

# Derivadas: Máximos e Mínimos

JLC062 \ JCE025

---

Prof.<sup>o</sup> Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul  
Universidade Federal do Paraná

Esta obra tem a licença Creative Commons “Atribuição-Compartilhalgual 4.0 Internacional”.



# Máximos e Mínimos Globais

## Definições

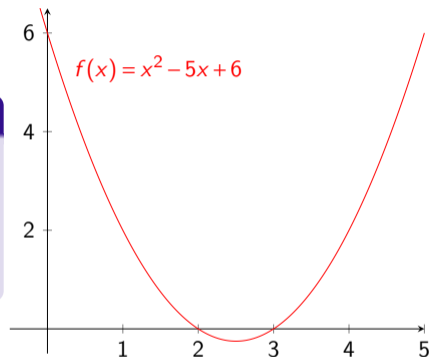
**Máximo** :  $\bar{x}$  é **máximo global** se  
 $f(\bar{x}) \geq f(x), \forall x$  do domínio.

**Mínimo** :  $\bar{x}$  é **mínimo global** se  
 $f(\bar{x}) \leq f(x), \forall x$  do domínio.

## Definições

**Máximo** :  $\bar{x}$  é **máximo global** se  $f(\bar{x}) \geq f(x)$ ,  $\forall x$  do domínio.

**Mínimo** :  $\bar{x}$  é **mínimo global** se  $f(\bar{x}) \leq f(x)$ ,  $\forall x$  do domínio.

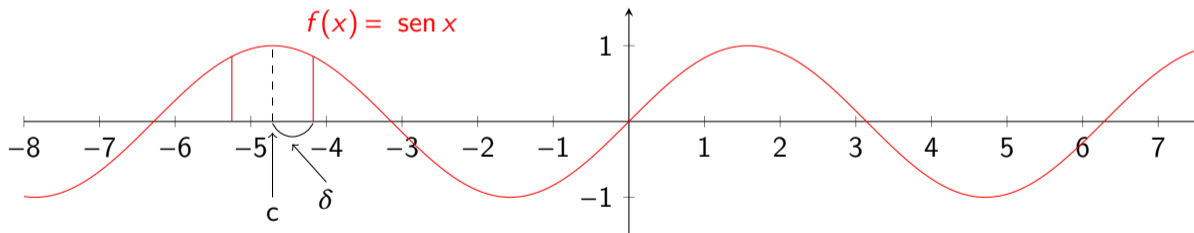


## Máximos e Mínimos Locais

## Máximo Local

$c$  é **máximo local** de  $f$  se  $f(c) \geq f(x)$  para valores de  $x$  próximos de  $c$ , ou seja,

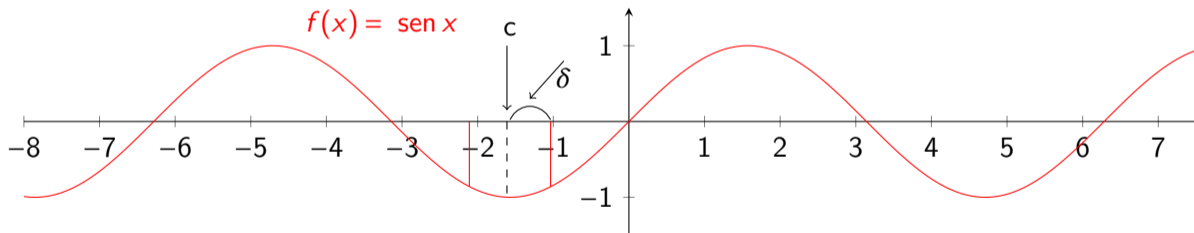
$$\exists \delta > 0 \mid |x - c| < \delta \implies f(c) \geq f(x)$$



## Mínimo Local

$c$  é **mínimo local** de  $f$  se  $f(c) \leq f(x)$  para valores de  $x$  próximos de  $c$ , ou seja,

$$\exists \delta > 0 \mid |x - c| < \delta \implies f(c) \leq f(x)$$



# Teoremas

# Teoremas

## Valor Extremo

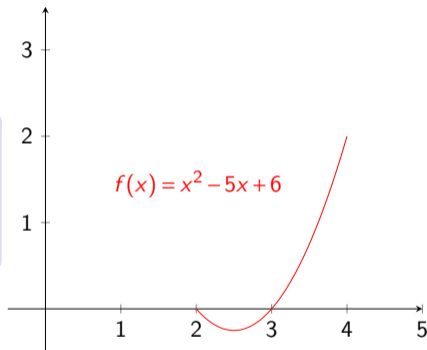
---

Se  $f$  é contínua em  $[a, b]$  então existem  $c, d, \in [a, b]$  tais que  $f(c)$  é o máximo de  $f$  no intervalo e  $f(d)$  o mínimo.

# Teoremas

## Valor Extremo

Se  $f$  é contínua em  $[a, b]$  então existem  $c, d, \in [a, b]$  tais que  $f(c)$  é o máximo de  $f$  no intervalo e  $f(d)$  o mínimo.



# Teoremas

## Fermat

---

### Enunciado

Se  $c$  for máximo (ou mínimo) de  $f$  sem ser extremo, e existe  $f'(c)$  então  $f'(c) = 0$ .

### Definição

Os valores  $c$  tais que  $f'(c) = 0$  são chamados **pontos críticos**.

# Teoremas

## Fermat

### Enunciado

Se  $c$  for máximo (ou mínimo) de  $f$  sem ser extremo, e existe  $f'(c)$  então  $f'(c) = 0$ .

### Definição

Os valores  $c$  tais que  $f'(c) = 0$  são chamados **pontos críticos**.

### Importante!

Máximos e mínimos locais são pontos críticos, porém nem todo ponto crítico é máximo ou mínimo local!

**Ex:**  $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x$   
 $\Rightarrow f'(x) =$

# Teoremas

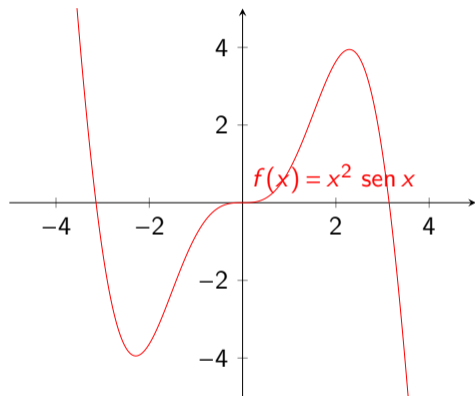
## Fermat

### Enunciado

Se  $c$  for máximo (ou mínimo) de  $f$  sem ser extremo, e existe  $f'(c)$  então  $f'(c) = 0$ .

### Definição

Os valores  $c$  tais que  $f'(c) = 0$  são chamados **pontos críticos**.



## Exemplos

# Exemplos

Ex. 1

---

Encontrar os pontos críticos de  $f(x) = ax^2 + bx + c$

# Comportamento

# Comportamento

Voltando à Aproximação Linear

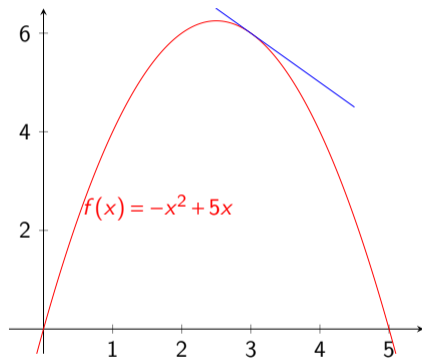
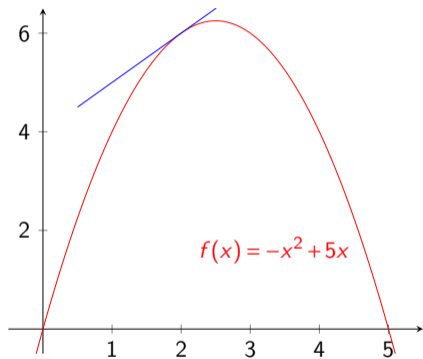
---

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

# Comportamento

## Voltando à Aproximação Linear

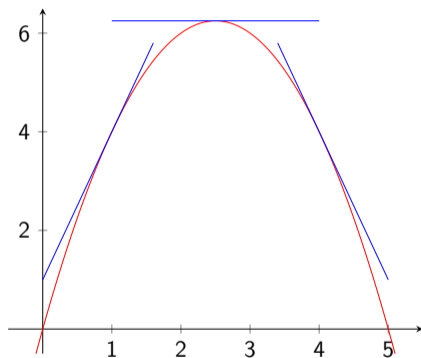
---

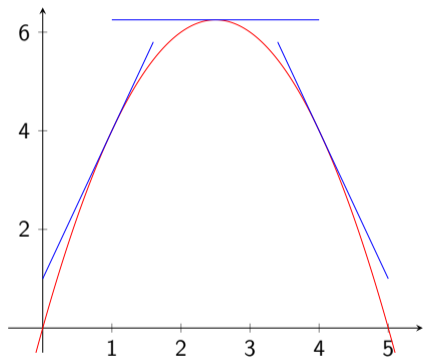


# Comportamento

## Aplicando TVI

---





### Teste da 1ª derivada

Dado que existe  $f'(x)$  para  $x = a$ ;  $f'(a) = 0$ ;  
 $b < a < c$  para  $b$  e  $c$  próximos de  $a$ :

- Se  $f'(b) > 0$  e  $f'(c) < 0$  então  $a$  é máximo local
- Se  $f'(b) < 0$  e  $f'(c) > 0$  então  $a$  é mínimo local
- Se não há troca de Sinal, verificar!!!

## Exemplos

# Exemplos

Ex. 2

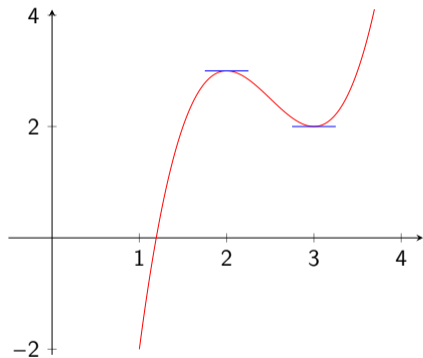
---

Encontrar e classificar os pontos críticos de  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 25$

# Exemplos

## Ex. 2

Encontrar e classificar os pontos críticos de  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 25$



# Exemplos

Ex. 3

---

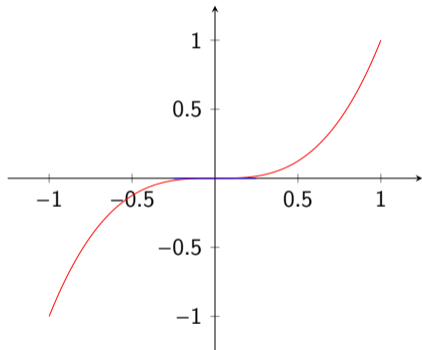
Encontrar e classificar os pontos críticos de  $f(x) = x^3$

# Exemplos

Ex. 3

---

Encontrar e classificar os pontos críticos de  $f(x) = x^3$



**Bons Estudos!!!**