

$$(f) y = \frac{2e^x}{e^x-5}$$

## 4.5 Assíntotas Oblíquas (antecipado)

(O tema Assíntota Oblíqua aparece na seção 4.5 do livro, de onde são tirados os exercícios a seguir)

**Questão 4.5.1** Ache a equação da assíntota oblíqua. Não desenhe a curva.

$$(a) y = \frac{x^2+1}{x+1}$$

$$(c) y = \frac{2x^3-5x^2-3x}{x^2-x-2}$$

$$(b) y = \frac{4x^3-10x^2-11x+1}{x^2-3x}$$

$$(d) y = \frac{-6x^4+2x^3+3}{2x^3-x}$$

## 2.7 Derivadas e Taxas de Variação

**Questão 2.7.1** (a) Encontre a inclinação da tangente à curva  $y = 3 + 4x^2 - 2x^3$  no ponto onde  $x = a$ .

(b) Encontre as equações das retas tangentes nos pontos (1, 5) e (2, 3).

(c) (computacional) Faça o gráfico da curva e de ambas as tangentes em uma mesma tela.

**Questão 2.7.2** (a) Encontre a inclinação da tangente à curva  $y = 2\sqrt{x}$  no ponto onde  $x = a$ .

(b) Encontre as equações das retas tangentes nos pontos (1, 2) e (9, 6).

(c) (computacional) Faça o gráfico da curva e de ambas as tangentes em uma mesma tela.

**Questão 2.7.3** Um saltador de penhasco se lança de uma altura de 30 m com relação à superfície da água. A distância percorrida pelo saltador em  $t$  segundo de sua queda é dada pela função  $d(t) = 4,9t^2$  m.

(a) Depois de quantos segundos o saltador atinge a água?

(b) Com que velocidade o saltador atinge a água?

**Questão 2.7.4** Se uma pedra for lançada para cima no planeta Marte com velocidade de 10 m/s, sua altura (em metros) após  $t$  segundos é dada por  $H = 10t - 1,86t^2$ .

(a) Encontre a velocidade da pedra após um segundo.

(b) Encontre a velocidade da pedra quando  $t = a$ .

(c) Quando a pedra atinge a superfície?

(d) Com que velocidade a pedra atinge a superfície?

**Questão 2.7.5** O deslocamento (em metros) de uma partícula movendo-se ao longo de uma reta é dado pela equação do movimento  $s = 1/t^2$ , onde  $t$  é medido em segundos. Encontre a velocidade da partícula nos instantes  $t = a$ ,  $t = 1$ ,  $t = 2$  e  $t = 3$ .

**Definição 2.7.1** A derivada de uma função  $f$  em um número  $a$ , denotada por  $f'(a)$ , é

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

se o limite existir.

**Questão 2.7.6** Use a Definição 2.7.1 para encontrar  $f'(a)$  para o valor de  $a$  fornecido.

(a)  $f(x) = \sqrt{4x+1}$ ,  $a = 6$

(b)  $f(x) = 5x^4$ ,  $a = -1$

**Definição 2.7.2** A derivada de uma função  $f$  em um número  $a$ , denotada por  $f'(a)$ , também pode ser calculada como

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

se o limite existir.

**Questão 2.7.7** Use a Definição 2.7.2 para encontrar  $f'(a)$  para o valor de  $a$  fornecido.

(a)  $f(x) = \frac{x^2}{x+6}$ ,  $a = 3$

(b)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+2}}$ ,  $a = 1$

**Questão 2.7.8** Cada limite a seguir representa a derivada de alguma função  $f$  em algum ponto  $a$ . Indique  $f$  e  $a$  em cada caso.

(a)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+h} - 3}{h}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^6 - 64}{x - 2}$

(e)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan(\frac{\pi}{4} + h) - 1}{h}$

(b)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{-2+h} - e^{-2}}{h}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\frac{1}{x} - 4}{x - \frac{1}{4}}$

(f)  $\lim_{\theta \rightarrow \pi/6} \frac{\text{sen } \theta - \frac{1}{2}}{\theta - \frac{\pi}{6}}$

## 2.8 A Derivada como uma função

**Questão 2.8.1** Encontre a derivada da função dada usando a definição da derivada. Diga quais são os domínios da função e da derivada.

(a)  $f(x) = 3x - 8$

(f)  $f(t) = t^3 - 5t + 1$

(j)  $f(x) = x^4$

(b)  $f(x) = mx + b$

(g)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$

(k)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$

(c)  $f(t) = 2,5t^2 + 6t$

(h)  $F(v) = \frac{v}{v+2}$

(d)  $f(x) = 4 + 8x - 5x^2$

(i)  $g(u) = \frac{u+1}{4u-1}$

(l)  $g(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$

## 3 Regras de Derivação

### 3.1 Derivadas de Funções Polinomiais e Exponenciais

**Questão 3.1.1** Derive a função

- (1)  $g(x) = 4x + 7$  (13)  $y = 2x + \sqrt{x}$  (24)  $G(t) = \sqrt{5t} + \frac{\sqrt{7}}{t}$
- (2)  $g(t) = 5t + 4t^2$  (14)  $h(w) = \sqrt{2}w - \sqrt{2}$  (25)  $j(x) = x^{2,4} + e^{2,4}$
- (3)  $f(x) = x^{75} - x + 3$  (15)  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt[4]{x}$  (26)  $k(r) = e^r + r^e$
- (4)  $g(x) = \frac{7}{4}x^2 - 3x + 12$  (16)  $W(t) = \sqrt{t} - 2e^t$  (27)  $F(z) = \frac{A + Bz + Cz^2}{z^2}$
- (5)  $f(t) = -2e^t$  (17)  $f(x) = x^3(x + 3)$  (28)  $G(q) = (1 + q^{-1})^2$
- (6)  $F(t) = t^3 + e^3$  (18)  $F(t) = (2t - 3)^2$  (29)  $D(t) = \frac{1 + 16t^2}{(4t)^3}$
- (7)  $W(v) = 1,8v^{-3}$  (19)  $y = 3e^x + \frac{4}{\sqrt[3]{x}}$  (30)  $f(v) = \frac{\sqrt[3]{v} - 2ve^v}{v}$
- (8)  $R(z) = z^{-5} - z^{-1/2}$  (20)  $S(R) = 4\pi R^2$  (31)  $P(w) = \frac{2w^2 - w + 4}{\sqrt{w}}$
- (9)  $f(x) = x^{3/2} + x^{-3}$  (21)  $F(x) = \frac{3x^2 + x^3}{x}$  (32)  $y = e^{x+1} + 1$
- (10)  $V(t) = t^{-3/5} + t^4$  (22)  $y = \frac{\sqrt{x} + x}{x^2}$
- (11)  $s(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2}$  (23)  $G(r) = \frac{3e^{3/2} + r^{5/2}}{r}$
- (12)  $R(t) = \frac{a}{t^2} + \frac{b}{t^4}$

**Questão 3.1.2** Determine  $dy/dx$  e  $dy/dt$ .

(a)  $y = tx^2 + t^3x$

(b)  $y = \frac{t}{x^2} + \frac{x}{t}$

**Questão 3.1.3** A equação de movimento de uma partícula é  $s = t^3 - 3t$ , em que  $s$  está em metros e  $t$ , em segundos. Encontre

- (a) a velocidade e a aceleração como funções de  $t$ ,  
 (b) a aceleração depois de 1 s, e  
 (c) a aceleração quando a velocidade for 0.

**Questão 3.1.4** A equação de movimento de uma partícula é  $s = t^4 - 2t^3 + t^2 - t$ , onde  $s$  está em metros e  $t$ , em segundos.

- (a) Encontre a velocidade e a aceleração como funções de  $t$ .  
 (b) Encontre a aceleração depois de 1 s.  
 (c) (computacional) Trace o gráfico das funções de posição, velocidade e aceleração na mesma tela.

## 3.2 As Regras do Produto e do Quociente

**Questão 3.2.1** Encontre a derivada  $f(x) = (1 + 2x^2)(x - x^2)$  de duas formas: usando a Regra do Produto e efetuando primeiro a multiplicação. As respostas são iguais?

**Questão 3.2.2** Encontre a derivada da função

$$F(x) = \frac{x^4 - 5x^3 + \sqrt{x}}{x^2}$$

de duas formas: usando a Regra do Quociente e simplificando antes. Mostre que suas respostas são equivalentes. Qual método você prefere?

**Questão 3.2.3** Derive

$$\begin{array}{lll}
 (1) y = (4x^2 + 3)(2x + 5) & (11) f(t) = \frac{5t}{t^3 - t - 1} & (20) W(t) = e^t(1 + te^t) \\
 (2) y = (10x^2 + 7x - 2)(2 - x^2) & (12) F(x) = \frac{1}{2x^3 - 6x^2 + 5} & (21) y = e^p(p + p\sqrt{p}) \\
 (3) y = x^2 e^x & (13) y = \frac{s - \sqrt{s}}{s^2} & (22) h(r) = \frac{ae^r}{b + e^r} \\
 (4) y = (e^x + 2)(2e^x - 1) & (14) y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} & (23) f(t) = \frac{\sqrt[3]{t}}{t - 3} \\
 (5) f(x) = (3x^2 - 5x)e^x & (15) J(u) = \left(\frac{1}{u} + \frac{1}{u^2}\right) \left(u + \frac{1}{u}\right) & (24) y = (z^2 + e^z)\sqrt{z} \\
 (6) g(x) = (x + 2\sqrt{x})e^x & (16) H(w) = (w^2 + 3w)(w^{-1} - w^{-4}) & (25) f(x) = \frac{x^2 e^x}{x^2 + e^x} \\
 (7) y = \frac{x}{e^x} & (17) H(u) = (u - \sqrt{u})(u + \sqrt{u}) & (26) F(t) = \frac{At}{Bt^2 + Ct^3} \\
 (8) y = \frac{e^x}{1 - e^x} & (18) f(z) = (1 - e^z)(z + e^z) & (27) f(x) = \frac{x}{x + \frac{c}{x}} \\
 (9) g(t) = \frac{3 - 2t}{5t + 1} & (19) V(t) = (t + 2e^t)\sqrt{t} & (28) f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \\
 (10) G(u) = \frac{6u^4 - 5u}{u + 1} & & 
 \end{array}$$

**Questão 3.2.4** Encontre  $f'(x)$  e  $f''(x)$ .

$$(a) f(x) = x^2 e^x \qquad (b) f(x) = \sqrt{x} e^x \qquad (c) f(x) = \frac{x}{x^2 - 1} \qquad (d) f(x) = \frac{x}{1 + \sqrt{x}}$$

### 3.3 Derivadas de Funções Trigonômicas

**Questão 3.3.1** Derive

$$\begin{array}{lll}
 (a) f(x) = 3 \operatorname{sen} x - 2 \operatorname{csc} x & (j) g(\theta) = e^\theta (\tan \theta - \theta) & (q) f(w) = \frac{1 + \sec w}{1 - \sec w} \\
 (b) f(x) = \tan x - 4 \operatorname{sen} x & (k) H(t) = \cos^2 t & (r) y = \frac{\operatorname{sen} t}{1 + \tan t} \\
 (c) y = x^2 + \cot x & (l) f(x) = e^x \operatorname{sen} x + \cos x & (s) y = \frac{t \operatorname{sen} t}{1 + t} \\
 (d) y = 2 \sec x - \operatorname{csc} x & (m) f(\theta) = \frac{\operatorname{sen} \theta}{1 + \cos \theta} & (t) g(z) = \frac{z}{\sec z + \tan z} \\
 (e) h(\theta) = \theta^2 \operatorname{sen} \theta & (n) y = \frac{\cos x}{1 - \operatorname{sen} x} & (u) f(\theta) = \theta \cos \theta \operatorname{sen} \theta \\
 (f) g(x) = 3x + x^3 \cos x & (o) y = \frac{x}{2 - \tan x} & (v) f(t) = te^t \cot t \\
 (g) y = \sec \theta \tan \theta & (p) f(t) = \frac{\cot t}{e^t} & 
 \end{array}$$

**Questão 3.3.2** Encontre o limite.

$$\begin{array}{lll}
 (a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 5x}{3x} & (f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sec x}{2x} & (k) \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} \theta}{\theta + \tan \theta} \\
 (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} \pi x} & (g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} & (l) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{csc} x \operatorname{sen}(\operatorname{sen} x) \\
 (c) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 3t}{\operatorname{sen} t} & (h) \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} \theta}{\tan 7\theta} & (m) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos \theta - 1}{2\theta^2} \\
 (d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 3x}{x^2} & (i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 3x}{5x^3 - 4x} & (n) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x^2)}{x} \\
 (e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} x \cos x}{x^2} & (j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 3x \operatorname{sen} 5x}{x^2} & (o) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \tan x}{\operatorname{sen} x - \cos x}
 \end{array}$$

$$(p) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2 + x - 2}$$

### 3.4 A Regra da Cadeia

**Questão 3.4.1** Escreva a função composta na forma  $f(g(x))$ . Identifique a função de dentro  $u = g(x)$  e a de fora  $y = f(u)$ . Então, encontre a derivada  $dy/dx$ .

$$(a) y = (5 - x^4)^3$$

$$(c) y = \sin(\cos x)$$

$$(e) y = e^{\sqrt{x}}$$

$$(b) y = \sqrt{x^3 + 2}$$

$$(d) y = \tan(x^2)$$

$$(f) y = \sqrt[3]{e^x + 1}$$

**Questão 3.4.2** Encontre a derivada da função.

$$(1) f(x) = (2x^3 - 5x^2 + 4)^5$$

$$(17) y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$$

$$(31) f(x) = \sin x \cos(1 - x^2)$$

$$(2) f(x) = (x^5 + 3x^2 - x)^{50}$$

$$(18) y = \left(x + \frac{1}{x}\right)^5$$

$$(32) g(x) = e^{-x^2} \cos(x^2)$$

$$(3) f(x) = \sqrt{5x+1}$$

$$(19) y = e^{\tan \theta}$$

$$(33) f(t) = \tan(\sqrt{1+t^2})$$

$$(4) f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$$

$$(20) f(t) = 2^{t^3}$$

$$(34) G(z) = (1 + \cos^2 z)^3$$

$$(5) g(t) = \frac{1}{(2t+1)^2}$$

$$(21) g(u) = \left(\frac{u^3-1}{u^3+1}\right)^8$$

$$(35) y = \sin^2(x^2 + 1)$$

$$(6) F(t) = \left(\frac{1}{2t+1}\right)^4$$

$$(22) s(t) = \sqrt{\frac{1 + \sin t}{1 + \cos t}}$$

$$(36) y = e^{\sin 2x} + \sin(e^{2x})$$

$$(7) f(\theta) = \cos(\theta^2)$$

$$(23) r(t) = 10^{2\sqrt{t}}$$

$$(37) g(x) = \sin\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right)$$

$$(8) g(\theta) = \cos^2 \theta$$

$$(24) f(z) = e^{z/(z-1)}$$

$$(38) f(t) = e^{1/t} \sqrt{t^2 - 1}$$

$$(9) g(x) = e^{x^2-x}$$

$$(25) H(r) = \frac{(r^2-1)^3}{(2r+1)^5}$$

$$(39) f(t) = \tan(\sec(\cos t))$$

$$(10) y = 5^{\sqrt{x}}$$

$$(26) J(\theta) = \tan^2(n\theta)$$

$$(40) y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

$$(11) y = x^2 e^{-3x}$$

$$(27) F(t) = e^{t \sin(2t)}$$

$$(41) f(x) = e^{\sin^2(x^2)}$$

$$(12) f(t) = t \sin \pi t$$

$$(28) f(t) = \frac{t^2}{\sqrt{t^3+1}}$$

$$(42) y = 2^{3^{4x}}$$

$$(13) f(t) = e^{at} \sin bt$$

$$(29) G(x) = 4^{C/x}$$

$$(43) y = (3^{\cos(x^2)} - 1)^4$$

$$(14) A(r) = \sqrt{r} \cdot e^{r^2+1}$$

$$(30) U(y) = \left(\frac{y^4+1}{y^2+1}\right)^5$$

$$(44) y = \sin(\theta + \tan(\theta + \cos \theta))$$

$$(15) F(x) = (4x+5)^3(x^2-2x+5)^4$$

$$(45) y = \cos \sqrt{\sin(\tan \pi x)}$$

$$(16) G(z) = (1-4z)^2 \sqrt{z^2+1}$$

$$(46) y = \sin^3(\cos(x^2))$$

**Questão 3.4.3** Encontre  $y'$  e  $y''$ .

$$(a) y = \cos(\sin 3\theta)$$

$$(b) y = (1 + \sqrt{x})^3$$

$$(c) y = \sqrt{\cos x}$$

$$(d) y = e^{e^x}$$

### 3.5 Derivação Implícita

**Questão 3.5.1** Encontre  $dy/dx$  por derivação implícita.

$$(a) x^2 - 4xy + y^2 = 4$$

$$(d) x^3 - xy^2 + y^3 = 1$$

$$(f) xe^y = x - y$$

$$(b) 2x^2 + xy - y^2 = 2$$

$$(g) \sin x + \cos y = 2x - 3y$$

$$(c) x^4 + x^2y^2 + y^3 = 5$$

$$(e) \frac{x^2}{x+y} = y^2 + 1$$

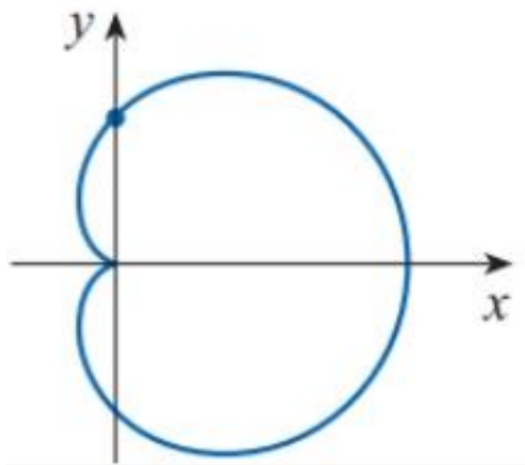
$$(h) e^y \sin x = x + xy$$

- (i)  $\sin(x + y) = \cos x + \cos y$       (m)  $2xe^{2y} + ye^x = 3$       (p)  $xy = \sqrt{x^2 + y^2}$   
(j)  $\tan(x - y) = 2xy^3 + 1$       (n)  $\sin x \cos y = x^2 - 5y$       (q)  $e^{x/y} = x - y$   
(k)  $y \cos x = x^2 + y^2$       (o)  $\sqrt{x + y} = x^4 + y^4$       (r)  $\cos(x^2 + y^2) = xe^y$   
(l)  $\sin(xy) = \cos(x + y)$

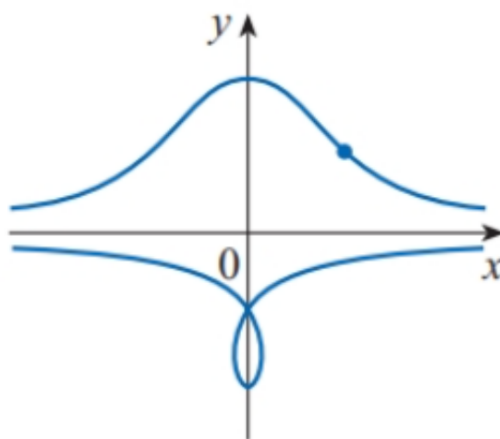
**Questão 3.5.2** Use a derivação implícita para encontrar uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.

- (a)  $ye^{\sin x} = x \cos y$ ,  $(0, 0)$       (b)  $\tan(x + y) + \sec(x - y) = 2$ ,  $(\pi/8, \pi/8)$   
(c)  $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$ ,  $(-3\sqrt{3}, 1)$  (astroide)      (d)  $y^2(6 - x) = x^3$ ,  $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$  (cissoide de Diocles)  
(e)  $x^2 - xy - y^2 = 1$ ,  $(2, 1)$  (hipérbole)      (f)  $x^2 + 2xy + 4y^2 = 12$ ,  $(2, 1)$  (elipse)  
(g)  $x^2 + y^2 = (2x^2 + 2y^2 - x)^2$ ,  $(0, \frac{1}{2})$       (h)  $x^2y^2 = (y + 1)^2(4 - y^2)$ ,  $(2\sqrt{3}, 1)$

(cardioide)



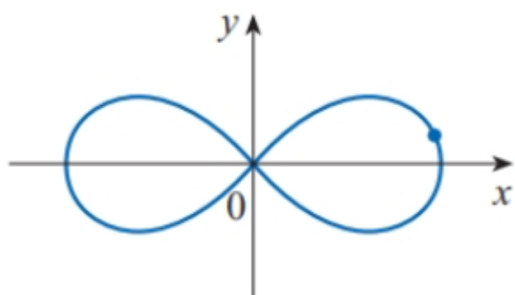
(concoide de Nicomedes)



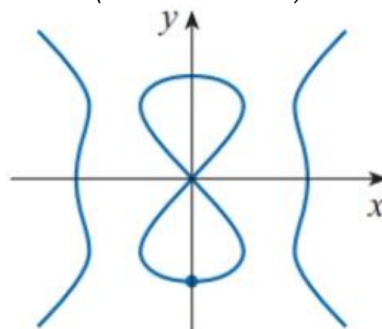
(i)  $2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2)$ ,  $(3, 1)$

(j)  $y^2(y^2 - 4) = x^2(x^2 - 5)$ ,  $(0, -2)$

(lemniscata)



(curva do diabo)



**Questão 3.5.3** Encontre  $y''$  por derivação implícita. Simplifique onde for possível.

- (a)  $x^2 + 4y^2 = 4$       (b)  $x^3 + xy + y^2 = 3$       (c)  $\sin y + \cos x = 1$       (d)  $x^3 - y^3 = 7$

### 3.6 Derivadas de Funções Logarítmicas

**Questão 3.6.1** Derive a função.

(a) $g(t) = \ln(3 + t^2)$	(h) $g(x) = \ln(xe^{-2x})$	(o) $P(v) = \frac{\ln v}{1 - v}$	(u) $g(x) = e^{x^2 \ln x}$
(b) $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 5)$	(i) $g(t) = \sqrt{1 + \ln t}$	(p) $T(z) = 2^z \log_2 z$	(v) $h(x) = x^{2 + \ln x}$
(c) $f(x) = x \ln x - x$	(j) $F(t) = (\ln t)^2 \sin t$	(q) $g(t) = \ln \frac{t(t^2 + 1)^4}{\sqrt[3]{2t - 1}}$	(w) $y = \ln \sqrt{\frac{1 + 2x}{1 - 2x}}$
(d) $f(x) = \sin(\ln x)$	(k) $p(t) = \ln \sqrt{t^2 + 1}$	(r) $y = \ln  3 - 2x^5 $	(x) $y = \ln \frac{x^a}{b^x}$
(e) $f(x) = \ln(\sin^2 x)$	(l) $y = \log_8(x^2 + 3x)$	(s) $y = \ln(\csc x - \cot x)$	(y) $y = \log_2(x \log_5 x)$
(f) $f(x) = \ln^{1/x}$	(m) $y = \log_{10} \sec x$	(t) $y = \ln(e^{-x} + xe^{-x})$	
(g) $y = 1/\ln x$	(n) $F(s) = \ln \ln s$		

**Questão 3.6.2** Mostre que  $\frac{d}{dx} \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

**Questão 3.6.3** Mostre que  $\frac{d}{dx} \ln \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} = \csc x$

**Questão 3.6.4** Encontre  $y'$  e  $y''$ .

(a) $y = \sqrt{x} \ln x$	(b) $y = \frac{\ln x}{1 + \ln x}$	(c) $y = \ln  \sec x $	(d) $y = \ln(1 + \ln x)$
--------------------------	-----------------------------------	------------------------	--------------------------

**Questão 3.6.5** Use a derivação logarítmica para achar a derivada de função.

(a) $y = (x^2 + 2)^2(x^4 + 4)^4$	(d) $y = \sqrt{x} e^{x^2 - x} (x + 1)^{2/3}$	(i) $y = (\cos x)^x$
(b) $y = \frac{e^{-x} \cos^2 x}{x^2 + x + 1}$	(e) $y = x^x$	(j) $y = (\sin x)^{\ln x}$
(c) $y = \sqrt{\frac{x - 1}{x^4 + 1}}$	(f) $y = x^{1/x}$	(k) $y = x^{\ln x}$
	(g) $y = x^{\sin x}$	(l) $y = (\ln x)^{\cos x}$
	(h) $y = (\sqrt{x})^x$	

**Questão 3.6.6** Encontre a derivada da função. Simplifique o resultado sempre que possível.

(a) $f(x) = \arcsen(5x)$	(g) $h(x) = (\arcsen x) \ln x$	(m) $y = x \arcsen x + \sqrt{1 - x^2}$
(b) $g(x) = \operatorname{arcsec}(e^x)$	(h) $g(t) = \ln(\arctan(t^4))$	(n) $y = \arccos(\sin^{-1} t)$
(c) $y = \arctan \sqrt{x - 1}$	(i) $f(z) = e^{\arcsen(z^2)}$	(o) $y = \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + \ln \sqrt{\frac{x - a}{x + a}}$
(d) $y = \arctan(\sqrt{x})$	(j) $y = \arctan(x - \sqrt{1 + x^2})$	(p) $y = \arctan \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}}$
(e) $y = (\arctan x)^2$	(k) $h(t) = \operatorname{arccot}(t) + \operatorname{arccot}(1/t)$	
(f) $g(x) = \arccos \sqrt{x}$	(l) $R(t) = \arcsen(1/t)$	

## 4 Aplicações da Derivação

### 4.4 Formas indeterminadas e Regra de L'Hospital

**Questão 4.4.1** Encontre o limite. Use a Regra de L'Hôpital quando for apropriado. Se houver um método mais elementar, considere utilizá-lo. Se a Regra de L'Hôpital não se aplicar, explique o porquê.

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9}$

3.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{x - 4}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - 1}{x^3 - 1}$

6.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1}$

$$\begin{array}{lll}
7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 2x} & 17. \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{8^t - 5^t}{t} & 27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2 \cos x}{x \sin x} \\
8. \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{2t} - 1}{\sin t} & 18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-4x}}{x} & 28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\cos x + e^x - 1} \\
9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} & 19. \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{e^{u/10}}{u^3} & 29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \sin(x-1)}{2x^2 - x - 1} \\
10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^3 + x - 2} & 20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{e^x - x - 1} & 30. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan 2x}{\ln x} \\
11. \lim_{\theta \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} & 21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x - x}{x^3} & 31. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin x}{\sin x - x} \\
12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{1 + e^x} & 22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh x}{\tan x} & 32. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^a - 1}{x^b - 1}, \quad b \neq 0 \\
13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + x^2}{1 - 2x^2} & 23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \tan x} & 33. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-x}}{(\pi/2) - \tan x} \\
14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} & 24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} & 34. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2}{x^4} \\
15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \sqrt{x}}{x^2} & 25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^2}{x} & 35. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x \sin(x^2)} \\
16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x/3)}{3 - x} & 26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x3^x}{3^x - 1} &
\end{array}$$

## Exercícios JCE222 (Numeração da 9ª Ed. do Stewart)

### Seção 3.10 - Aproximação Linear

31-36 Use uma aproximação linear (ou diferencial) para estimar o número dado.

$$31. (1,999)^4 \quad 32. \frac{1}{4,002} \quad 33. \sqrt{1,001} \quad 34. \sqrt{100,5} \quad 35. e^{0,1} \quad 36. \cos 29^\circ$$

52. Suponha que não tenhamos uma fórmula para  $g(x)$ , mas saibamos que  $g(2) = -4$  e  $g'(x) = \sqrt{x^2 + 5}$  para todo  $x$ . Use uma aproximação linear para estimar  $g(1,95)$  e  $g(2,05)$ .

### Seção 4.1 - Máximos e Mínimos

29-48 Encontre os números críticos da função. (Passo Único: Deriva e iguala a 0.)

$$\begin{array}{lll}
29. f(x) = 3x^2 + x - 2 & 36. h(p) = \frac{p-1}{p^2+4} & 42. h(x) = x^{1/3}(x-2) \\
30. g(v) = v^3 - 12v + 4 & 37. p(x) = \frac{x^2+2}{2x-1} & 43. f(x) = x^{1/3}(4-x)^{2/3} \\
31. f(x) = 3x^4 + 8x^3 - 48x^2 & 38. q(t) = \frac{t^2+9}{t^2-9} & 44. f(\theta) = \theta + \sqrt{2} \cos \theta \\
32. f(x) = 2x^3 + x^2 + 8x & 39. h(t) = t^{3/4} - 2t^{1/4} & 45. f(\theta) = 2 \cos \theta + \sin^2 \theta \\
33. g(t) = t^5 + 5t^3 + 50t & 40. g(x) = \sqrt{4-x^2} & 46. p(t) = te^{4t} \\
34. A(x) = |3-2x| & 41. F(x) = x^{4/5}(x-4)^2 & 47. g(x) = x^2 \ln x \\
35. g(y) = \frac{y-1}{y^2-y+1} & & 48. B(u) = 4 \arctan(u) - u
\end{array}$$

51-66 Encontre os valores máximo e mínimo absolutos de  $f$  no intervalo dado. (Além de achar os pontos críticos (deriva e iguala a zero) precisa avaliar os extremos dos intervalos indicados.)

51.  $f(x) = 12 + 4x - x^2$ ,  $[0, 5]$

52.  $f(x) = 5 + 54x - 2x^3$ ,  $[0, 4]$

53.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ ,  $[-2, 3]$

54.  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ ,  $[-3, 5]$

55.  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 1$ ,  $[-2, 3]$

56.  $f(t) = (t^2 - 4)^3$ ,  $[-2, 3]$

57.  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ,  $[0.2, 4]$

58.  $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$ ,  $[0, 3]$

59.  $f(x) = t - \sqrt{t}$ ,  $[-1, 4]$

60.  $f(x) = \frac{e^x}{1 + x^2}$ ,  $[0, 3]$

61.  $f(t) = 2 \cos t + \sin 2t$ ,  $[0, \pi/2]$

62.  $f(t) = t + \cot(\theta/2)$ ,  $[\pi/4, \pi]$

63.  $f(x) = x^2 \ln x$ ,  $[\frac{1}{2}, 4]$

64.  $f(x) = xe^{x/2}$ ,  $[-3, 1]$

65.  $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ ,  $[-1, 1]$

66.  $f(x) = x - 2 \tan^{-1} x$ ,  $[0, 4]$

80. Demonstre que a função  $f(x) = x^{101} + x^{51} + x + 1$  não tem um máximo local nem um mínimo local.81. Se  $f$  tem um valor mínimo local em  $c$ , mostre que a função  $g(x) = -f(x)$  tem um valor máximo em  $c$ .82. Uma função cúbica é um polinômio de grau 3, isto é, tem a forma  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , onde  $a \neq 0$ .

(a) Mostre que uma função cúbica pode ter dois, um ou nenhum número(s) crítico(s). Dê exemplos e faça esboços para ilustrar as três possibilidades.

(b) Quantos valores extremos locais uma função cúbica pode ter?

## Seção 4.2 - Teorema de Rolle e Teorema do Valor Médio

13. Seja  $f(x) = 1 - x^{2/3}$ . Mostre que  $f(-1) = f(1)$ , mas não existe um número  $c$  em  $(-1, 1)$  tal que  $f'(c) = 0$ . Por que isso não contradiz o Teorema de Rolle?14. Seja  $f(x) = \tan x$ . Mostre que  $f(0) = f(\pi)$ , mas não existe um número  $c$  em  $(0, \pi)$  tal que  $f'(c) = 0$ . Por que isso não contradiz o Teorema de Rolle?21. Seja  $f(x) = (x - 3)^{-2}$ . Mostre que não existe um valor  $c$  em  $(1, 4)$  tal que  $f(4) - f(1) = f'(c)(4 - 1)$ . Por que isso não contradiz o Teorema do Valor Médio?22. Seja  $f(x) = 2 - |2x - 1|$ . Mostre que não existe um valor  $c$  tal que  $f(3) - f(0) = f'(c)(3 - 0)$ . Por que isso não contradiz o Teorema do Valor Médio?

## Seção 4.3 - Como as derivadas afetam o gráfico

**9-16** Encontre os intervalos nos quais  $f$  é crescente ou decrescente e encontre os valores máximo e mínimo locais de  $f$ .

9.  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x - 5$     10.  $f(x) = x^3 - 6x^2 - 135x$     11.  $f(x) = 6x^4 - 16x^3 + 1$

12.  $f(x) = x^{2/3}(x - 3)$     13.  $f(x) = \frac{x^2 - 24}{x - 5}$     14.  $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$

15.  $f(x) = \sin x + \cos x$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$     16.  $f(x) = x^4 e^{-x}$

**17-22** Determine os intervalos em que  $f$  tem concavidade voltada para cima ou para baixo e determine os pontos de inflexão de  $f$ .

17.  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$     20.  $f(x) = \ln(2 + \sin x)$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$

18.  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$     21.  $f(x) = \ln(x^2 + 5)$

19.  $f(x) = \sin^2 x - \cos 2x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$     22.  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$

### Seção 3.8 - Crescimento e Decaimento Exponencial

17. Um peru assado é tirado de um forno quando a sua temperatura atinge  $85^\circ\text{C}$  e é colocado sobre uma mesa em um cômodo em que a temperatura ambiente é  $22^\circ\text{C}$ .
- (a) Se a temperatura do peru for  $65^\circ\text{C}$  depois de meia hora, qual será a temperatura depois de 45 minutos?
- (b) Quando o peru terá esfriado para  $40^\circ\text{C}$ ?
18. Em uma investigação de assassinato, a temperatura do corpo era  $32,5^\circ\text{C}$  às 13h30 e  $30,3^\circ\text{C}$  uma hora depois. A temperatura normal do corpo é  $37^\circ\text{C}$ , e a temperatura ambiente era  $20^\circ\text{C}$ . Quando o assassinato aconteceu?
19. Quando uma bebida gelada é tirada da geladeira, sua temperatura é  $5^\circ\text{C}$ . Depois de 25 minutos em uma sala a  $20^\circ\text{C}$ , sua temperatura terá aumentado para  $10^\circ\text{C}$ .
- (a) Qual é a temperatura da bebida depois de 50 minutos?
- (b) Quando a temperatura atingirá  $15^\circ\text{C}$ ?
20. Uma xícara de café recém-coado tem a temperatura de  $95^\circ\text{C}$  em uma sala a  $20^\circ\text{C}$ . Quando sua temperatura for  $70^\circ\text{C}$ , ele estará esfriando a uma taxa de  $1^\circ\text{C}$  por minuto. Quando isto ocorre?

### Seção 4.9 - Primitivas

1-4 Determine uma primitiva da função.

1. (a)  $f(x) = 6$   
(b)  $g(t) = 3t^2$
2. (a)  $f(x) = 2x$   
(b)  $g(x) = -1/x^2$
3. (a)  $h(q) = \cos q$   
(b)  $f(x) = e^x$
4. (a)  $g(t) = 1/t$   
(b)  $r(\theta) = \sec^2 \theta$

5-26 Determine a primitiva mais geral da função. (Confira sua resposta derivando-a.)

5.  $f(x) = 4x + 7$
6.  $f(x) = x^2 - 3x + 2$
7.  $f(x) = 2x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 5x$
8.  $f(x) = 6x^5 - 8x^4 - 9x^2$
9.  $f(x) = x(12x + 8)$
10.  $f(x) = (x - 5)^2$
11.  $g(x) = 4x^{-2/3} - 2x^{5/3}$
12.  $h(z) = 3z^{0.8} + z^{-2.5}$
13.  $f(x) = 3\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x}$
14.  $g(x) = \sqrt{x}(2 - x + 6x^2)$
15.  $f(t) = \frac{2t - 4 + 3\sqrt{t}}{\sqrt{t}}$
16.  $f(x) = \sqrt[4]{x^5} + \sqrt[5]{x^4}$
17.  $f(x) = \frac{2}{5x} - \frac{3}{x^2}$
18.  $f(x) = \frac{5x^2 - 6x + 4}{x^2}, x > 0$
19.  $g(t) = 7e^t - e^3$
20.  $f(x) = \frac{10}{x^6} - 2e^x + 3$
21.  $f(\theta) = 2 \operatorname{sen} \theta - 3 \operatorname{sec} \theta \tan \theta$
22.  $h(x) = \sec^2 x + \pi \cos x$
23.  $f(r) = \frac{4}{1+r^2} - \sqrt[3]{r^4}$
24.  $g(v) = 2 \cos v - \frac{3}{\sqrt{1-v^2}}$
25.  $f(x) = 2^x + 4 \operatorname{senh} x$
26.  $f(x) = \frac{2x^2 + 5}{x^2 + 1}$

29-54 Determine  $f$ .

29.  $f''(x) = 24x$
30.  $f'''(t) = t^2 - 4$
31.  $f'''(x) = 4x^3 + 24x - 1$
32.  $f'''(x) = 6x - x^4 + 3x^5$
33.  $f'''(x) = 2x + 3e^x$
34.  $f'''(x) = 1/x^2, x > 0$
35.  $f'''(t) = 12 + \operatorname{sen} t$
36.  $f'''(t) = \sqrt{t} - 2 \cos t$
37.  $f'(x) = 8x^3 + \frac{1}{x}, x > 0, f(1) = -3$
38.  $f'(x) = \sqrt{x} - 2, f(9) = 4$
39.  $f'(t) = \frac{4}{1+t^2}, f(1) = 0$
40.  $f'(t) = t + \frac{1}{t^3}, t > 0, f(1) = 6$
41.  $f'(t) = 5x^{2/3}, f(8) = 21$

42.  $f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$ ,  $f(1) = 5$
43.  $f'(t) = \sec t(\sec t + \tan t)$ ,  $-\pi/2 < t < \pi/2$ ,  
 $f(\pi/4) = -1$
44.  $f'(t) = 3^t - \frac{3}{t}$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f(-1) = 1$
45.  $f''(x) = -2 + 12x - 12x^2$ ,  $f(0) = 4$ ,  
 $f'(0) = 12$
46.  $f''(x) = 8x^3 + 5$ ,  $f(1) = 0$ ,  $f'(1) = 8$
47.  $f''(\theta) = \sin \theta + \cos \theta$ ,  $f(0) = 3$ ,  $f'(\pi/2) = 4$
48.  $f''(t) = t^2 + \frac{1}{t^2}$ ,  $t > 0$ ,  $f(2) = 3$ ,  $f'(1) = 2$
49.  $f''(x) = 4 + 6x + 24x^2$ ,  $f(0) = 3$ ,  $f(1) = 10$
50.  $f''(x) = x^3 + \sinh x$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f(2) = 2.6$
51.  $f''(x) = e^x - 2 \sin x$ ,  $f(0) = 3$ ,  $f(\pi/2) = 0$
52.  $f''(t) = \sqrt[3]{t} - \cos t$ ,  $t > 0$ ,  $f(0) = 2$ ,  
 $f(1) = 2$
53.  $f''(x) = x^{-2}$ ,  $x > 0$ ,  $f(1) = 0$ ,  $f(2) = 0$
54.  $f'''(x) = \cos x$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 2$ ,  $f''(0) = 3$

**65-70** Uma partícula move-se de acordo com os dados a seguir. Encontre a posição da partícula.

65.  $v(t) = 2 \cos t + 4 \sin t$ ,  $s(0) = 3$
66.  $v(t) = t^2 - 3\sqrt{t}$ ,  $s(4) = 8$
67.  $a(t) = 2t + 1$ ,  $s(0) = 3$ ,  $v(0) = -2$
68.  $a(t) = 3 \cos t - 2 \sin t$ ,  $s(0) = 0$ ,  $v(0) = 4$
69.  $a(t) = \sin t - \cos t$ ,  $s(0) = 0$ ,  $s(\pi) = 6$
70.  $a(t) = t^2 - 4t + 6$ ,  $s(0) = 0$ ,  $s(1) = 20$

71. Uma pedra é largada de um posto de observação da Torre CN, 450 m acima do solo.

- (a) Determine a distância da pedra acima do nível do solo no instante  $t$ .
- (b) Quanto tempo leva para a pedra atingir o solo?
- (c) Com que velocidade ela atinge o solo?
- (d) Se a pedra for atirada para baixo com uma velocidade de 5 m/s, quanto tempo levará para que atinja o solo?

72. Mostre que, para um movimento em uma reta com aceleração constante  $a$ , velocidade inicial  $v_0$  e deslocamento inicial  $s_0$ , o deslocamento depois de um tempo  $t$  é  $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$ .

75. Uma pedra é largada de um penhasco e atinge o solo com uma velocidade de 40 m/s. Qual a altura do penhasco?

80. Um carro está viajando a 80 km/h quando seu condutor freia completamente, produzindo uma desaceleração constante de 7 m/s<sup>2</sup>. Qual a distância percorrida antes de o carro parar?

81. Qual aceleração constante é necessária para aumentar a velocidade de um carro a 50 km/h para 80 km/h em 5 segundos?

82. Um carro é freado com uma desaceleração constante de 5 m/s<sup>2</sup>, produzindo marcas de frenagem medindo 60 m antes de parar completamente. Quão rápido estava o carro viajando quando o freio foi acionado pela primeira vez?

83. Um carro está viajando a 100 km/h quando o motorista vê um acidente 80 m adiante e pisa no freio. Qual desaceleração constante é necessária para parar o carro em tempo de evitar a batida?

### Seção 5.3 - O Teorema Fundamental do Cálculo

**O Teorema Fundamental do Cálculo, Parte 1** Se  $f$  for contínua em  $[a, b]$ , então a função  $g$  definida por

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt \quad a \leq x \leq b$$

é contínua em  $[a, b]$  e derivável em  $(a, b)$  e  $g'(x) = f(x)$ . *Abreviamos o nome deste teorema por TFC1. O teorema afirma que a derivada de uma integral definida com respeito ao seu limite superior é o integrando calculado no limite superior.*

**9-20** Use a Parte 1 do Teorema Fundamental do Cálculo para encontrar a derivada da função.

$$9. g(x) = \int_0^x \sqrt{t+t^3} dt$$

$$10. g(x) = \int_1^x \ln(1+t^2) dt$$

$$11. g(w) = \int_0^w \operatorname{sen}(1+t^3) dt$$

$$12. h(u) = \int_0^u \frac{\sqrt{t}}{t+1} dt$$

$$13. F(x) = \int_x^0 \sqrt{1+\sec t} dt \text{ [Dica: } \int_x^0 \sqrt{1+\sec t} dt = - \int_0^x \sqrt{1+\sec t} dt]$$

$$14. A(w) = \int_w^{-1} e^{t+t^2} dt$$

$$15. h(x) = \int_1^{e^x} \ln t dt$$

$$16. h(x) = \int_1^{\sqrt{x}} \frac{z^2}{z^4+1} dz$$

$$17. y = \int_1^{3x+2} \frac{t}{1+t^3} dt$$

$$18. y = \int_0^{\tan x} e^{-t^2} dt$$

$$19. y = \int_0^{\pi/4} \theta \tan \theta d\theta$$

$$20. y = \int_{1/x}^4 \sqrt{1+\frac{1}{t}} dt$$

**O Teorema Fundamental do Cálculo, Parte 2** Se  $f$  for contínua em  $[a, b]$ , então

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

onde  $F$  é qualquer primitiva de  $f$ , isto é, uma função tal que  $F' = f$ . *Abreviamos este teorema por TFC2.*

**21-24** Use a Parte 2 do Teorema Fundamental do Cálculo para calcular a integral

$$21. \int_{-1}^2 x^3 dx$$

$$22. \int_0^4 (x^2 - 4x) dx$$

$$23. \int_{\pi/2}^{2\pi} (2 \operatorname{sen} x) dx$$

$$24. \int_{-1}^1 (e^x + 2) dx$$

**25-54** Calcule a integral.

$$25. \int_1^2 (x^3 + 2x - 4) dx$$

$$35. \int_0^1 (u+2)(u-3) du$$

$$44. \int_0^1 (2 \operatorname{sen} x - e^x) dx$$

$$26. \int_{-1}^1 x^{100} dx$$

$$36. \int_0^4 (4-t)\sqrt{t} dt$$

$$45. \int_1^2 \frac{v^2 + 3v^6}{v^4} dv$$

$$27. \int_0^2 \left(\frac{1}{2}t^3 - \frac{3}{4}t^2 + \frac{2}{5}t\right) dt$$

$$37. \int_1^4 \frac{2+x^2}{\sqrt{x}} dx$$

$$46. \int_1^{18} \sqrt{\frac{3}{z}} dz$$

$$28. \int_0^1 (1 - 8v^3 + 16v^7) dv$$

$$38. \int_{-1}^2 (3u-2)(u+1) du$$

$$47. \int_0^1 (x^e + e^x) dx$$

$$29. \int_1^9 \sqrt{x} dx$$

$$39. \int_0^1 \left(2x + \frac{1}{x}\right) dx$$

$$48. \int_0^1 \cosh t dt$$

$$30. \int_1^8 x^{-2/3} dx$$

$$40. \int_0^5 (t^2 + \operatorname{sen} t) dt$$

$$49. \int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{8}{1+x^2} dx$$

$$31. \int_0^1 (t^2 + t^{3/2}) dt$$

$$41. \int_0^{\pi/3} \sec \theta \tan \theta d\theta$$

$$50. \int_1^3 \frac{(3x+1)^2}{x^3} dx$$

$$32. \int_1^2 \left(\frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^2}\right) dz$$

$$42. \int_1^3 \frac{y^3 - 2y^2 - y}{y^2} dy$$

$$51. \int_1^2 2^s ds$$

$$33. \int_{\pi/2}^0 \cos \theta d\theta$$

$$43. \int_0^1 (1+r)^3 dr$$

$$52. \int_{1/2}^{1/\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$34. \int_{-5}^5 e dx$$

$$53. \int_0^\pi f(x) dx \text{ onde } f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{se } 0 \leq x < \pi/2 \\ \cos x & \text{se } \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$54. \int_{-2}^2 f(x) dx \text{ onde } f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ 4-x^2 & \text{se } 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

## Seção 5.4 - Integrais Indefinidas

5-24 Encontre a integral indefinida geral.

- |  |   |                                       |
|--|---|---------------------------------------|
| 5. $\int (3x^2 + 4x + 1)dx$                        | 12. $\int (u^6 - 2u^5 - u^3 + \frac{2}{7})du$ | 19. $\int (\sen x + \sinh x)dx$       |
| 6. $\int (5 + 2\sqrt{x})dx$                        | 13. $\int (u + 4)(2u + 1)du$                  | 20. $\int (\frac{1+r}{r})^2 dr$       |
| 7. $\int (x + \cos x)dx$                           | 14. $\int \sqrt{t}(t^2 + 3t + 2)dt$           | 21. $\int (2 + \tan^2 \theta)d\theta$ |
| 8. $\int (\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})dx$        | 15. $\int \frac{1 + \sqrt{x} + x}{x} dx$      | 22. $\int \sec t(\sec t + \tan t)dt$  |
| 9. $\int (x^{1.3} + 7x^{2.5})dx$                   | 16. $\int (x^2 + 1 + \frac{1}{x^2 + 1})dx$    | 23. $\int 3 \csc^2 t dt$              |
| 10. $\int \sqrt{x^5}dx$                            | 17. $\int (e^x + \frac{1}{x})dx$              | 24. $\int \frac{\sen 2x}{\sen x} dx$  |
| 11. $\int (5 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x^3)dx$ | 18. $\int (2 + 3^x)dx$                        |                                       |

27-54 Calcule a integral.

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 27. $\int_{-2}^3 (x^2 - 3)dx$                                   | 37. $\int_{\pi/6}^{\pi/3} (4 \sec^2 y)dy$                            | 46. $\int_0^{\pi/3} \frac{\sen \theta + \sen \theta \tan^2 \theta}{\sec^2 \theta} d\theta$ |
| 28. $\int_1^4 (4x^3 - 3x^2 - 2x)dx$                             | 38. $\int_0^{\pi/2} (1 - 3 \cos t)dt$                                | 47. $\int_3^4 \frac{\sqrt{3}}{x} dx$   |
| 29. $\int_1^4 (8t^3 - 6t^2 - 2)dt$                              | 39. $\int_0^1 (\sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{x})dx$                         | 48. $\int_{-10}^{10} \frac{2e^x}{\sinh x + \cosh x} dx$                                    |
| 30. $\int_0^1 (\frac{1}{8}w + \frac{1}{4}w + \frac{1}{3}w^3)dw$ | 40. $\int_1^4 \frac{\sqrt{y} - y}{y^2} dy$                           | 49. $\int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{dr}{\sqrt{1-r^2}}$  |
| 31. $\int_0^2 (2x - 3)(4x^2 + 1)dx$                             | 41. $\int_1^2 (\frac{x}{2} - \frac{2}{x})dx$                         | 50. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \csc t \cot t dt$  |
| 32. $\int_0^1 (\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3})dx$                | 42. $\int_0^4 (5x - 5^x)dx$  | 51. $\int_{1/\sqrt{3}}^1 \frac{t^2 - 1}{t^4 - 1} dt$                                       |
| 33. $\int_1^2 (\frac{3x^2 + 4x + 1}{x})dx$                      | 43. $\int_{-2}^2 (\sinh x + \cosh x)dx$                              | 52. $\int_0^2  2x - 1 dx$  |
| 34. $\int_{-1}^1 t(1 - t)^2 dt$                                 | 44. $\int_0^{\pi/4} (3e^x - 4 \sec x \tan x)dx$                      | 53. $\int_{-2}^2 (x - 2 x )dx$   |
| 35. $\int_1^4 (\frac{4 + 6u}{\sqrt{u}})du$                      | 45. $\int_0^{\pi/4} \frac{1 + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta$ | 54. $\int_0^{3\pi/2}  \sen x dx$   |
| 36. $\int_0^1 \frac{4}{1+p^2} dp$                               |  |  |

## Seção 5.5 - A Regra da Substituição

1-8 Calcule a integral fazendo a substituição dada.

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\int \cos 2x dx, \quad u = 2x$      | 3. $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx, \quad u = x^3 + 1$                 | 5. $\int \frac{x^3}{x^4 - 5} dx, \quad u = x^4 - 5$                          |
| 2. $\int x e^{-x^2} dx, \quad u = -x^2$ | 4. $\int \sen^2 \theta \cos \theta d\theta, \quad u = \sen \theta$ | 6. $\int \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + \frac{1}{x}} dx, \quad u = 1 + \frac{1}{x}$ |

$$7. \int \frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt, \quad u = \sqrt{t}$$

$$8. \int z\sqrt{z-1} dz, \quad u = z-1$$

**9-54** Calcule a integral indefinida.

$$9. \int x\sqrt{1-x^2} dx$$

$$25. \int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$40. \int \frac{\cos(\pi/x)}{x^2} dx$$

$$10. \int (5-3x)^{10} dx$$

$$26. \int \sin x \sin(\cos x) dx$$

$$41. \int \sqrt{\cot x} \csc^2 x dx$$

$$11. \int t^3 e^{-t^4} dt$$

$$27. \int \sec^2 \theta \tan^3 \theta d\theta$$

$$42. \int \frac{2^t}{2^t+3} dt$$

$$12. \int \sin t \sqrt{1+\cos t} dt$$

$$28. \int x\sqrt{x+2} dx$$

$$43. \int \sinh^2 x \cosh x dx$$

$$13. \int \sin(\pi t/3) dt$$

$$29. \int \left(x - \frac{1}{x^2}\right) \left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^5 dx$$

$$44. \int \frac{dt}{\cos^2 t \sqrt{1+\tan t}}$$

$$14. \int \sec^2 2\theta d\theta$$

$$30. \int \frac{dx}{ax+b} \quad (a \neq 0)$$

$$45. \int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} dx$$

$$15. \int \frac{dx}{4x+7}$$

$$31. \int e^r (2+3e^r)^{3/2} dr$$

$$46. \int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

$$16. \int y^2 (4-y^3)^{2/3} dy$$

$$32. \int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$47. \int \cot x dx$$

$$17. \int \frac{\cos \theta}{1+\sin \theta} d\theta$$

$$33. \int \frac{\sec^2 \theta}{\tan^3 \theta} d\theta$$

$$48. \int \frac{\cos(\ln t)}{t} dt$$

$$18. \int \frac{z^2}{z^3+1} dz$$

$$34. \int \frac{\sec^2 x \sqrt{x}}{\tan^2 x} dx$$

$$49. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \sin^{-1} x}$$

$$19. \int \cos^3 \theta \sin \theta d\theta$$

$$35. \int \frac{(\arctan x)^2}{x^2+1} dx$$

$$50. \int \frac{x}{1+x^4} dx$$

$$20. \int e^{-5r} dr$$

$$36. \int \frac{1}{(x^2+1) \arctan x} dx$$

$$51. \int \frac{1+x}{1+x^2} dx$$

$$21. \int \frac{e^u}{(1-e^u)^2} du$$

$$37. \int 5^t \sin(5^t) dt$$

$$52. \int x^2 \sqrt{2+x} dx$$

$$22. \int \frac{\sin(1/x)}{x^2} dx$$

$$38. \int \frac{\sin \theta \cos \theta}{1+\sin^2 \theta} d\theta$$

$$53. \int x(2x+5)^8 dx$$

$$23. \int \frac{a+bx^3}{\sqrt{3ax+bx^4}} dx$$

$$39. \int \cos(1+5t) dt$$

$$54. \int x^3 \sqrt{x^2+1} dx$$

$$24. \int \frac{t+1}{3t^2+6t-5} dt$$

**59-80** Avalie a integral definida.

$$59. \int_0^1 \cos(\pi t/2) dt$$

$$63. \int_0^{\pi/6} \frac{\sin t}{\cos^2 t} dt$$

$$67. \int_{-\pi/4}^{\pi/4} (x^3 + x^4 \tan x) dx$$

$$60. \int_0^1 (3t-1)^{50} dt$$

$$64. \int_1^4 \frac{\sqrt{2+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$68. \int_0^{\pi/2} \cos x \sin(\sin x) dx$$

$$61. \int_0^1 \sqrt[3]{1+7x} dx$$

$$65. \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$$

$$69. \int_0^{13} \frac{dx}{\sqrt[3]{(1+2x)^2}}$$

$$62. \int_0^{2\pi/3} \csc^2\left(\frac{1}{2}t\right) dt$$

$$66. \int_0^1 \frac{e^z}{1+e^{2z}} dz$$

$$70. \int_0^a x\sqrt{a^2-x^2} dx$$

71.  $\int_0^a x\sqrt{x^2+a^2}dx \quad (a > 0)$

75.  $\int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$

78.  $\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$

72.  $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} x^4 \sin x dx$

76.  $\int_0^2 (x-1)e^{(x-1)^2} dx$

79.  $\int_0^4 \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^4}$

73.  $\int_1^4 x\sqrt{x-1} dx$

74.  $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{1+2x}} dx$

77.  $\int_0^1 \frac{e^z+1}{e^z+z} dz$

80.  $\int_1^{16} \frac{\sqrt{x}}{1+x^{3/4}} dx$

## Capítulo 5 - Integrais — REVISÃO

11-42 Calcule a integral, se existir.

11.  $\int_0^{10} (x^2+5x)dx$

16.  $\int_0^1 (\sqrt[4]{u}+1)^2 du$

21.  $\int_0^1 v^2 \cos(v^3) dv$

26.  $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+1}$

12.  $\int_0^7 (x^4-8x+7)dx$

17.  $\int_0^1 y(y^2+1)^5 dy$

22.  $\int_{-1}^1 \frac{\sin x}{1+x^2} dx$

27.  $\int_0^1 \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}} dx$

13.  $\int_0^1 (1-x^9)dx$

18.  $\int_0^2 y^2 \sqrt{1+y^3} dy$

23.  $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{t^4 \tan t}{2+\cos t} dt$

28.  $\int \frac{\csc^2 x}{1+\cot x} dx$

14.  $\int_0^1 (1-x)^9 dx$

19.  $\int_1^5 \frac{dt}{(t-4)^2}$

24.  $\int_{-2}^2 \frac{z^2+1}{z^3-z} dz$

29.  $\int \sin \pi t \cos \pi t dt$

15.  $\int_1^4 (\sqrt{u}-2u^2) du$

20.  $\int_0^1 \sin(3\pi t) dt$

25.  $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$

30.  $\int \sin x \cos(\cos x) dx$

31.  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

35.  $\int \frac{x^3}{1+x^4} dx$

39.  $\int_0^1 x(1-x^2)^{2/3} dx$

32.  $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$

36.  $\int \sinh(1+4x) dx$

40.  $\int_0^8 \frac{x}{x-3} dx$

33.  $\int \tan x \ln(\cos x) dx$

37.  $\int \frac{\sec \theta \tan \theta}{1+\sec \theta} d\theta$

41.  $\int_0^1 |x^2-4| dx$

34.  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx$

38.  $\int_0^{\pi/4} (1+\tan t)^3 \sec^2 t dt$

42.  $\int_0^4 |\sqrt{x}-1| dx$

51-56 Encontre a derivada da função.

51.  $F(x) = \int_0^x \frac{t^2}{1+t^3} dt$

53.  $g(x) = \int_0^{x^4} \cos(t^2) dt$

55.  $y = \int_{\sqrt{x}}^x \frac{e^t}{t} dt$

52.  $F(x) = \int_x^1 \sqrt{t+\sin t} dt$

54.  $g(x) = \int_1^{\sin x} \frac{1-t^2}{1+t^4} dt$

56.  $y = \int_{2x}^{3x+1} \sin(t^4) dt$

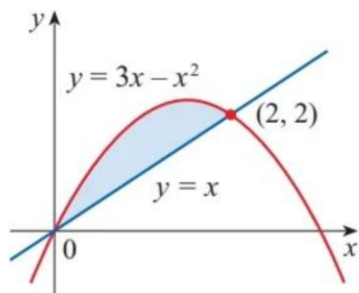
## Seção 6.1 - Áreas entre Curvas

1-4

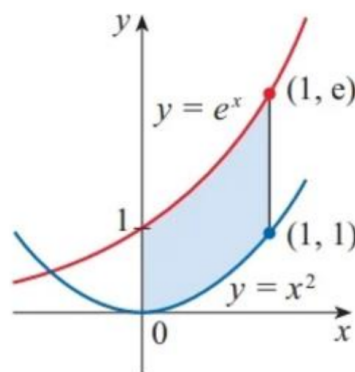
(a) Defina a integral que fornece a área da região sombreada.

(b) Encontre a área calculando a integral.

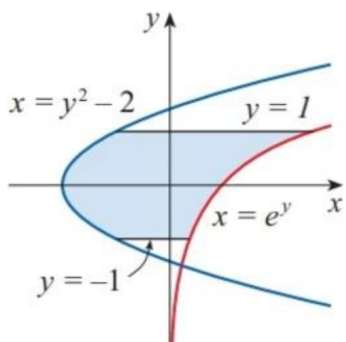
1. Curvas:  $y = 3x - x^2$  e  $y = x$ .



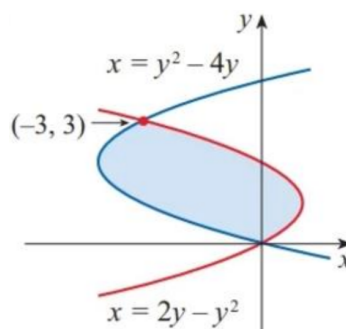
2. Curvas:  $y = e^x$ ,  $y = x^2$ ,  $x = 0$  e  $x = 1$ .



3. Curvas:  $x = y^2 - 2$ ,  $x = e^y$ ,  $y = -1$  e  $y = 1$ .

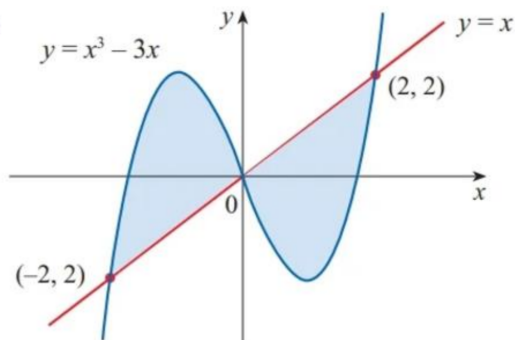


4. Curvas:  $x = y^2 - 4y$  e  $x = 2y - y^2$ .

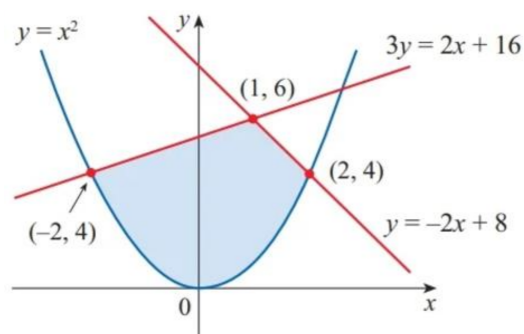


5-6 Determine a área da região sombreada.

5. Curvas:  $y = x^3 - 3x$  e  $y = x$ .



6. Curvas:  $y = x^2$ ,  $3y = 2x + 16$  e  $y = -2x + 8$ .



7-10 Defina, mas não calcule, uma integral que represente a área da região compreendida entre as curvas fornecidas.

7.  $y = 2^x$ ,  
 $y = 3^x$ ,  $x = 1$

8.  $y = \ln x$ ,  
 $y = \ln(x^2)$ ,  $x = 2$

9.  $y = 2 - x$ ,  
 $y = 2x - x^2$

10.  $x = y^4$ ,  
 $x = 2 - y^2$

11-18 Esboce a região delimitada pelas curvas fornecidas. Decida se é preferível integrar em relação a  $x$  ou a  $y$ . Desenhe um retângulo aproximante típico, indicando sua altura e largura. Em seguida, determine a área da região.

11.  $y = x^2 + 2$ ,  $y = -x - 1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$

12.  $y = 1 + x^2$ ,  $y = 2 - x$ ,  $x = -1$ ,  $x = 0$

13.  $y = 1/x$ ,  $y = 1/x^2$ ,  $x = 2$

14.  $y = \cos x$ ,  $y = e^x$ ,  $x = \pi/2$

15.  $y = (x - 2)^2$ ,  $y = x$

16.  $y = x^2 - 4x$ ,  $y = 2x$

17.  $x = 1 - y^2$ ,  $x = y^2 - 1$

18.  $4x + y^2 = 12$ ,  $x = y$

19-36 Esboce a região delimitada pelas curvas indicadas e encontre sua área.

19.  $y = 12 - x^2$ ,  $y = x^2 - 6$

21.  $x = 2y^2$ ,  $x = 4 + y^2$

23.  $y = \sqrt[3]{2x}$ ,  $y = \frac{1}{2}x$

20.  $y = x^2$ ,  $y = 4x - x^2$

22.  $y = \sqrt{x - 1}$ ,  $x - y = 1$

24.  $y = x^3$ ,  $y = x$

25.  $y = x^4, y = \frac{1}{2}, 0 \leq x \leq 16$

26.  $y = \cos x, y = 2 - \cos x, 0 \leq x \leq 2\pi$

27.  $y = \cos x, y = \sin 2x, 0 \leq x \leq \pi/2$

28.  $y = \cos x, y = 1 - \cos x, 0 \leq x \leq \pi$

29.  $y = \sec^2 x, y = 8 \cos x, -\pi/3 \leq x \leq \pi/3$

30.  $y = x^4 - 3x^2, y = x^2$

31.  $y = x^2, y = 2 - |x|$

32.  $y = x^4, y = \frac{32}{x^2 + 4}$

33.  $y = \sin \frac{\pi x}{2}, y = x^3$

34.  $y = 4 - 2 \cosh x, y = \frac{1}{2} \sinh x$

35.  $y = 1/x, y = x, y = \frac{1}{4}x, x > 0$

36.  $y = \frac{1}{4}x^2, y = 2x^2, x + y = 3, x \geq 0$

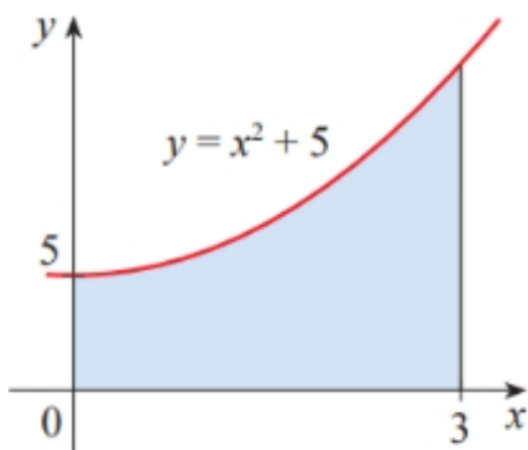
## Seção 6.2 - Volumenes

**Esta seção não se aplica à JLC062 - apenas JCE222**

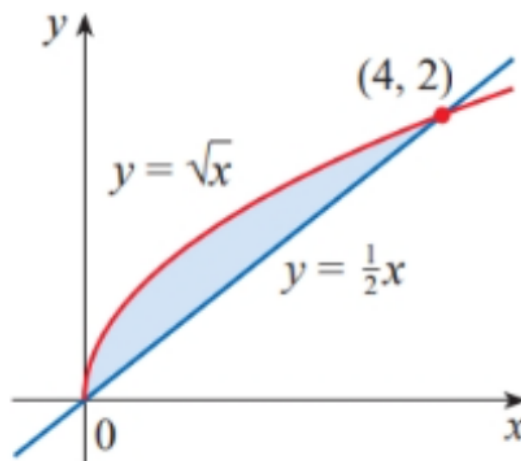
1-4 Um sólido é obtido pela rotação da região sombreada em torno da reta indicada.

- Esboce o sólido e um disco ou uma arruela típica.
- Defina a integral que fornece o volume do sólido.
- Determine o volume do sólido calculando a integral.

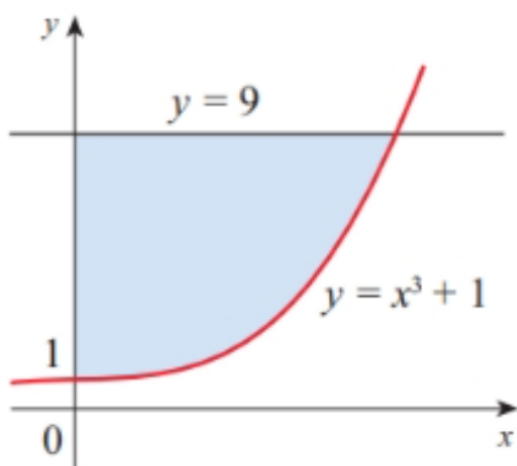
1. Em torno do eixo  $x$



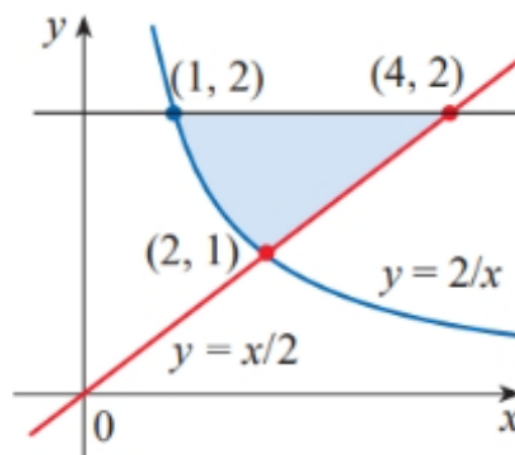
2. Em torno do eixo  $x$



3. Em torno do eixo  $y$



4. Em torno do eixo  $y$



11-28 Encontre o volume do sólido obtido pela rotação da região delimitada pelas curvas dadas em torno das retas especificadas. Esboce a região, o sólido e um disco ou arruela típicos.

11.  $y = x + 1, y = 0, x = 0, x = 2$ ;  
em torno do eixo  $x$

13.  $x = \sqrt{x - 1}, y = 0, x = 5$ ;  
em torno do eixo  $x$

15.  $x = 2\sqrt{y}, x = 0, y = 9$ ;  
em torno do eixo  $y$

12.  $y = 1/x, y = 0, x = 1, x = 4$ ;  
em torno do eixo  $x$

14.  $y = e^x, y = 0, x = -1, x = 1$ ;  
em torno do eixo  $x$

16.  $2x = y^2, x = 0, y = 4$ ;  
em torno do eixo  $y$

17.  $y = x^2, y = 2x$ ;  
em torno do eixo  $y$

18.  $y = 6 - x^2, y = 2$ ;  
em torno do eixo  $x$

19.  $y = x^2, y = \sqrt{x}$ ;  
em torno do eixo  $x$

20.  $x = 2 - y^2, x = y^4$ ;  
em torno do eixo  $y$

21.  $y = x^2, x = y^2$ ;  
em torno de  $y = 1$

22.  $y = x^3, y = 1, x = 2$ ;  
em torno de  $y = -3$

23.  $y = 1 + \sec x, y = 3$ ;  
em torno de  $y = 1$

24.  $y = \sin x, y = \cos x$ ,  
 $0 \leq x \leq \pi/4$ ;  
em torno de  $y = -1$

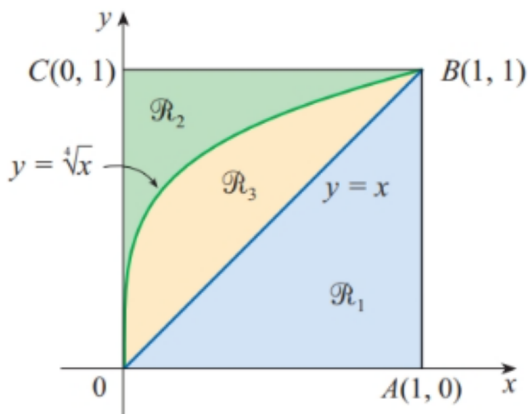
25.  $y = x^3, y = 0, x = 1$ ;  
em torno de  $x = 2$

26.  $xy = 1, y = 0, x = 1, x = 2$ ;  
em torno de  $x = -1$

27.  $x = y^2, x = 1 - y^2$ ;  
em torno de  $x = 3$

28.  $y = x, y = 0, x = 2, x = 4$ ;  
em torno de  $x = 1$

29-40 Veja a figura e encontre o volume gerado pela rotação da região ao redor da reta especificada.



29.  $\mathcal{R}_1$  em torno de  $OA$

30.  $\mathcal{R}_1$  em torno de  $OC$

31.  $\mathcal{R}_1$  em torno de  $AB$

32.  $\mathcal{R}_1$  em torno de  $BC$

33.  $\mathcal{R}_2$  em torno de  $OA$

34.  $\mathcal{R}_2$  em torno de  $OC$

35.  $\mathcal{R}_2$  em torno de  $AB$

36.  $\mathcal{R}_2$  em torno de  $BC$

37.  $\mathcal{R}_3$  em torno de  $OA$

38.  $\mathcal{R}_3$  em torno de  $OC$

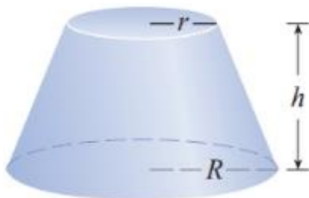
39.  $\mathcal{R}_3$  em torno de  $AB$

40.  $\mathcal{R}_3$  em torno de  $BC$

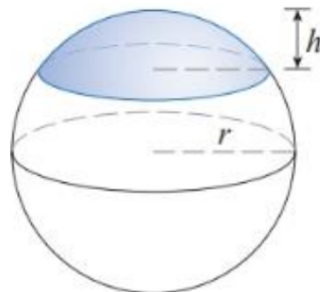
59-74 Encontre o volume do sólido  $S$  descrito.

59. Um cone circular reto com altura  $h$  e base com raio  $r$ .

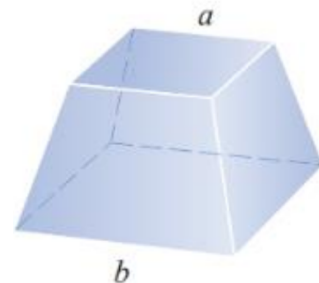
60. Um tronco de um cone circular reto com altura  $h$ , raio da base inferior  $R$  e raio de base superior  $r$ .



61. Uma calota de uma esfera de raio  $r$  e altura  $h$ .

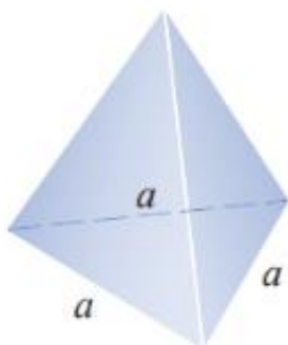


62. Um tronco de pirâmide com base quadrada de lado  $b$ , topo quadrado de lado  $a$  e altura  $h$ .



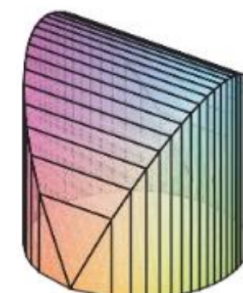
63. Uma pirâmide com altura  $h$  e base retangular com lados  $b$  e  $2b$ .

64. Uma pirâmide com altura  $h$  e base triangular equilátera com lado  $a$  (um tetraedro).



65. Um tetraedro com três faces perpendiculares entre si e as três arestas perpendiculares entre si com comprimentos de 3 cm, 4 cm e 5 cm.

66. A base de  $S$  é um disco circular com raio  $r$ . As seções transversais paralelas, perpendiculares à base, são quadradas.



O que acontece se  $a = b$ ? O que acontece se  $a = 0$ ?

67. A base de  $S$  é uma região elíptica delimitada pela curva  $9x^2 + 4y^2 = 36$ . As seções transversais perpendiculares ao eixo  $x$  são triângulos isósceles retos com hipotenusa na base.

68. A base de  $S$  é a região triangular com vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$ . As seções transversais perpendiculares ao eixo  $y$  são triângulos equiláteros.

69. A base de  $S$  é a mesma base do Exercício 68, mas as seções transversais perpendiculares ao eixo  $x$  são quadradas.

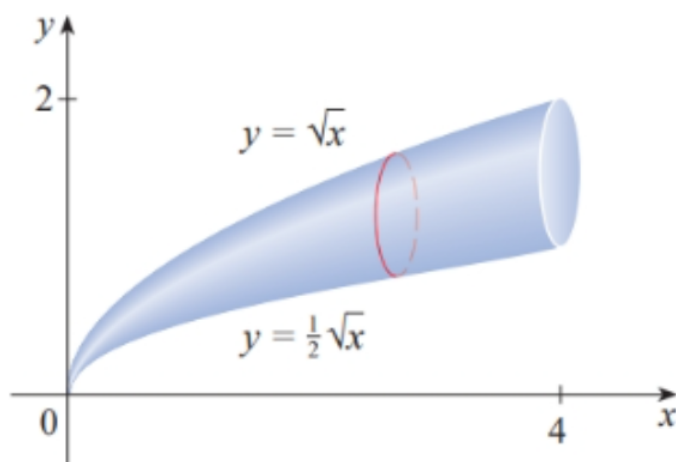
70. A base de  $S$  é a região delimitada pela parábola  $y = 1 - x^2$  e pelo eixo  $x$ . As seções transversais perpendiculares ao eixo  $y$  são quadradas.

71. A base de  $S$  é a mesma base do Exercício 70, mas as seções transversais perpendiculares ao eixo  $x$  são triângulos isósceles com altura igual à base.

72. A base de  $S$  é a região delimitada por  $y = 2 - x^2$  e pelo eixo  $x$ . As seções transversais perpendiculares ao eixo  $y$  são quartos de círculos.

73. O sólido  $S$  é limitado por círculos que são perpendiculares ao eixo  $x$ , interceptam o eixo  $x$  e têm centros na parábola  $y = \frac{1}{2}(1 - x^2)$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ .

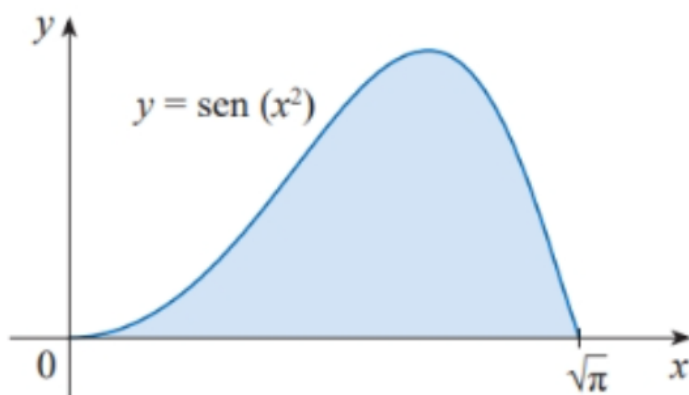
74. As seções transversais do sólido  $S$  em planos perpendiculares ao eixo  $x$  são círculos cujos diâmetros se estendem da curva  $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$  à curva  $y = \sqrt{x}$ , para  $0 \leq x \leq 4$ .



### Seção 6.3 - Volumens por Cascas Cilíndricas

*Esta seção não se aplica à JLC062 - apenas JCE222*

2. Considere  $S$  o sólido obtido pela rotação da região mostrada na figura em torno do eixo  $y$ . Esboce uma casca cilíndrica típica e encontre sua circunferência e altura. Use cascas para encontrar o volume de  $S$ . Você acha que esse método é preferível ao fatiamento? Explique.

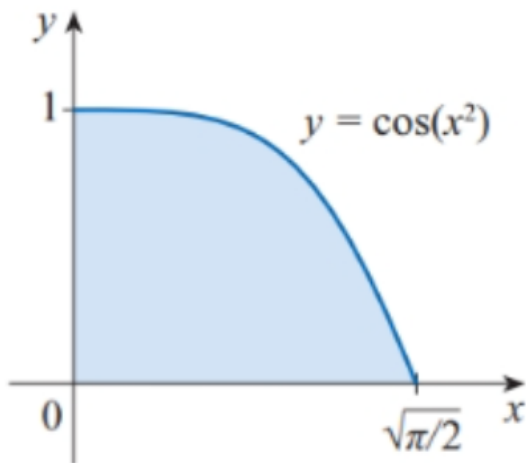


3-4 Um sólido é obtido pela rotação da região sombreada em torno da reta especificada.

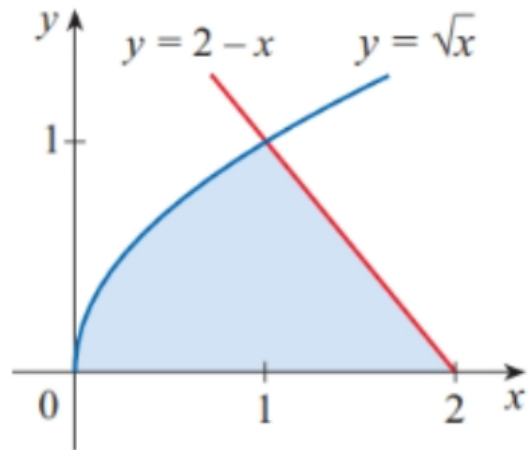
(a) Usando o método das cascas cilíndricas, defina uma integral que forneça o volume do sólido.

(b) Determine o volume do sólido calculando a integral.

3. Em torno do eixo  $y$



4. Em torno do eixo  $x$



**5-8** Defina, mas não calcule, uma integral que forneça o volume do sólido obtido pela rotação da região compreendida entre as curvas dadas em torno da reta especificada.

5.  $y = \ln x, y = 0, x = 2$ ; em torno do eixo  $y$

7.  $y = \sin^{-1} x, y = \pi/2, x = 0$ ; em torno de  $y = 3$

6.  $y = x^4, y = 8, x = 0$ ; em torno do eixo  $x$

8.  $y = 4x - x^2, y = x$ ; em torno de  $x = 7$

**9-14** Use o método das cascas cilíndricas para achar o volume gerado pela rotação da região delimitada pelas curvas em torno do eixo  $y$ .

9.  $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 4$

11.  $y = 1/x, y = 0, x = 1, x = 4$

13.  $y = \sqrt{5 + x^2}, y = 0, x = 0, x = 2$

10.  $y = x^2, y = 0, x = 1, x = 2$

12.  $y = e^{-x^2}, y = 0, x = 0, x = 1$

14.  $y = 4x - x^2, y = x$

**15-20** Use o método das cascas cilíndricas para encontrar o volume do sólido obtido pela rotação da região delimitada pelas curvas dadas em torno do eixo  $x$ .

15.  $xy = 1, x = 0, y = 1, y = 3$

17.  $y = x^{3/2}, y = 8, x = 0$

19.  $x = 1 + (y - 2)^2, x = 2$

16.  $y = \sqrt{x}, x = 0, y = 2$

18.  $x = -3y^2 + 12y - 9, x = 0$

20.  $x + y = 4, x = y^2 - 4y + 4$

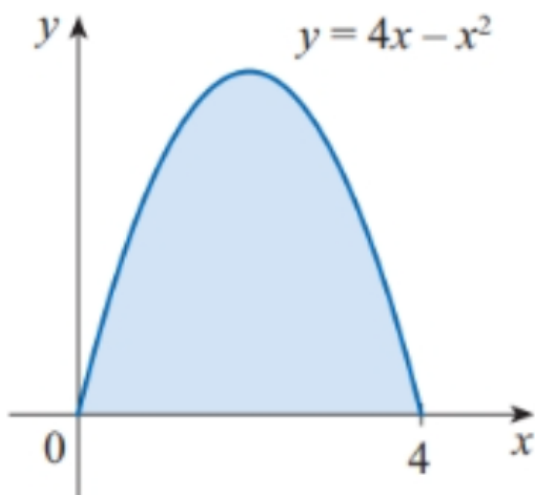
**23-24** Um sólido é obtido pela rotação da região sombreada em torno da reta especificada.

(a) Esboce o sólido e uma casca cilíndrica aproximante típica.

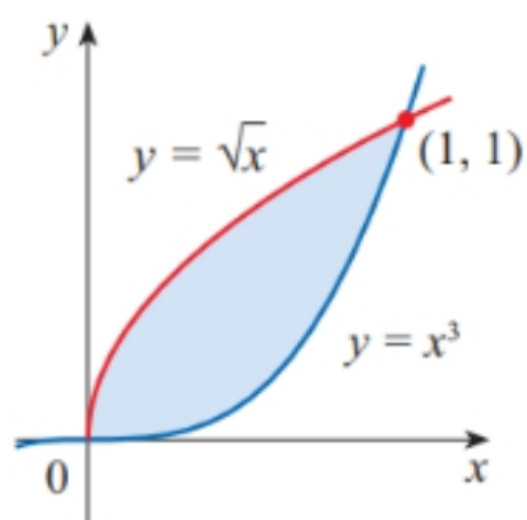
(b) Use o método das cascas cilíndricas para definir uma integral que forneça o volume do sólido.

(c) Determine o volume do sólido calculando a integral.

**23.** Em torno de  $x = -2$



**24.** Em torno de  $y = -1$



**25-30** Use o método das cascas cilíndricas para achar o volume gerado pela rotação da região delimitada pelas curvas dadas em torno do eixo especificado.

25.  $y = x^2, y = 8, x = 0$ ; em torno de  $x = 3$

28.  $y = \sqrt{x}, x = 2y$ ; em torno de  $x = 5$

26.  $y = 4 - 2x, y = 0, x = 0$ ; em torno de  $x = -1$

29.  $x = 2y^2, y \geq 0, x = 2$ ; em torno de  $y = 2$

27.  $y = 4x - x^2, y = 3$ ; em torno de  $x = 1$

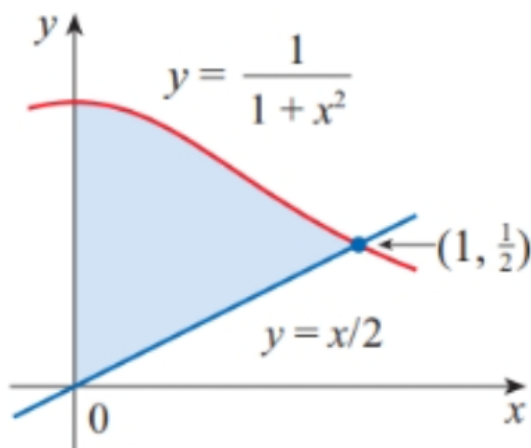
30.  $x = 2y^2, x = y^2 + 1$ ; em torno de  $y = -2$

**47-52** Um sólido é obtido pela rotação da região sombreada em torno da reta especificada.

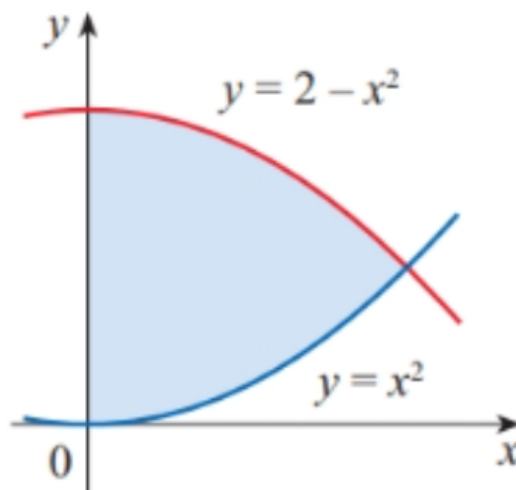
(a) Usando qualquer método à sua escolha, defina uma integral que forneça o volume do sólido.

(b) Determine o volume do sólido calculando a integral.

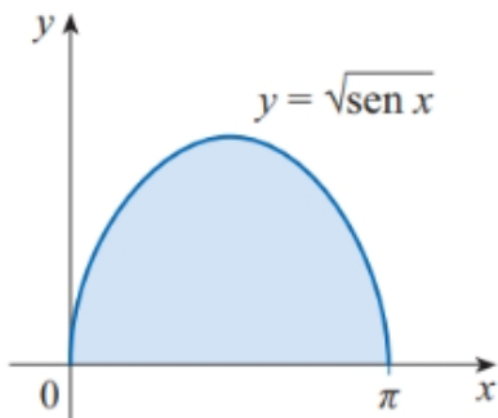
**47.** Em torno do eixo  $y$



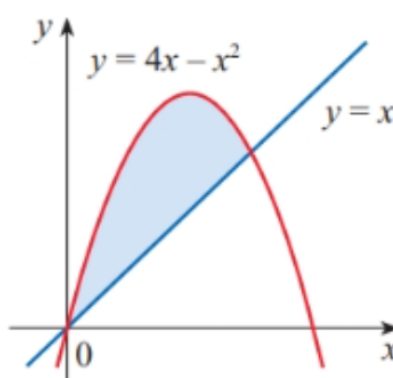
**48.** Em torno do eixo  $x$



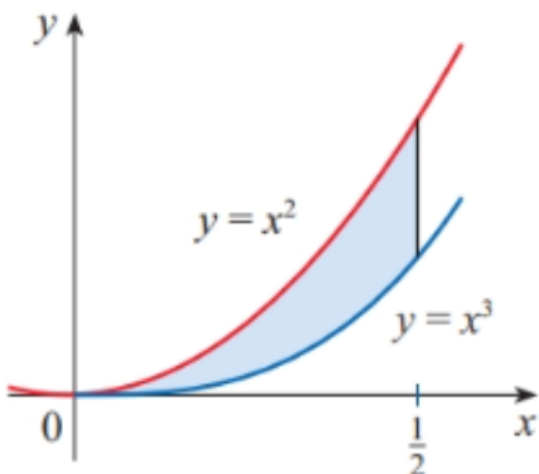
**49.** Em torno do eixo  $x$



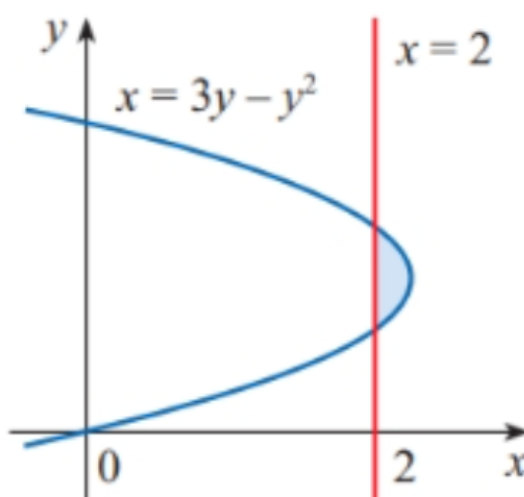
**50.** Em torno do eixo  $y$



**51.** Em torno da reta  $x = -2$



**52.** Em torno da reta  $y = 3$



**53-59** A região delimitada pelas curvas dadas é girada em torno do eixo especificado. Ache o volume do sólido resultante por qualquer método.

53.  $y = -x^2 + 6x - 8, y = 0$ ; em torno do eixo  $y$

57.  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ ; em torno do eixo  $y$

54.  $y = -x^2 + 6x - 8, y = 0$ ; em torno do eixo  $x$

58.  $x = (y - 3)^2, x = 4$ ; em torno de  $y = 1$

55.  $y^2 - x^2 = 1, y = 2$ ; em torno do eixo  $x$

59.  $x = (y - 1)^2, x - y = 1$ ; em torno de  $x = -1$

56.  $y^2 - x^2 = 1, y = 2$ ; em torno do eixo  $y$

**61-63** Use cascas cilíndricas para encontrar o volume do sólido.

61. Uma esfera de raio  $r$ .

63. Um cone circular reto com altura  $h$  e base com raio  $r$ .

## Seção 7.1 - Integração por Partes

**1-4** Calcule a integral usando a integração por partes com as escolhas de  $u$  e  $dv$  indicadas.

1.  $\int xe^{2x} dx$ ;  $u = x, dv = e^{2x} dx$

3.  $\int x \cos 4x dx$ ;  $u = x, dv = \cos 4x dx$

2.  $\int \sqrt{x} \ln x dx$ ;  $u = \ln x, dv = \sqrt{x} dx$

4.  $\int \arcsen x dx$ ;  $u = \arcsen^{-1} x, dv = dx$

**5-42** Calcule a integral.

5.  $\int te^{2t} dt$

15.  $\int t^4 \ln t dt$

25.  $\int z^3 e^z dz$

34.  $\int_0^{2\pi} t^2 \sen 2t dt$

6.  $\int ye^{-y} dy$

16.  $\int \tan^{-1}(2y) dy$

26.  $\int (\arcsen x)^2 dx$

35.  $\int_0^{\pi} x \sen x \cos x dx$

7.  $\int x \sen 10x dx$

17.  $\int t \csc^2 t dt$

27.  $\int (1 + x^2)e^{3x} dx$

36.  $\int_1^{\sqrt{3}} \arctan(1/x) dx$

8.  $\int (\pi - x) \cos \pi x dx$

18.  $\int x \cosh ax dx$

28.  $\int_0^{1/2} \sen^{-1} \theta d\theta$

37.  $\int_1^e t^5 \ln t dt$

9.  $\int w \ln w dw$

19.  $\int (\ln x)^2 dx$

29.  $\int_0^1 x3^x dx$

38.  $\int_1^2 \frac{(\ln x)^2}{x^3} dx$

10.  $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

20.  $\int \frac{z}{10^z} dz$

30.  $\int_0^1 \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$

39.  $\int_1^{e^{\pi/2}} \sen x \ln(\cos x) dx$

11.  $\int (x^2 + 2x) \cos x dx$

21.  $\int e^{-t} \cos t dt$

31.  $\int_0^2 y \senh y dy$

40.  $\int_0^1 \frac{r}{\sqrt{4+r^2}} dr$

12.  $\int t \sen \beta t dt$

22.  $\int e^x \sen \pi x dx$

32.  $\int_1^2 \ln^2 w dw$

41.  $\int_0^1 \cos x \senh x dx$

13.  $\int \arccos x dx$

23.  $\int e^{2\theta} \sen 3\theta d\theta$

33.  $\int_1^e \frac{\ln R}{R^2} dR$

42.  $\int_0^1 e^t \sen(t - s) ds$

14.  $\int \ln \sqrt[3]{x} dx$

24.  $\int e^{-x} \cos 2x dx$

**43-48** Primeiro faça uma substituição e então use integração por partes para calcular a integral.

43.  $\int e^{\sqrt{x}} dx$

45.  $\int_{\sqrt{\pi/2}}^{\sqrt{\pi}} \theta^3 \cos(\theta^2) d\theta$

47.  $\int x \ln(1+x) dx$

44.  $\int \cos(\ln x) dx$

46.  $\int_0^{\pi} e^{\cos t} \sen 2t dt$

48.  $\int \frac{\arcsen(\ln x)}{x} dx$

## Seção 7.2 - Integrais Trigonômétricas

1-56 Calcule a integral.

1.  $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$
2.  $\int \cos^6 y \sin^3 y dy$
3.  $\int_0^{\pi/2} \cos^9 x \sin^5 x dx$
4.  $\int_0^{\pi} \sin^5 x dx$
5.  $\int \sin^2(2t) \cos^2(2t) dt$
6.  $\int \cos^3(t/2) \sin^2(t/2) dt$
7.  $\int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta$
8.  $\int_0^{\pi/4} \sin^2(2\theta) d\theta$
9.  $\int_0^{\pi} \cos^4(2t) dt$
10.  $\int_0^{\pi} \sin^2 t \cos^4 t dt$
11.  $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^2 x dx$
12.  $\int_0^{\pi/2} (2 - \sin \theta)^2 d\theta$
13.  $\int \sqrt{\cos \theta} \sin^3 \theta d\theta$
14.  $\int (1 + \sqrt{\sin t}) \cos^3 t dt$
15.  $\int \sin x + \sec^3 x dx$
16.  $\int \csc^2 \theta \cos^3 \theta d\theta$
17.  $\int \cot x \cos^2 x dx$
18.  $\int \tan^2 x \cos^3 x dx$
19.  $\int \sin^2 x \sin 2x dx$
20.  $\int \sin x \cos(\frac{1}{2}x) dx$
21.  $\int \tan x \sec^3 x dx$
22.  $\int \tan^2 \theta \sec^4 \theta d\theta$
23.  $\int \tan^2 x dx$
24.  $\int (\tan^2 x + \tan^4 x) dx$
25.  $\int \tan^4 x \sec^6 x dx$
26.  $\int_0^{\pi/4} \sec^6 \theta \tan^6 \theta d\theta$
27.  $\int \tan^3 x \sec x dx$
28.  $\int \tan^5 x \sec^3 x dx$
29.  $\int \tan^3 x \sec^6 x dx$
30.  $\int_0^{\pi/4} \tan^4 t dt$
31.  $\int \tan^5 x dx$
32.  $\int \tan^2 x \sec x dx$
33.  $\int \frac{1 - \tan^2 x}{\sec^2 x} dx$
34.  $\int \frac{\tan x \sec^2 x}{\cos x} dx$
35.  $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx$
36.  $\int \frac{\sin \theta + \tan \theta}{\cos^3 \theta} d\theta$
37.  $\int_0^{\pi/6} \cot^2 x dx$
38.  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^3 x dx$
39.  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^5 \phi \csc^3 \phi d\phi$
40.  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \csc^6 \theta \cot^4 \theta d\theta$
41.  $\int \csc x dx$
42.  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \csc^3 x dx$
43.  $\int \sin 8x \cos 5x dx$
44.  $\int \sin 2\theta \sin 6\theta d\theta$
45.  $\int_0^{\pi/2} \cos 5t \cos 10t dt$
46.  $\int t \cos^3(t^2) dt$
47.  $\int \frac{\sec^2(1/t)}{t^2} dt$
48.  $\int \sec^2 y \cos^3(\tan y) dy$
49.  $\int_0^{\pi/6} \sqrt{1 + \cos 2x} dx$
50.  $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 - \cos 4\theta} d\theta$
51.  $\int t \sin^2 t dt$
52.  $\int x \sec x \tan x dx$
53.  $\int x \tan^2 x dx$
54.  $\int x \sin^3 x dx$
55.  $\int \frac{dx}{\cos x - 1}$
56.  $\int \frac{1}{\sec \theta + 1} d\theta$

## Seção 7.3 - Substituição Trigonométrica

1-4 (a) Determine uma substituição trigonométrica apropriada.

(b) Aplique a substituição para transformar a integral em uma integral trigonométrica. Não é necessário calcular a integral.

$$1. \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx \quad 2. \int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx \quad 3. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2}} \quad 4. \int \frac{\sqrt{9-x^2}}{(9-4x^2)^{3/2}} dx$$

**5-8** Calcule a integral usando a substituição trigonométrica indicada. Esboce e coloque legendas no triângulo retângulo associado.

$$5. \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad x = \sin \theta \quad 7. \int \frac{\sqrt{4x^2-25}}{x} dx \quad x = \frac{5}{2} \sec \theta$$

$$6. \int \frac{1}{\sqrt{9+x^2}} dx \quad x = 3 \tan \theta \quad 8. \int \sqrt{2-x^2} dx \quad x = \sqrt{2} \sin \theta$$

**9-36** Calcule a integral.

$$9. \int x^3 \sqrt{16+x^2} dx \quad 16. \int_0^{2/3} \sqrt{4-9x^2} dx \quad 23. \int \frac{x}{\sqrt{x^2-7}} dx \quad 30. \int_0^1 \sqrt{x-x^2} dx$$

$$10. \int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx \quad 17. \int_0^{1/2} x \sqrt{1-4x^2} dx \quad 24. \int \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx \quad 31. \int x^2 \sqrt{3+2x-x^2} dx$$

$$11. \int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx \quad 18. \int \frac{dt}{\sqrt{4+t^2}} \quad 25. \int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx \quad 32. \int \frac{x^2}{(3+4x-4x^2)^{3/2}} dx$$

$$12. \int_0^6 \frac{x}{\sqrt{36-x^2}} dx \quad 19. \int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx \quad 26. \int_0^{0.3} \frac{x}{(9-25x^2)^{3/2}} dx \quad 33. \int \sqrt{x^2+2x} dx$$

$$13. \int_0^a \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} \quad a > 0 \quad 20. \int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^2} \quad 27. \int_0^{0.6} \frac{x^2}{\sqrt{9-25x^2}} dx \quad 34. \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-2x+2}}{(x^2-2x+2)^2} dx$$

$$14. \int \frac{dt}{t^2 \sqrt{t^2-16}} \quad 21. \int_0^a x^2 \sqrt{a^2-x^2} dx \quad 28. \int_0^1 \sqrt{x^2+1} dx \quad 35. \int x \sqrt{1-x^4} dx$$

$$15. \int_2^3 \frac{dx}{(x^2-1)^{3/2}} \quad 22. \int_{1/4}^{1/2} \frac{\sqrt{1-4x^2}}{x} dx \quad 29. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}} \quad 36. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos t}{\sqrt{1+\sin^2 t}} dt$$

37. (a) Use substituição trigonométrica para mostrar que

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2+a^2}) + C$$

(b) Use a substituição hiperbólica  $x = a \sinh t$  para mostrar que

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \sinh^{-1} \left( \frac{x}{a} \right) + C$$

38. Calcule

$$\int \frac{x^2}{(x^2+a^2)^{3/2}} dx$$

(a) por substituição trigonométrica.

(b) por substituição hiperbólica  $x = a \sinh t$ .

## Seção 7.4 - Integração de Funções Racionais por Frações Parciais

**1-6** Escreva a forma da decomposição em frações parciais da função (como no Exemplo 7). Não determine os valores numéricos dos coeficientes.

$$1. \quad (a) \frac{1}{(x-3)(x+5)} \quad (b) \frac{2x+5}{(x-2)^2(x^2+2)} \quad 2. \quad (a) \frac{x^3+x-6}{x^2+x} \quad (b) \frac{1}{x^2+x^3}$$

$$3. \quad (a) \frac{x^2 + 4}{x^3 - 3x^2 + 2x} \quad (b) \frac{x^2 + x}{x(2x - 1)^2(x^2 + 3)^2} \quad 5. \quad (a) \frac{x^2}{x^3 + x - 6} \quad (b) \frac{x^2 + 1}{(x^2 - x)(x^4 + 2x^2 + 1)}$$

$$4. \quad (a) \frac{5}{x^2 - 1} \quad (b) \frac{x^3 + x + 1}{(x^2 - 1)(x^2 - x)} \quad 6. \quad (a) \frac{x^4 - x}{x^2 - 4} \quad (b) \frac{x^4}{(x^2 - x + 1)(x^2 + 2)^2}$$

**7-40** Calcule a integral.

$$7. \int \frac{5}{(x-1)(x+4)} dx \quad 19. \int_0^1 \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)^2(x+2)} dx \quad 30. \int \frac{x^3 + 6x - 2}{x^4 + 6x^2} dx$$

$$8. \int \frac{x-12}{x^2-4x} dx \quad 20. \int_0^1 \frac{x(3-5x)}{(3x-1)(x-1)^2} dx \quad 31. \int \frac{x+4}{x^2+2x+5} dx$$

$$9. \int \frac{5x+1}{(2x+1)(x-1)} dx \quad 21. \int \frac{dt}{(t^2-1)^2} \quad 32. \int_0^1 \frac{x}{x^2+4x+13} dx$$

$$10. \int_0^1 \frac{y}{(y+4)(2y-1)} dy \quad 22. \int_0^1 \frac{3x^3+12x-20}{x^2-8x+16} dx \quad 33. \int \frac{1}{x^2-1} dx$$

$$11. \int_0^1 \frac{2}{2x^2+3x+1} dx \quad 23. \int \frac{10}{(x-1)(x^2+9)} dx \quad 34. \int \frac{x^3-2x^2+2x-5}{x^4+4x^2+3} dx$$

$$12. \int_0^1 \frac{x-4}{x^2-5x+6} dx \quad 24. \int \frac{3x^2-x+8}{x^3+4x} dx \quad 35. \int_0^1 \frac{x^3+2x}{x^4+4x^2+3} dx$$

$$13. \int \frac{1}{x(x-a)} dx \quad 25. \int_{-1}^0 \frac{x^3-4x+1}{x^2-3x+2} dx \quad 36. \int \frac{x^3+x-1}{x^2+1} dx$$

$$14. \int \frac{1}{(x+a)(x+b)} dx \quad 26. \int_1^2 \frac{x^3+4x^2+x-1}{x^3+x^2} dx \quad 37. \int \frac{5x^4+7x^2+x+2}{x(x^2+1)^2} dx$$

$$15. \int_2^3 \frac{x^2-x}{x^2-x+1} dx \quad 27. \int \frac{4x}{x^3+x^2+x+1} dx \quad 38. \int \frac{x^4+3x^2+1}{x^5+5x^3+5x} dx$$

$$16. \int_1^2 \frac{3t-2}{t+1} dt \quad 28. \int \frac{x^2+x+1}{(x^2+1)^2} dx \quad 39. \int \frac{x^2-3x+7}{(x^2-4x+6)^2} dx$$

$$17. \int_0^1 \frac{4y^2-7y-12}{y(y+2)(y-3)} dy \quad 29. \int \frac{x^3+4x+3}{x^4+5x^2+4} dx \quad 40. \int \frac{x^3+2x^2+3x-2}{(x^2+2x+2)^2} dx$$

**41-56** Faça uma substituição para expressar o integrando como uma função racional e então calcule a integral.

$$41. \int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} \quad 47. \int \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}} dx \quad 52. \int \frac{\sin x}{\cos^2 x - 3 \cos x} dx$$

$$42. \int \frac{dx}{2\sqrt{x+3}+x} \quad \text{[Dica: Subst. } u = \sqrt[6]{x} \text{.]}$$

$$43. \int \frac{dx}{x^2+x\sqrt{x}} \quad 48. \int \frac{1}{x-x^{3/5}} dx \quad 53. \int \frac{\sec^2 t}{\tan^2 t + 3 \tan t + 2} dt$$

$$44. \int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt[3]{x}} dx \quad 49. \int \frac{1}{x-3\sqrt[3]{x}} dx \quad 54. \int \frac{e^x}{(e^x-2)(e^{2x}+1)} dx$$

$$45. \int \frac{\sqrt{x+1}}{x^2} dx \quad 50. \int \sqrt{1+\sqrt{x}} dx \quad 55. \int \frac{dx}{1+e^x}$$

$$46. \int \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^2} \quad 51. \int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+3e^x+2} dx \quad 56. \int \frac{\cosh t}{\sinh^2 t + \sinh^4 t} dt$$

**68-69** Encontre a área da região sob a curva dada de 1 até 2.

68.  $y = \frac{1}{x^3 + x}$

69.  $y = \frac{x^2 + 1}{3x - x^2}$

70. Encontre o volume do sólido resultante se a região sob a curva

$$y = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$$

de  $x = 0$  a  $x = 1$  for girada em torno do: (a) eixo  $x$  e (b) eixo  $y$ .