

Filtragem

Filtros lineares

- Convolução
 - - Filtro passa-baixas (suavização)
 - - Filtro passa-altas (realce)
 - - Filtros direcionais

Filtros não lineares

- Mediana
- Gradiente

Processamento de imagens

Prof. Dr. Jorge Centeno

2024

Para que servem?



Filtros lineares

Os filtros lineares resultam da *convolução* de uma janela móvel e a imagem.

A Convolução em uma dimensão:

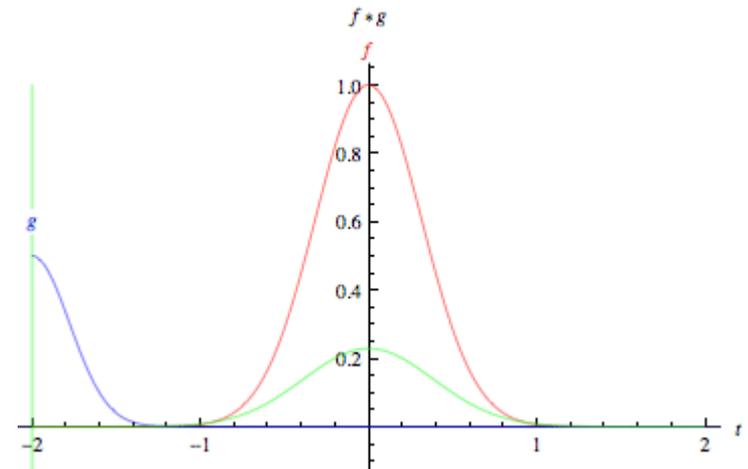
A convolução é um operador **linear** que combina matematicamente duas funções previamente definidas para gerar uma terceira função (resultado) definida ao longo do domínio das funções de entrada.

O operador da convolução mede a **soma do produto** das funções de entrada ao longo do domínio, definido pela superposição delas, deslocando uma delas em relação à outra.

$$G(x) = \sum F(x) * P(x+dx)$$

- X denota o domínio das funções
- dx denota o deslocamento de P neste domínio

Ao deslocar a segunda função e multiplicar pela primeira, são obtidos valores diferentes em função do deslocamento.

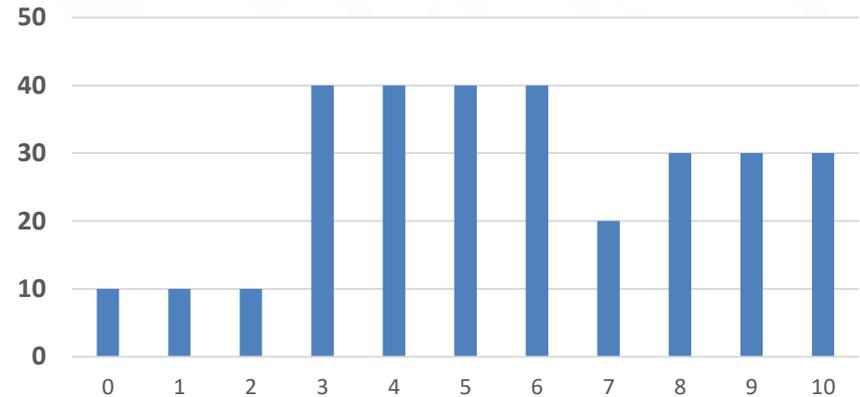


Duas propriedades

- A função que se desloca pode funcionar como um “filtro” que modifica a primeira função
- Variando a função que se desloca podem ser obtidos diferentes efeitos “filtros”
- Estas transformações são lineares

Exemplo DISCRETO

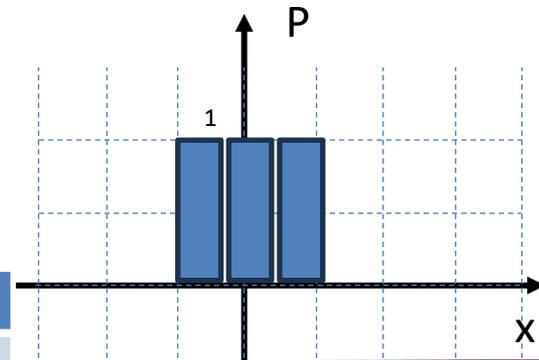
- Domínio discreto:
- F(x) de 0 a 10 (inteiros)



X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F	10	10	10	40	40	40	40	20	30	30	30

$$P(x) = \begin{cases} P(-1) = 1 \\ P(0) = 1 \\ P(1) = 1 \end{cases}$$

X	-1	0	1
P	1	1	1

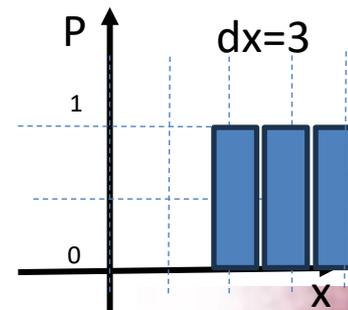
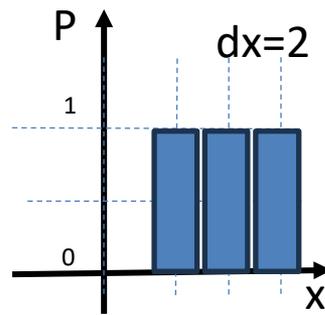
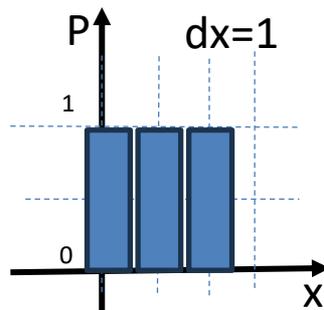
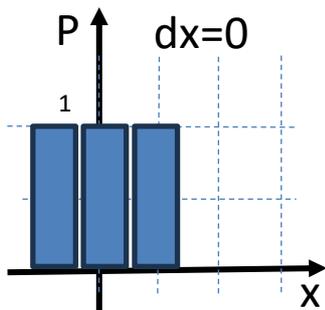
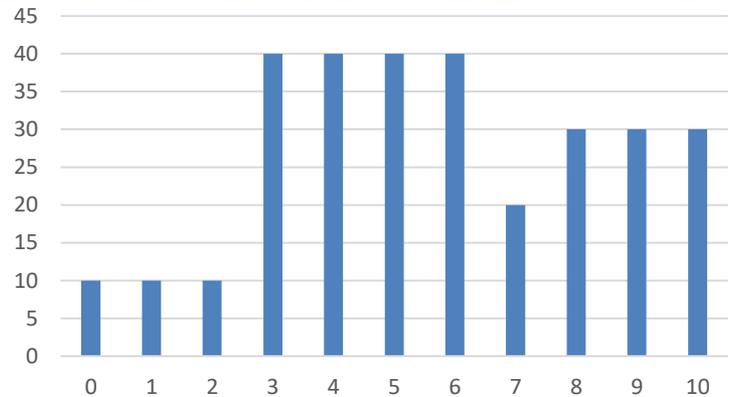


exemplo

$$G(x) = \sum F(x) * P(x+dx)$$

- X denota o domínio das funções
- dx denota o deslocamento de P neste domínio

Então, para cada possível “dx” deve-se calcular a soma da multiplicação das duas funções...



dx=1

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	10	10	10	40	40	40	40	20	30	30	30
F	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

dx=2

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	10	10	10	40	40	40	40	20	30	30	30
F	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

dx=3

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	10	10	10	40	40	40	40	20	30	30	30
F	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0

dx=4

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	10	10	10	40	40	40	40	20	30	30	30
F	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0

dx=9

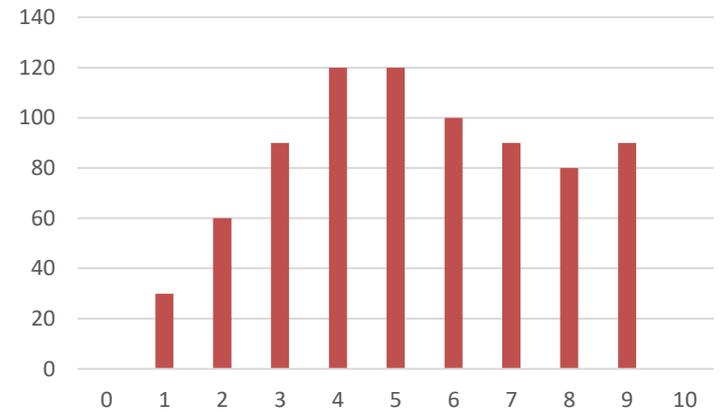
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	10	10	10	40	40	40	40	20	30	30	30
F	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

...

0 30 60 90 120 120 100 90 80 90 0

deslocar

começando em 0



Filtros lineares

Em processamento de imagens, os filtros lineares resultam da convolução de uma janela móvel e a imagem no espaço 2-D. O resultado de um filtro linear pode ser escrito na seguinte forma:

$$G(y, x) = \sum \sum (F(x, y) * P(x+dx, y+dy))$$

onde

- y, x representam as coordenadas do pixel e
- dx, dy o deslocamento relativo
- $P(i, j)$ representa o filtro
- $G(y, x)$ é a imagem resultante, filtrada

dx=1,dy=1

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

dx=1,dy=2

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

dx=1,dy=3

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

dx=1,dy=4

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

dx=1,dy=5

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

dx=1,dy=6

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

dx=2,dy=1

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

dx=2,dy=2

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

3x3

Para um pixel na posição i,j , deve-se calcular o valor digital médio dele e seus oito vizinhos

- Os vizinhos são

$i-1,j-1$	$i-1, j$	$i-1,j+1$
$i, j-1$	i, j	$i, j+1$
$i+1,j-1$	$i+1, j$	$i+1,j+1$

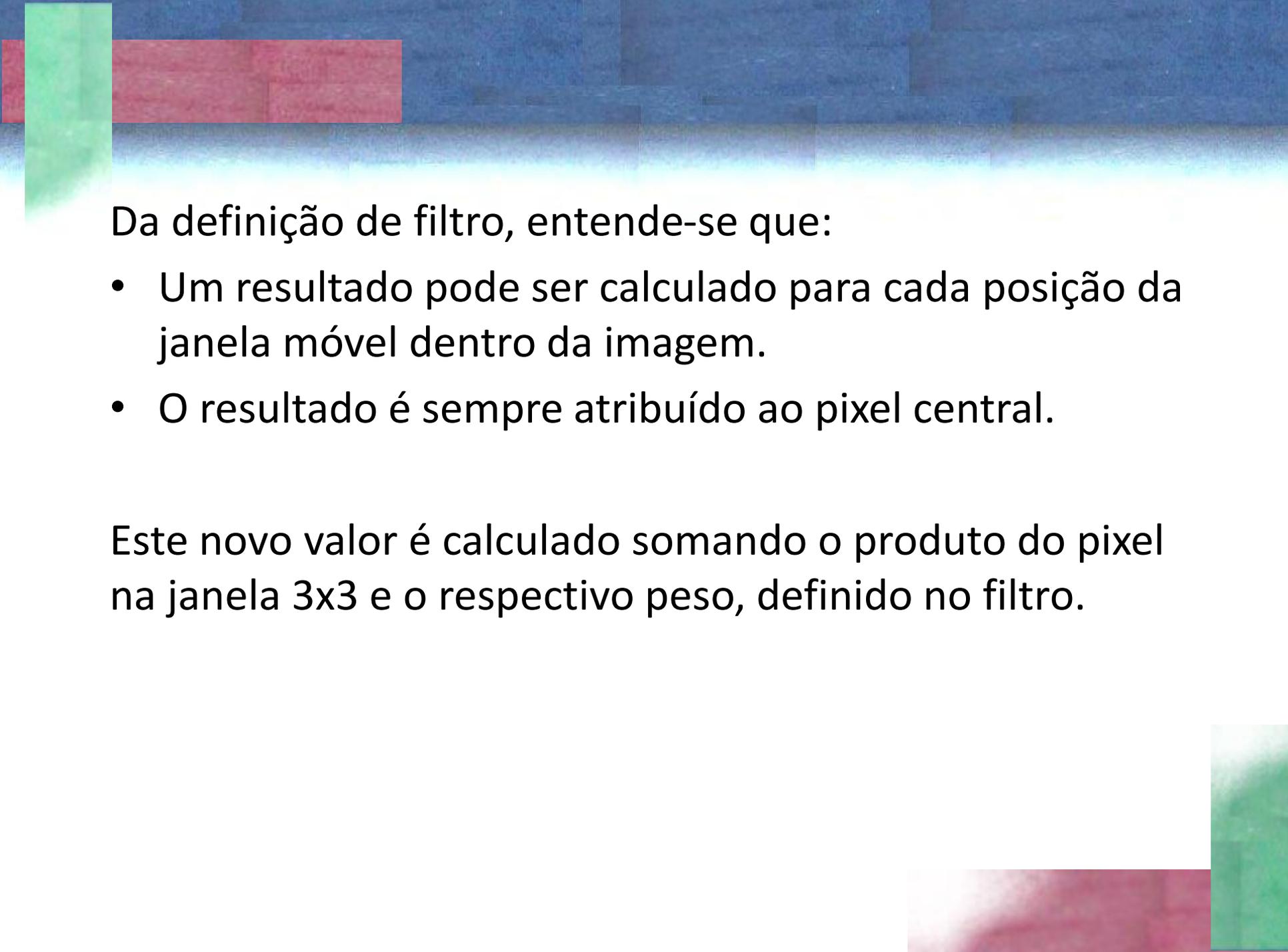
Variando um índice em colunas
E variando um índice de linhas

$j+dc$
 $i+d1$

$dc=[-1,0, 1]$
 $d1=[-1, 0,1]$

$[i+d1, j+dc]$

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9



Da definição de filtro, entende-se que:

- Um resultado pode ser calculado para cada posição da janela móvel dentro da imagem.
- O resultado é sempre atribuído ao pixel central.

Este novo valor é calculado somando o produto do pixel na janela 3x3 e o respectivo peso, definido no filtro.

filtros lineares

Os filtros lineares são definidos em termos de seu efeito na imagem

- *passa baixas*
- *passa altas*
- *direcionais*

- FILTRO PASSA-BAIXAS
- LOW-PASS FILTER
- Suavização

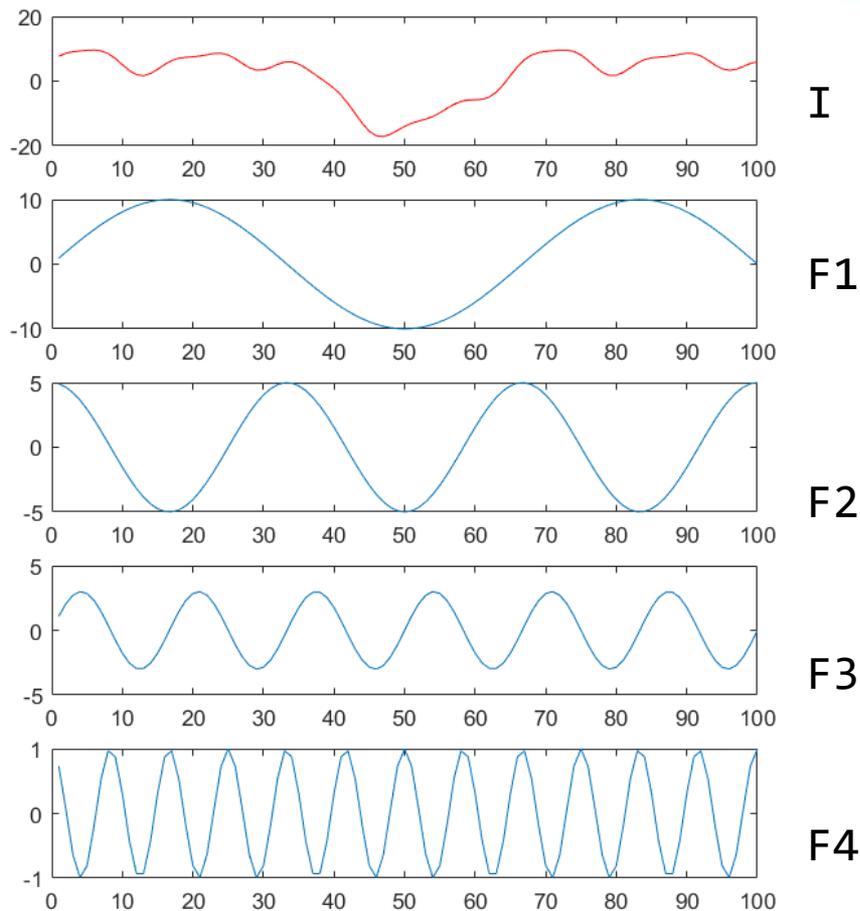


Conceito de Frequencias

Uma função pode ser descrita como a soma de várias funções senoidais com diferentes frequências.

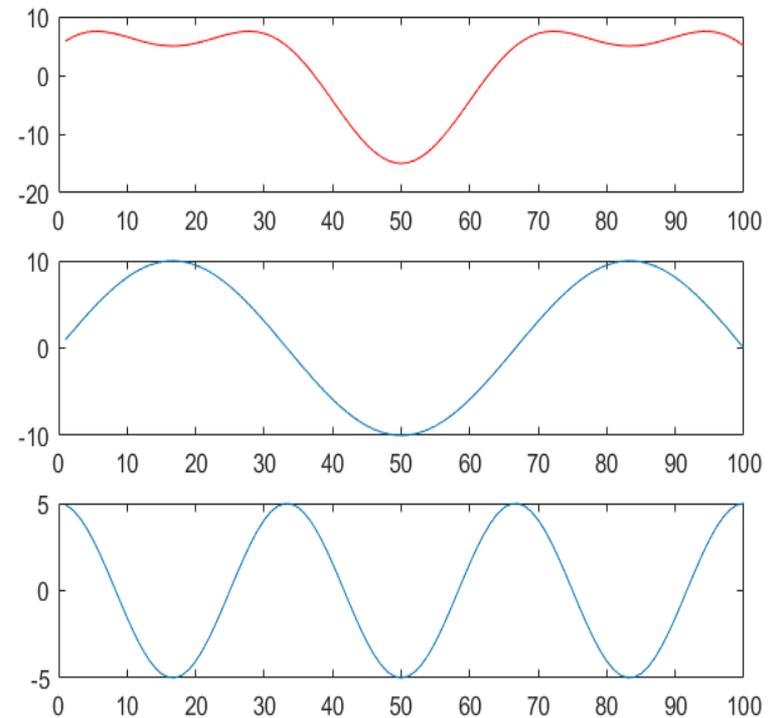
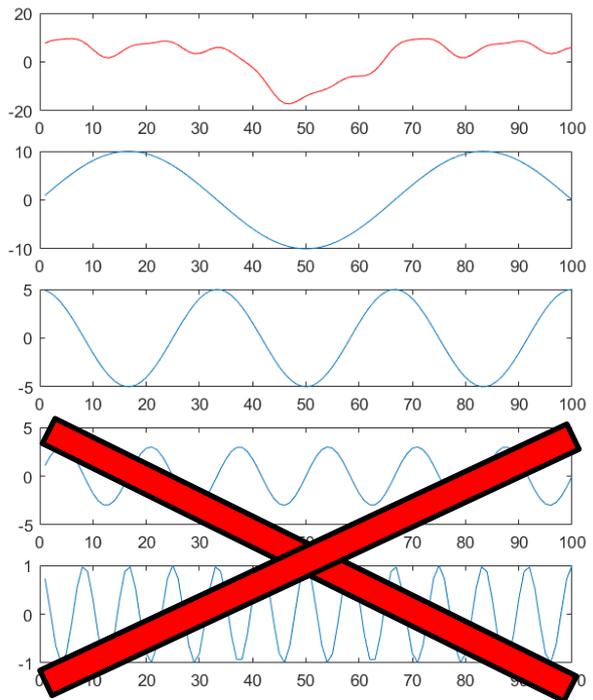
$$I = F1 + F2 + F3 + F4 + \dots$$

As funções com menores frequencias são responsáveis por dar a forma geral da curva, enquanto as com maiores frequencias representam os detalhes

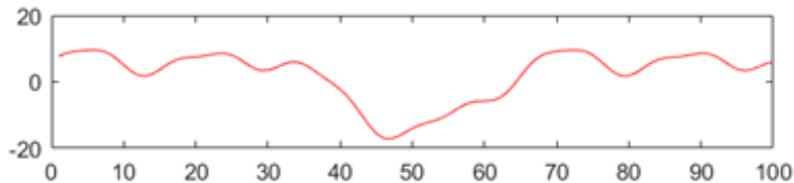


filtragem

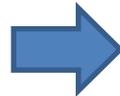
O que ocorre se retiramos as altas frequências?



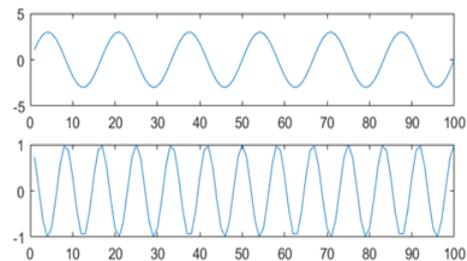
Filtragem seletiva de frequencias



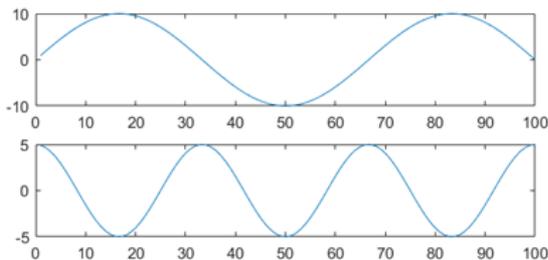
retira



Altas frequencias

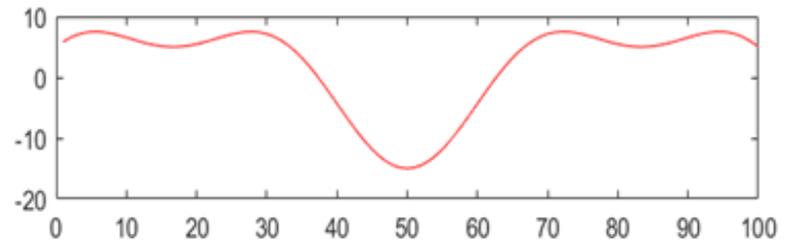


passa



baixas frequencias

suavização



Filtro passa-baixas (suavização)

- Atenua as altas frequências, associadas a detalhes na imagem, e deixa apenas as baixas frequências.
- O efeito é a remoção de detalhes da imagem e sua suavização. A imagem filtrada apresenta uma aparência de “fora de foco”, e as áreas presentes na imagem tornam-se mais homogêneas.
- O efeito é atingido substituindo o pixel central pela média da janela. A média pode ser uma média simples ou uma média ponderada, onde diferentes pesos são atribuídos aos vizinhos em função de sua proximidade ao pixel central.
- Exemplo:

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

Filtro (3x3)

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Exemplos de filtros passa-baixas

1	1	1
1	1	1
1	1	1

* 1/9

1	2	1
2	4	2
1	2	1

* 1/16

1	1	1
1	4	1
1	1	1

* 1/12

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

* 1/25

Filtros de média ponderada.

Para o cálculo do valor final, o resultado da multiplicação dos pesos e os valores da imagem deve ser dividido pela soma dos pesos.

Passa baixas



•Original

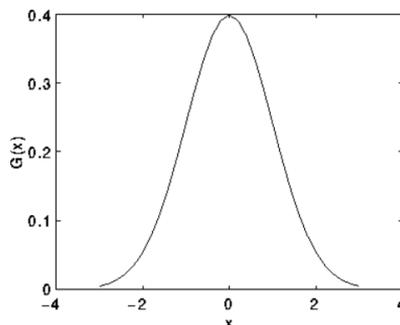
passa-baixas (suavização)

FILTRO GAUSSIANO

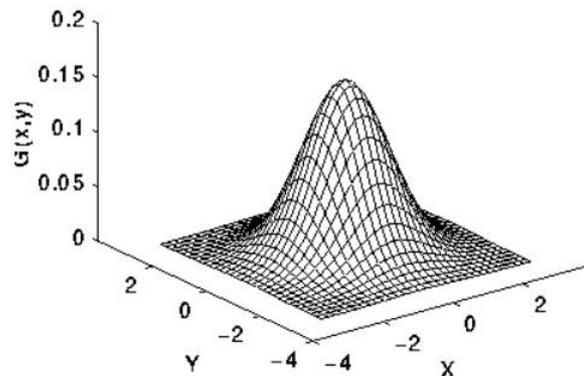
Filtro **passa-baixas** que usa uma função Gaussiana para calcular os pesos do filtro.

Maior peso é dado ao central e o peso diminui com a distância ao pixel central da janela.

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

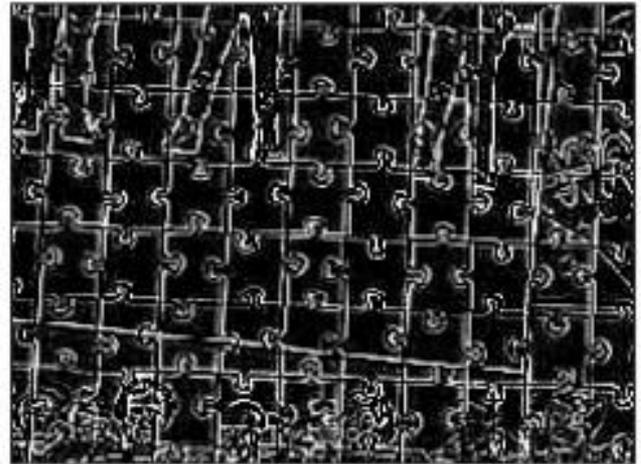
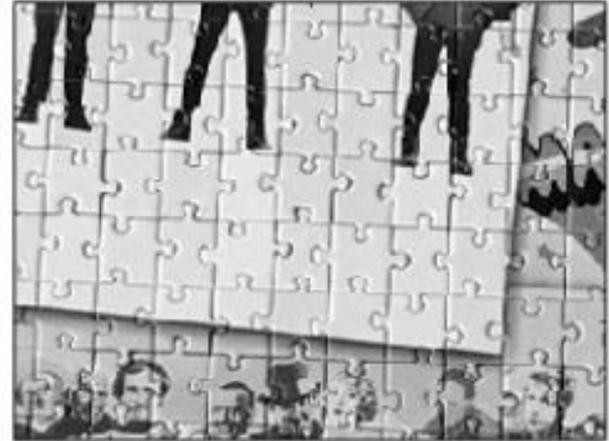


$$\frac{1}{273}$$

1	4	7	4	1
4	16	26	16	4
7	26	41	26	7
4	16	26	16	4
1	4	7	4	1

FILTRO LAPLACIANO

- FILTRO LAPLACIANO
- Laplacian Filter

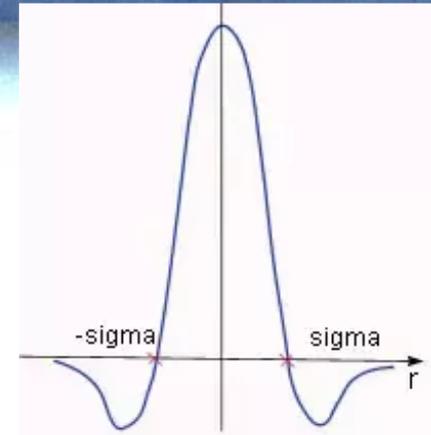


Laplaciano

O filtro **Laplaciano** é um operador que calcula a derivada isotrópica (não depende da direção, em todas as direções)

Equivale a calcular o Gradiente local (diferença entre o vizinho e o central) em todas as direções e somar estes gradientes.

Exemplo:

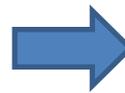


0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Diferença entre o central e seus vizinhos

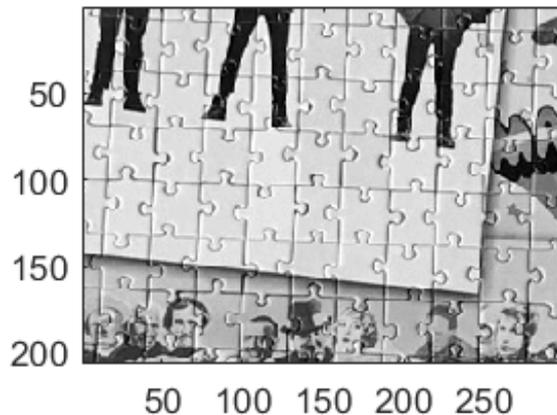
-1 0 0	0 -1 0	0 0 -1
0 1 0	0 1 0	0 1 0
0 0 0	0 0 0	0 0 0
0 0 0	0 0 0	0 0 0
-1 1 0	0 0 0	0 1 -1
0 0 0	0 0 0	0 0 0
0 0 0	0 0 0	0 0 0
0 1 0	0 1 0	0 1 0
-1 0 0	0 -1 0	0 0 -1



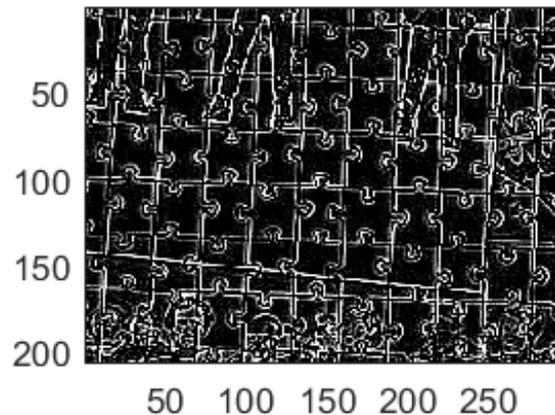
-1 -1 -1
-1 8 -1
-1 -1 -1

A diferença entre o central e seus oito vizinhos

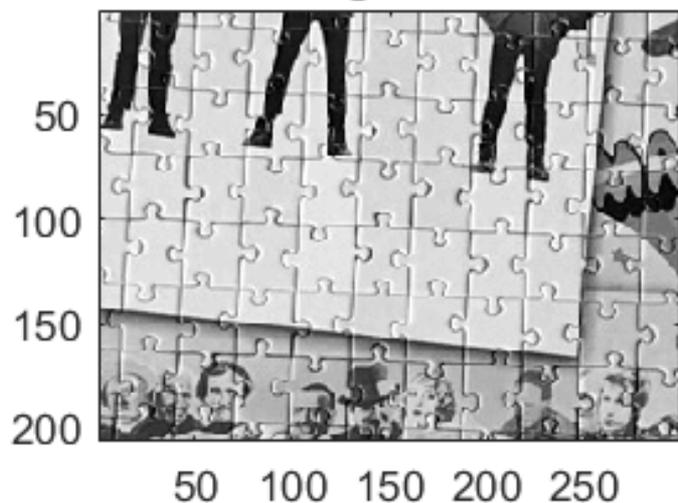
Original O



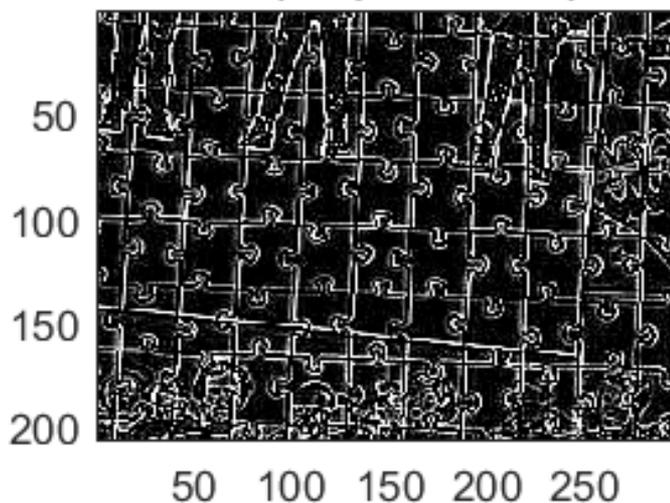
Dif (só positivos!)



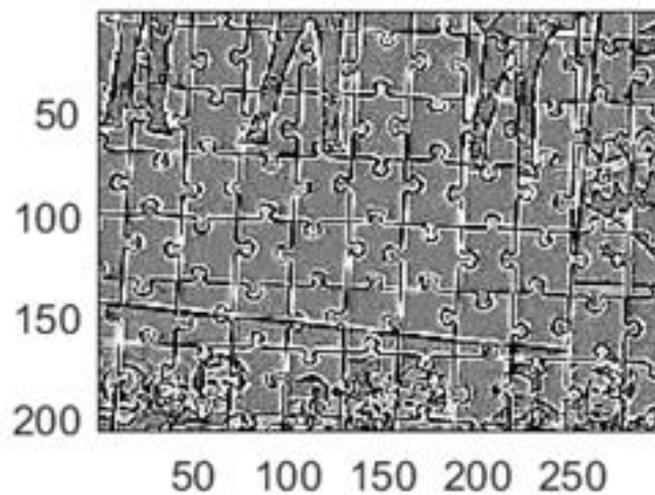
Original O



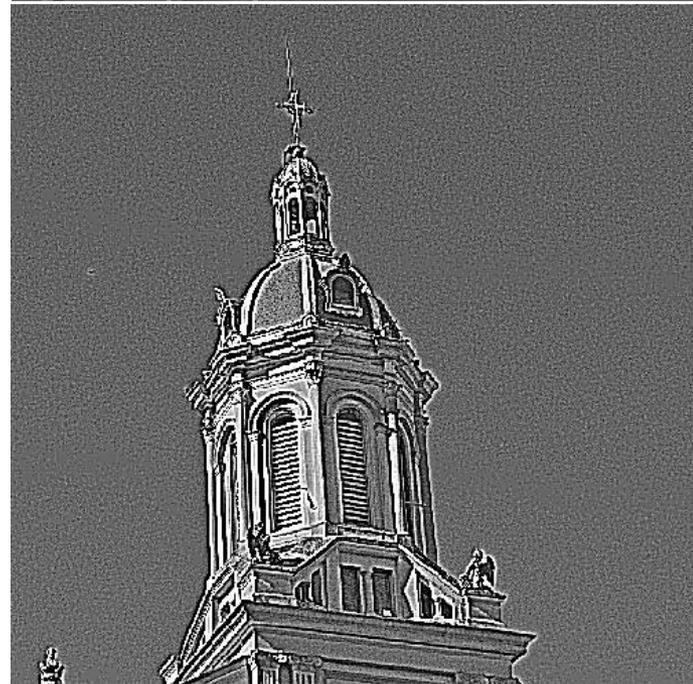
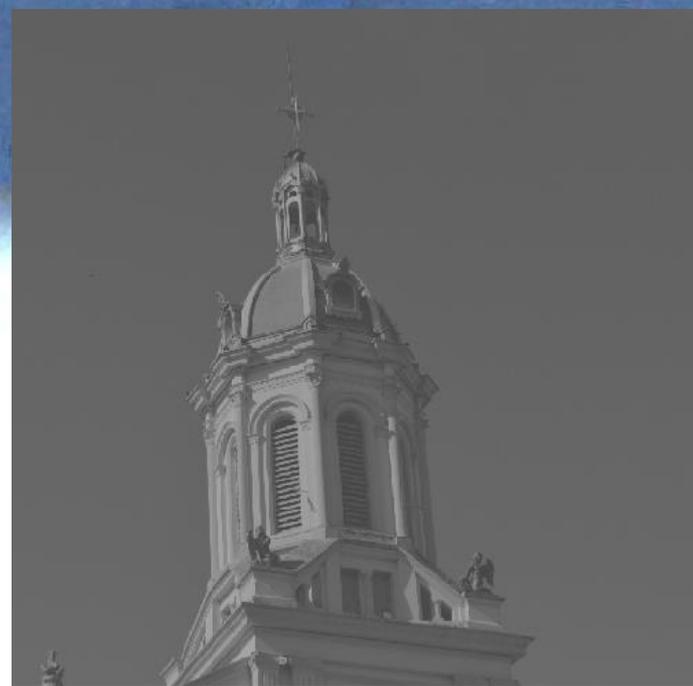
Dif (só positivos!)



Dif+128

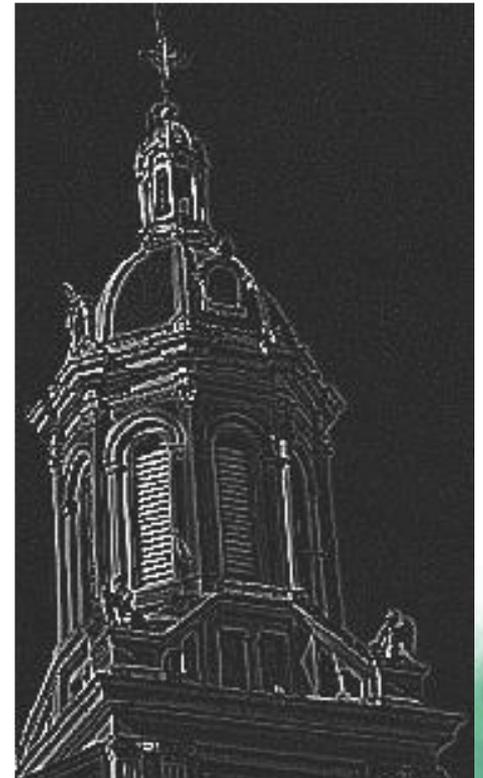


- FILTRPASSA-ALTA
- HIGH-PASS FILTER
- REALCE



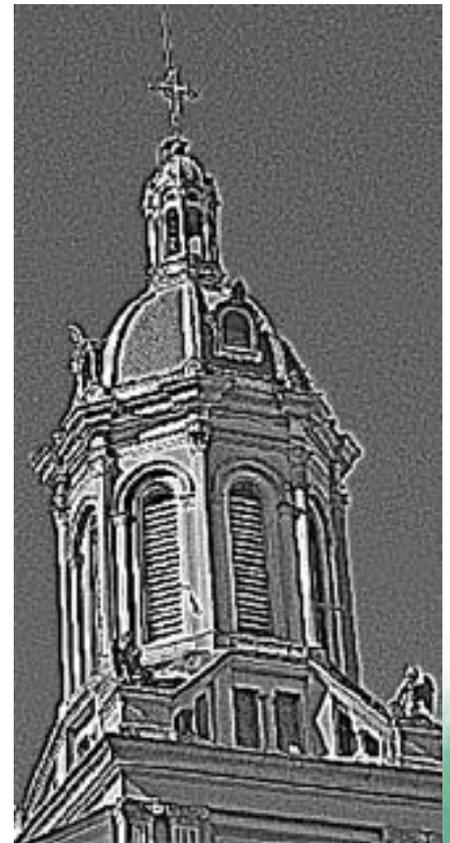
Filtro passa-altas (realce)

- Enfatiza contrastes, realçando os detalhes.
- O nome do filtro explica seu funcionamento, pois nesta transformação as baixas frequências são eliminadas, sendo as altas frequências as únicas remanescentes.
- As altas frequências estão associadas ao detalhe espacial
- O filtro Laplaciano encontra as diferenças (High-pass)



Filtro passa-altas (realce de detalhes)

- As bordas realçadas podem ser superpostas à imagem original para reforçar as bordas e detalhes.
- Este efeito pode ser atingido adicionando à imagem original a diferença entre a imagem original e o resultado de um filtro-passa baixas.
- O resultado da operação é nulo em regiões homogêneas. Em regiões com detalhes, o valor resultante é alto, em função do contraste entre o pixel central e a vizinhança.



conceito

Para entender... (1D)

Calcule a diferença entre o seguinte e seus vizinhos

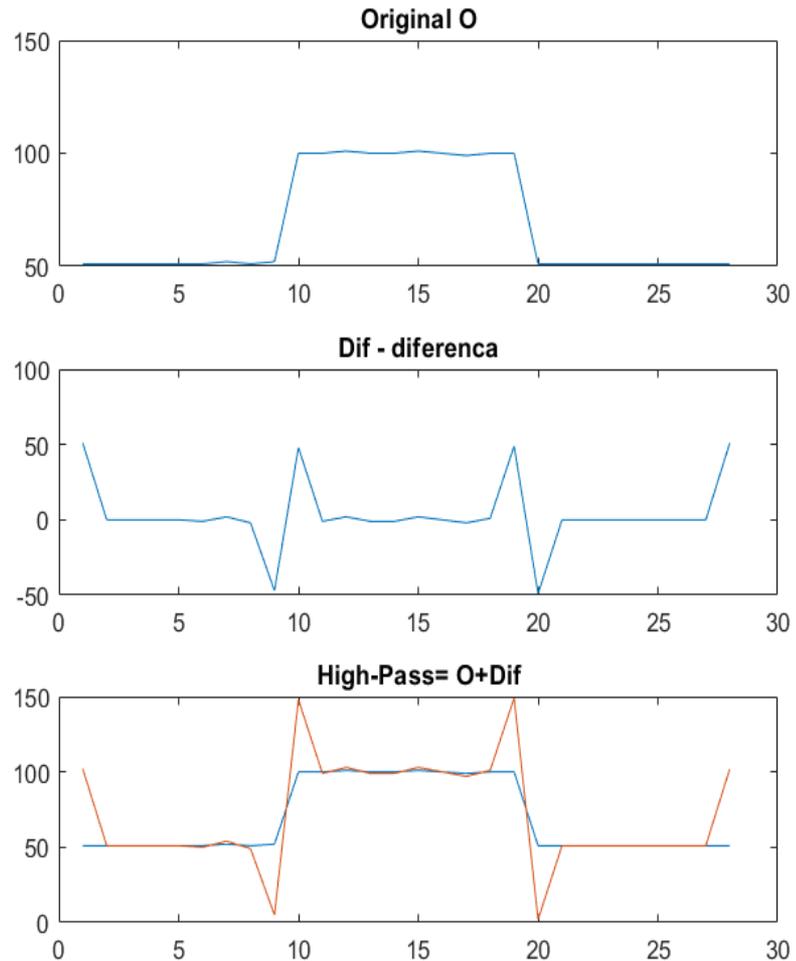
$$\text{Soma} = -Y(i-1) + 2*Y(i) - Y(i+1)$$

A diferença é

- nula em regiões uniformes;
- alta se $Y(i+1) > Y(i)$ (transição);
- baixa se $Y(i+1) < Y(i)$ (transição).

Somando esta diferença ao valor original se salienta o contraste nas regiões de bordas.

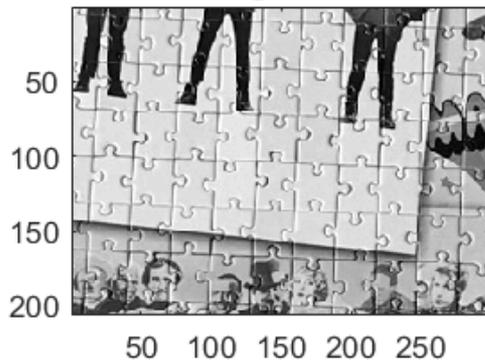
Em regiões uniformes, não ocorre alteração.



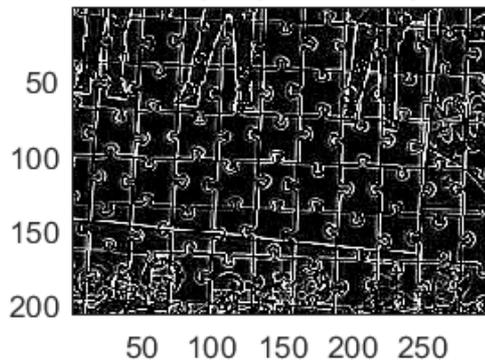
Diferença + Central

$$\begin{matrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{matrix} + \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{matrix}$$

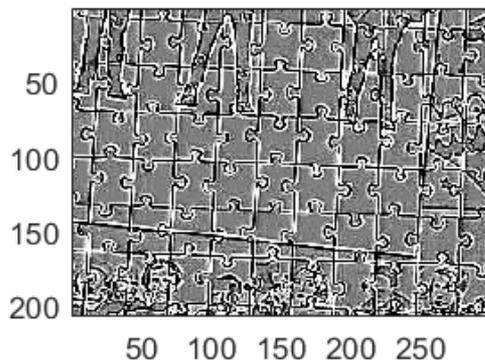
Original O



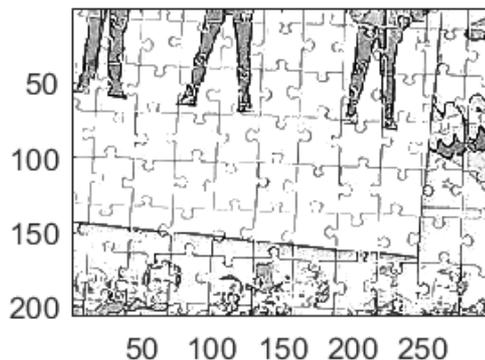
Dif (só positivos!)



Dif+128



HP=O+dif



Somando a diferença ao valor central acentua o contraste

Exemplos de passa-altas

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	25	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1

Passa altas



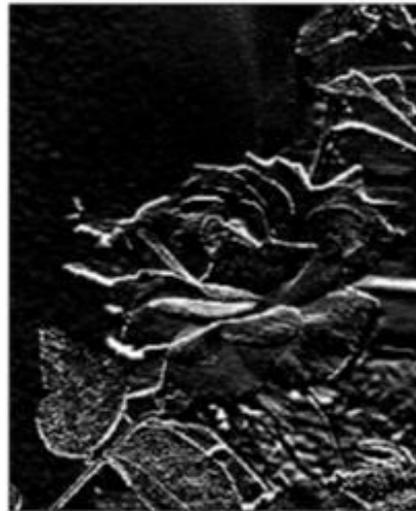
•Original



passa-altas

Filtros direcionais

- A convolução de uma janela e a imagem também é útil para salientar determinadas linhas ou bordas. Por exemplo, as técnicas de filtragem permitem salientar as bordas ou linhas que ocorrem numa determinada direção, fazendo a diferença dos valores na janela considerando sua posição em relação ao pixel central da janela. A seguir são mostrados alguns exemplos destes filtros.

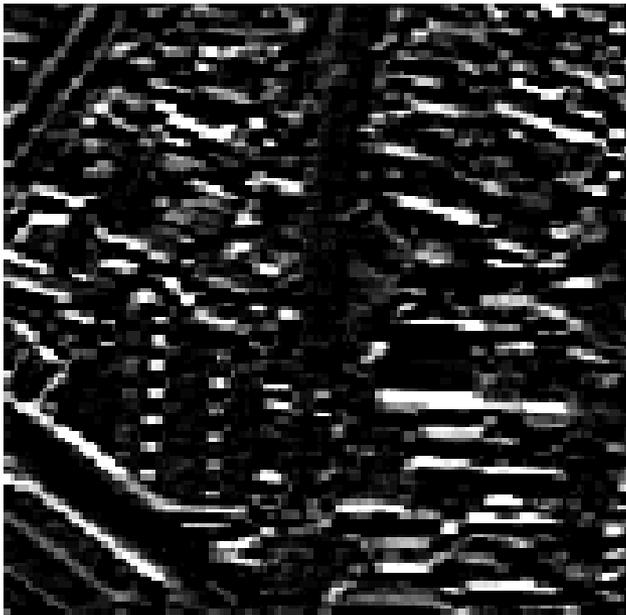


Exemplo: bordas horizontais



1	1	1
1	-2	1
-1	-1	-1

Norte



- Os contrastes na direção norte são salientados.
- Algumas linhas diagonais também são salientadas, pois possuem uma componente norte forte.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Norte



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Nordeste

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sul

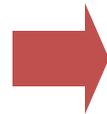


$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Noroeste

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Leste



$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sudeste

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Oeste



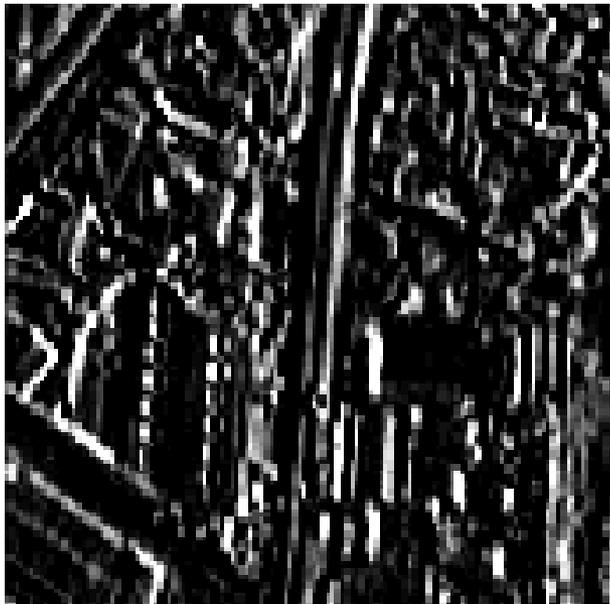
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sudoeste



-1	1	1
-1	-2	1
-1	1	1

leste



- Linhas horizontais, mas todas?

Filtros não lineares

- Resultam da análise da vizinhança em torno do pixel, mas neste caso seu funcionamento não pode ser representado usando a forma geral da convolução.
- **O filtro de moda** (valor mais frequente) : Usado para suavizar imagens, especialmente temáticas, pois o novo valor atribuído ao pixel central corresponde ao valor mais frequente da vizinhança e por este motivo é igual a pelo menos um dos pixels vizinhos.
- **O filtro de mediana** (valor central) : o novo valor corresponde ao valor central após ordenar os valores de forma crescente.

```
1 1 1 1 2 1 1 0
1 1 2 1 3 1 1 1
1 1 3 1 2 1 1 0
1 1 3 1 4 1 1 1
9 7 8 8 8 9 9 8
9 9 8 8 9 9 9 8
9 9 9 8 9 8 9 9
9 8 9 8 8 9 9 9
```

Serie=[3 1 2 3 1 4 8 8 8]
Moda: 8 (mais frequente)

Mediana:
[1 1 2 3 3 4 8 8 8] = 3

Mediana

Filtro da mediana: O valor resultante é a mediana da vizinhança. Este filtro introduz um certo grau de suavização na imagem resultante, do que decorre perda de detalhe. A diferença em relação ao filtro passa baixas é que as bordas não são degradadas em extremo, pois os valores originais são preservados.



Filtros de Gradiente

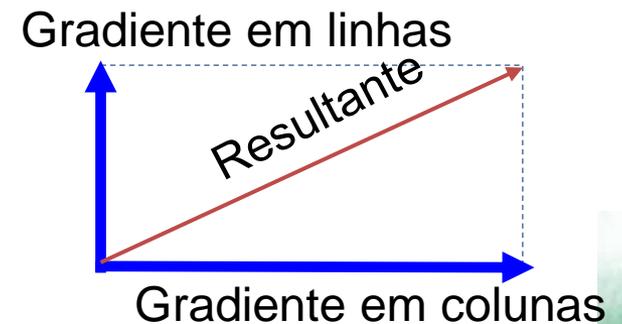
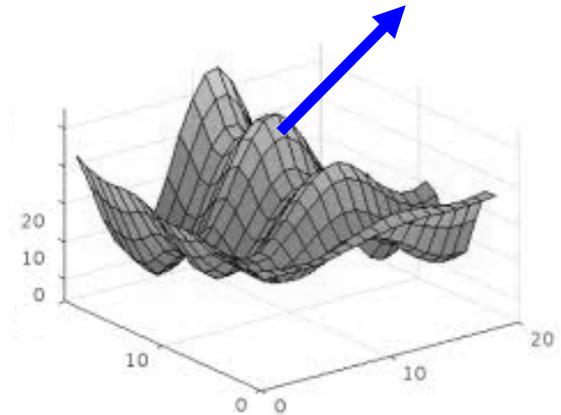
O gradiente de uma superfície descreve sua inclinação no local especificado e é um vetor, que aponta para fora da superfície.

O gradiente pode ser calculado a partir de suas duas componentes (Norte e Leste), ou seja, a derivada parcial da função da superfície em relação a linhas e colunas.

$$G(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\delta F(x,y)}{\delta(x)} \\ \frac{\delta F(x,y)}{\delta(y)} \end{bmatrix}$$

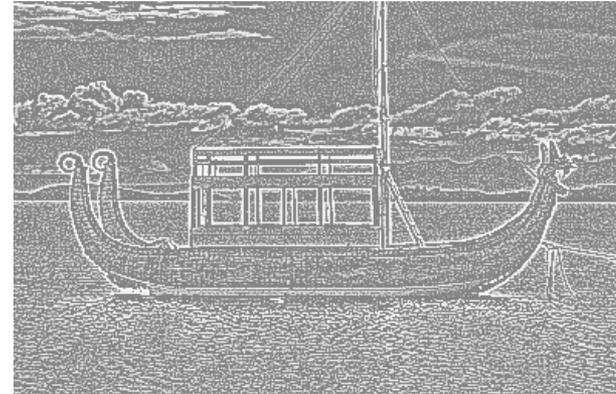
Intensidade do Gradiente

$$I(x, y) = \sqrt{\frac{\delta F(x,y)^2}{\delta(x)} + \frac{\delta F(x,y)^2}{\delta(y)}}$$



No Para calcular o Gradiente:

- Estima-se o gradiente em X
- Estima-se o gradiente em Y (Y perpendicular a X)
- Calcula-se a resultante da soma destes dois vetores.
- O pixel recebe um valor proporcional à magnitude do gradiente.



No processamento de imagens, pode-se assumir que a variação dos valores digitais se assemelha a uma superfície, similar a um Modelo Digital do Terreno (MDT).

Logo, torna-se possível calcular o gradiente para qualquer pixel, analisando a variação dos valores em sua vizinhança.

Para isto:

- Estima-se o gradiente em X
- Estima-se o gradiente em Y (Y perpendicular a X)
- Calcula-se a resultante da soma destes dois vetores.
- O pixel recebe um valor proporcional à magnitude do gradiente.

A diferença entre os filtros de gradiente radica na maneira de estimar as duas derivadas parciais.

Ex: filtros de Roberts:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta F(x,y)/\delta(x)$$

$$\delta F(x,y)/\delta(y)$$

Magnitude:

$$I(x, y) = \sqrt{\frac{\delta F(x,y)^2}{\delta(x)^2} + \frac{\delta F(x,y)^2}{\delta(y)^2}}$$

$$\frac{\delta F(x,y)}{\delta(x)} = F(x - 1, y - 1) - F(x, y)$$

$$\frac{\delta F(x,y)}{\delta(y)} = F(x - 1, y + 1) - F(x, y)$$

- Ex: filtros de Prewitt

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\delta F(x,y)/\delta(x)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\delta F(x,y)/\delta(y)$$

Magnitude:

$$I(x, y) = \sqrt{\frac{\delta F(x,y)^2}{\delta(x)} + \frac{\delta F(x,y)^2}{\delta(y)}}$$

- Ex: filtros de Sobel

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\delta F(x,y)/\delta(x)$

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$\delta F(x,y)/\delta(y)$

Magnitude:

$$I(x,y) = \sqrt{\frac{\delta F(x,y)^2}{\delta(x)} + \frac{\delta F(x,y)^2}{\delta(y)}}$$

Ex: filtro de SOBEL



Áreas uniformes: baixo gradiente
áreas de fronteira são salientadas, bem como feições lineares.

- Como seria um programa de filtro?
- Aula prática

dtype = None

```
img = cv2.imread(nome) # ler imagem
n,m,nb = img.shape
I=img[:, :, 2] # separe uma banda
J=np.zeros([n,m], dtype='float') # crie uma saída
for i in range(n): # varrer linhas e colunas
    for j in range(m):
        s=0 # inicia uma soma
        for dl in range(3): # varia vizinhança
            for coluna in range(3):
                s=s+I[i+dl-1, j+dc-1] # acumula a soma
        s=s/9 # calcula a média
        J(i,j)=s # atribuir a saída (cuidado! Devemos arredondar
```

1	1	1	1	2	1	1	0
1	1	2	1	3	1	1	1
1	1	3	9	2	1	1	0
1	1	3	1	2	1	1	1
9	7	8	9	8	9	9	8
9	9	8	8	9	9	9	8
9	9	9	8	9	8	9	9
9	8	9	8	8	9	9	9

Isto não funciona para os pixels nas bordas da imagem, pois o vizinho anterior à primeira linha não existe!

Obs: o que ocorre se somarmos os oito valores uint8 ?

Restringir pixels a serem processados em função do tamanho da vizinhança.

```
I=img[:, :, 2]
J=np.zeros((n,m), dtype = np.uint8 ) # criamos uma
variável vazia em uint8
for i in range(1,n-1): # valores realmente possíveis
    for j in range(1,m-1):
        s=0
        for dl in range(3):
            for dc in range(3):
                v=float( I[i+dl-1, j+dc-1]) # converter a float
para somar mais de 255
                S=S + v
s=np.round(s/9)
J[i,j]=np.uint8(s)
```

```
1 1 1 1 2 1 1 0
1 1 2 1 3 1 1 1
1 1 3 9 2 1 1 0
1 1 3 1 2 1 1 1
9 7 8 9 8 9 9 8
9 9 8 8 9 9 9 8
9 9 9 8 9 8 9 9
9 8 9 8 8 9 9 9
```

- No ambiente Google Colab
- Desenvolva um filtro de média (3x3), depois um (5x5)
- Um filtro passa-altas...

Programa (Passa-baixas)

```
1 1 1
1 1 1
1 1 1
1 1 1 2 1 1 0
1 1 1 2 1 3 1 1 1
1 1 3 9 2 1 1 0
1 1 3 1 2 1 1 1
9 7 8 9 8 9 9 8
9 9 8 8 9 9 9 8
9 9 9 8 9 8 9 9
9 8 9 8 8 9 9 9
```

```
1 1 1 1 2 1 1 0
1 1 2 1 3 1 1 1
1 1 3 9 2 1 1 0
1 1 3 1 2 1 1 1
9 7 8 9 8 9 9 8
9 9 8 8 9 9 9 8
9 9 9 8 9 8 9 9
9 8 9 8 8 9 9 9
1 1 1 1 1
1 1 1 1 1
1 1 1 1 1
1 1 1 1 1
1 1 1 1 1
1 1 1 1 1
```

Elabore um programa de filtro de médias (passa-baixas) no que o usuário possa variar o tamanho da janela móvel)

dim=3,5,7,...?

Vizinhos antes e depois

$$\text{lado} = (\text{dim} - 1) / 2$$

Verifique para dim=3, ou 5

No 3x3, a varredura não pode ser feita para o primeiro pixel, devemos começar no elemento ($\text{lado} + 1$)

e não podemos terminar na ultima linha (n) mas devemos terminar em ($n - [\text{lado} - 1]$)

E no caso 5x5 ?