

# CORRELAÇÃO DIGITAL

# Correlação

Detectar uma região de uma imagem (pode ser um ponto, uma borda) em outra imagem, por comparação entre as regiões.

Ex: Onde fica esta janela na imagem?

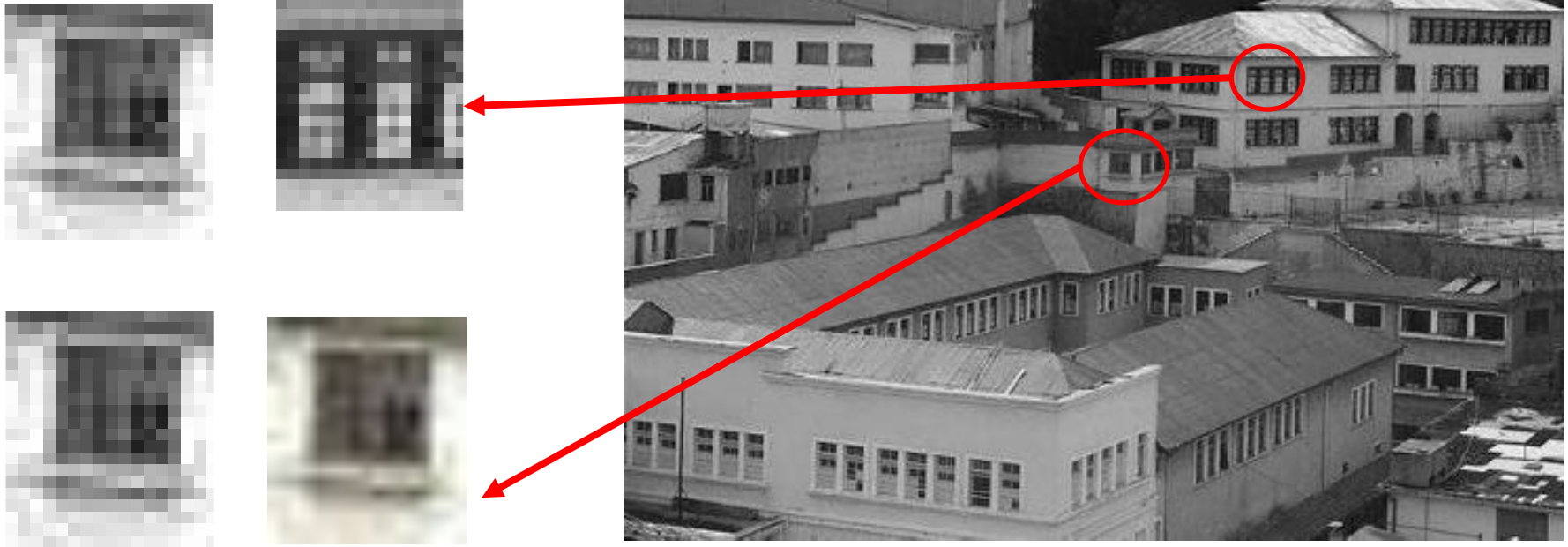


Podemos comparar a região procurada com todas as regiões da segunda imagem e avaliar a semelhança.

Como medir a similaridade entre as regiões?



# Varrendo a imagem...



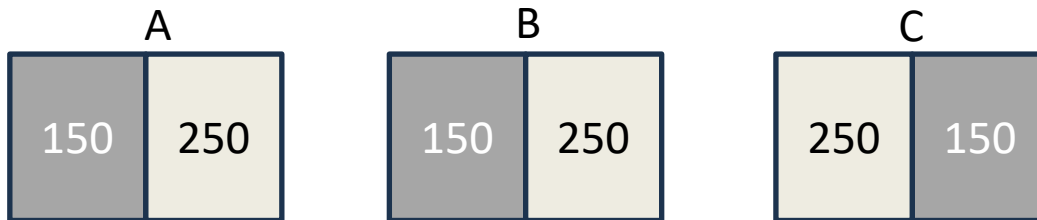
Duas regiões, do mesmo tamanho serão comparadas e devemos decidir quanto se parecem

# diferença

Uma opção é calcular a diferença entre as regiões.  
Se a diferença for nula, as imagens são idênticas.

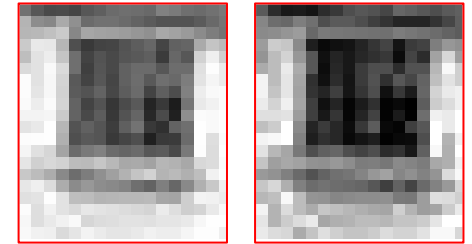
$$D(x, y) = \sum_{x_i y_i} (I(x_i, y_i) - J(x_i, y_i))$$

Porém, a diferença é sensível a ocorrência de valores negativos. Negativos somados a positivos podem gerar um resultado nulo.



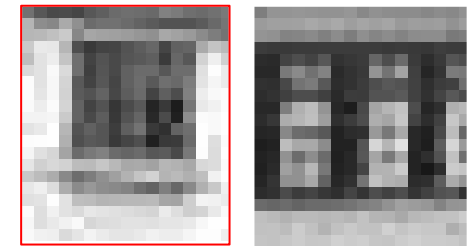
$$A-B=0$$

$$A-C = (150-250)+(250-150) = -100 + 100 = 0$$



I

J



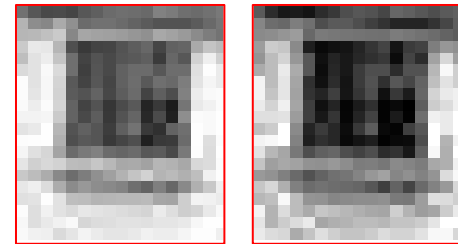
# diferença

Por isso, podemos usar a soma das diferenças ao quadrado

$$D(x, y) = \sum_{x_i, y_i} [J(x_i, y_i) - I(x_i, y_i)]^2$$

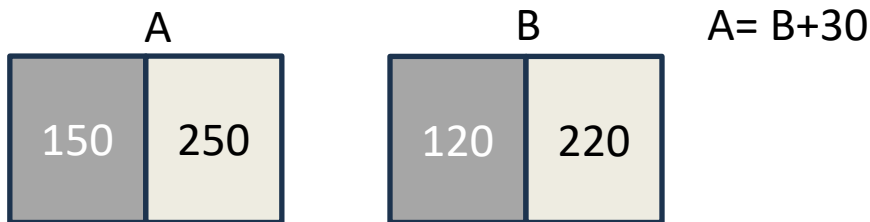
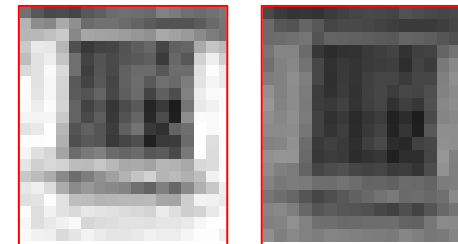
Ou a soma dos valores absolutos. Mas...

Se as imagens forem iguais, porém em diferentes condições de brilho ou contraste? Funcionaria?



I

J

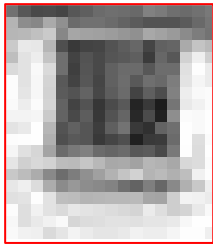


$$A - B = (150 - 120) + (250 - 220) = 30 + 30 = 60, \text{ diferente de zero}$$

# Problema

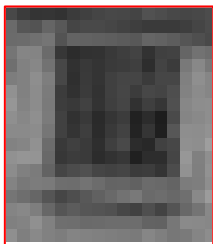
- Dadas duas regiões, do mesmo tamanho, como avaliar se são parecidas.

X



6	8	0	1	0
0	9	12	0	0
2	10	10	1	1
0	11	13	2	0

Y



5	6	0	1	0
0	8	11	0	1
2	10	10	1	1
1	10	10	2	0

$x=[6, 8, 0, 1, 0, 0, 9, 12, 0, 0, 2, 10, 10, 1, 1, 0, 11, 13, 2, 0]$   
 $y=[5, 6, 0, 1, 0, 0, 8, 11, 0, 1, 2, 10, 10, 1, 1, 1, 10, 10, 2, 0]$

As imagens são parecidas se

Dada a posição (linha, coluna)

Ocorrem valores baixos em X e Y

X(i)=baixo, Y(i)=baixo

Ocorrem valores altos em X e Y

X(i)=alto, Y(i)=alto

Os termos “alto” e “baixo” podem ser relativos dentro do contexto de cada imagem

“alto”=“acima da média”

“baixo”=“abaixo da média”

# Problema

SE

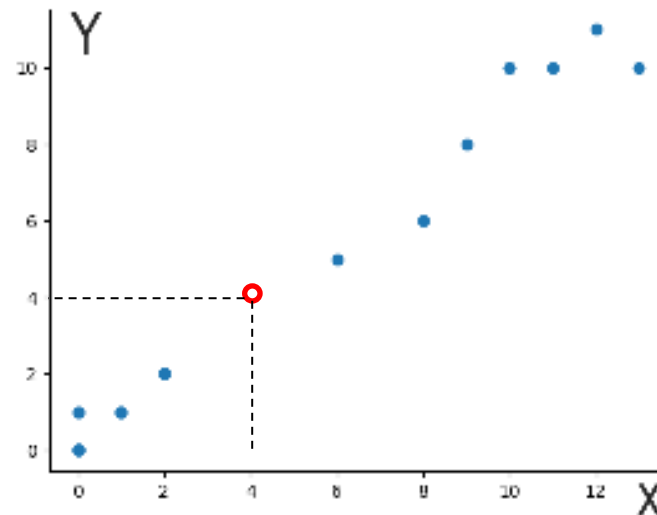
- Ocorre um valor “acima da média” e X e “acima da média” em Y
- Ocorre um valor “abaixo da média” e X e “abaixo da média” em Y
- Existe concordância, similaridade

X

6	8	0	1	0
0	9	12	0	0
2	10	10	1	1
0	11	13	2	0

Y

5	6	0	1	0
0	8	11	0	1
2	10	10	1	1
1	10	10	2	0



Isto pode ser medido com a correlação!

# Correlação

Dadas duas variáveis  $x$  e  $y$ ,  
os valores da variância e do desvio padrão, são:

$$var_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n - 1}$$

$$dp_x = \sqrt{var_x}$$

A covariância entre as variáveis é.

$$cov(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{n - 1}$$

A matriz variância-Covariância:

$$MVC = \begin{bmatrix} var_x & cov_{xy} \\ cov_{xy} & var_y \end{bmatrix}$$



# Correlação

$$\text{corr}(x, y) = \frac{\text{cov}_{xy}}{dp_x dp_y}$$

- Substituindo:

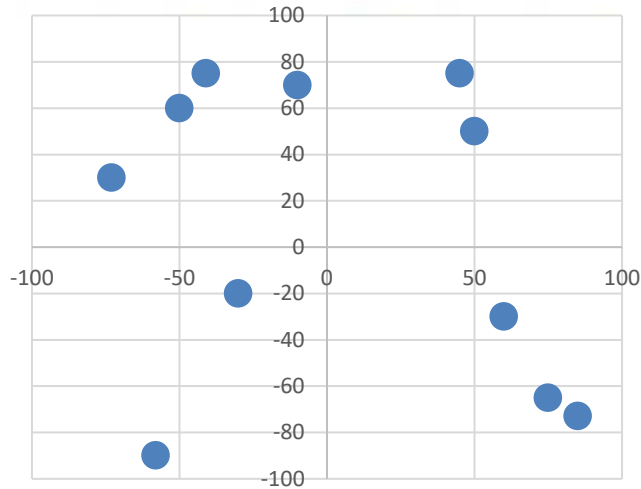
$$\text{corr}(x, y) = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{n - 1}}{\sqrt{\text{var}_x} \sqrt{\text{var}_y}}$$

Ou

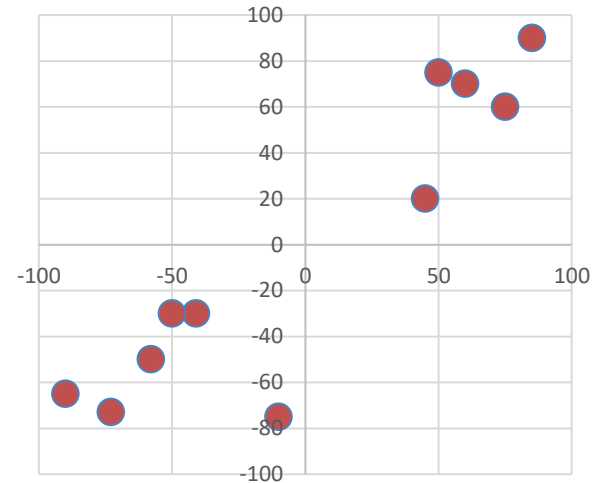
$$\text{corr}(x, y) = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{n - 1}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n - 1}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}{n - 1}}}$$

$$\text{corr}(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}}$$

# Compare a correlação



Corr= -0,25

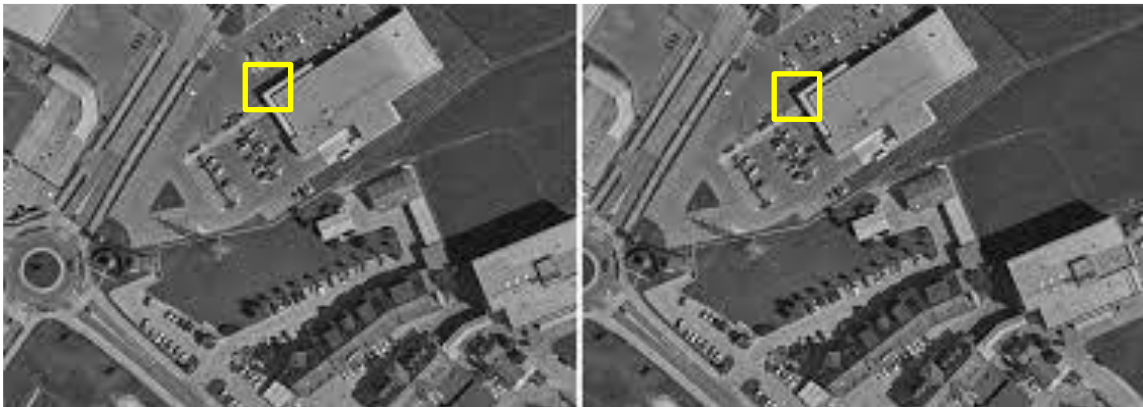


Corr= 0,83

A correlação é um índice que descreve a dependência linear entre duas variáveis e serve como indicador do grau de similaridade entre este par de variáveis.

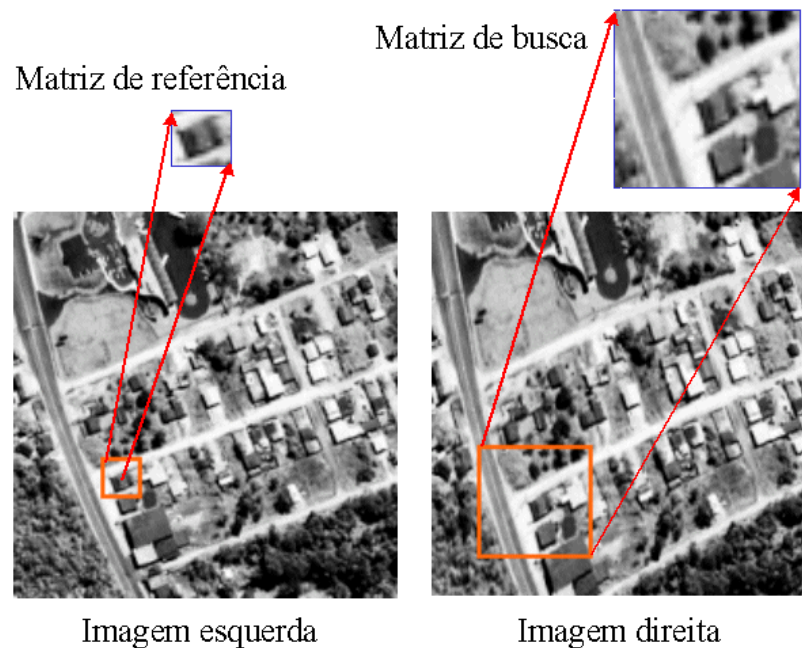
# Correlação

Este princípio pode ser aplicado no processamento de imagens digitais para procurar determinados padrões em uma imagem ou pontos homólogos em pares estereoscópicos, comparando uma matriz de amostra com as diferentes regiões da a imagem. Os locais onde a matriz e a região da imagem forem similares serão caracterizados por um alto valor da correlação.



É preciso definir, na primeira imagem, a “janela de referência”, ou seja o padrão bidimensional a ser procurado na segunda. Para facilitar a atribuição do resultado da correlação a um pixel costuma-se adotar “janelas de referência” de dimensão ímpar.

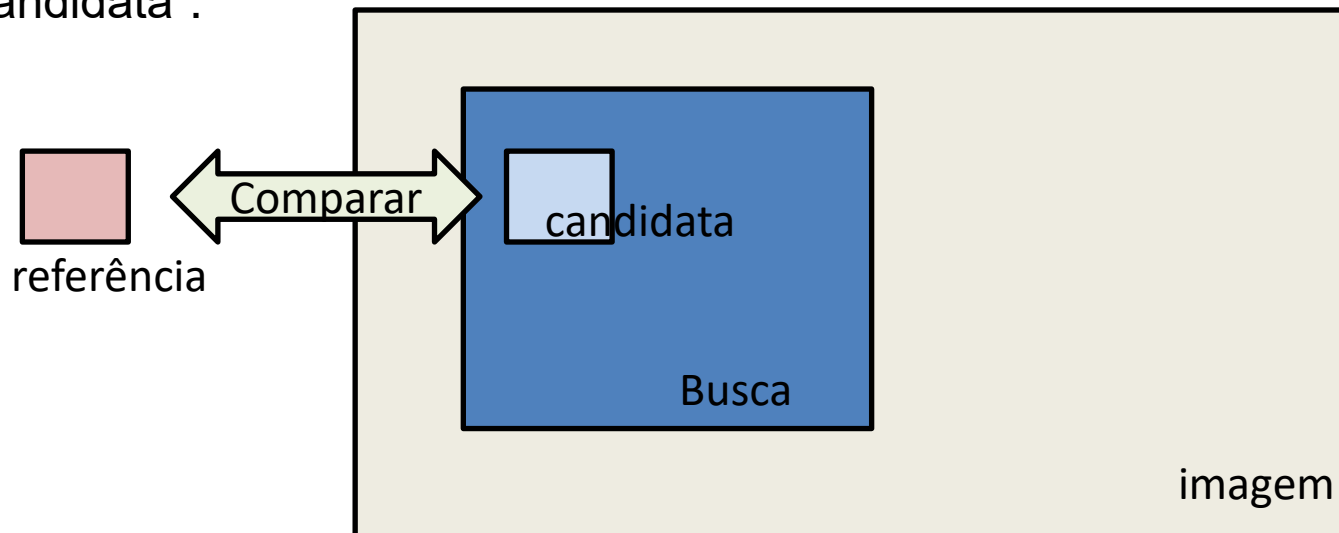
Quando é possível, e para evitar procurar em toda a segunda imagem, uma região onde se espera encontrar este padrão na segunda imagem é definida previamente, a “janela de busca”. A “janela de busca” deve ser maior que a “janela de referência”.



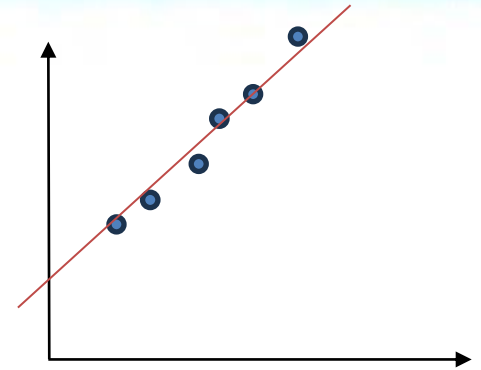
O algoritmo de correlação digital no domínio da imagem (espacial) consiste basicamente em deslocar a “janela de referência” ao longo da “janela de busca” e calcular o valor da correlação entre os níveis valores digitais das duas matrizes para cada posição.

A posição do ponto homólogo será caracterizada pelo maior valor da correlação.

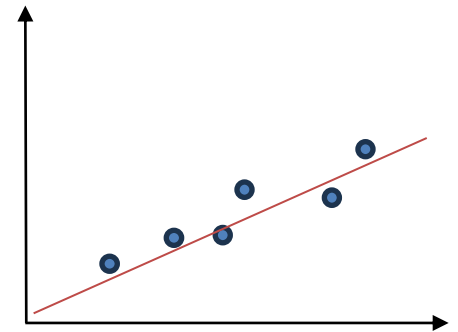
A cada posição  $(i,j)$  apenas uma sub-região da “matriz de busca”, de dimensão igual à “matriz de referência” é considerada. Esta região é chamada de “matriz candidata”.



- A correlação absorve diferenças de brilho e contraste



- Problemas: a correlação é sensível a mudanças de rotação e de escala.



# vantagem

A correlação absorve o efeito da diferença de brilho

Se  $z = a \cdot x$  ( $a =$  uma constante multiplicadora)  $m_z = a \cdot m_x$

$$\text{corr}(z, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - m_z)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (z_i - m_z)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}}$$

$$\text{corr}(z, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (ax_i - am_x)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (ax_i - am_x)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}}$$

$$\text{corr}(z, y) = \frac{a \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{a \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}}$$

$$\text{corr}(z, y) = \text{corr}(x, y)$$

# vantagem

A correlação absorve o efeito da diferença de contraste

Se  $z=x+c$  ( $c$ =uma constante de brilho)  $m_z = m_x + c$

$$\text{corr}(z, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (z_i - m_z)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}}$$

$$\text{corr}(z, y) = \frac{\sum_{i=1}^n ((x_i + c) - (m_x + c))(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n ((x_i + c) - (m_x + c))^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}}$$

$$\text{corr}(z, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}}$$

$$\text{corr}(z, y) = \text{corr}(x, y)$$



## Em termos práticos

Ler imagem  $I$  ( $n \times m$ )

Ler recorte  $J$  ( $n_1 \times m_1$ ) (referência)

Transforme  $J$  em vetor  $Y$

Para cada ponto viável na imagem  $I(i,j)$

transformar a região ( $n_1 \times m_1$ ) em torno do pixel em vetor

Calcular a correlação entre  $X$  e  $Y$

armazenar o valor em uma matriz

Localizar o maior máximo local da matriz de correlações

# exemplo

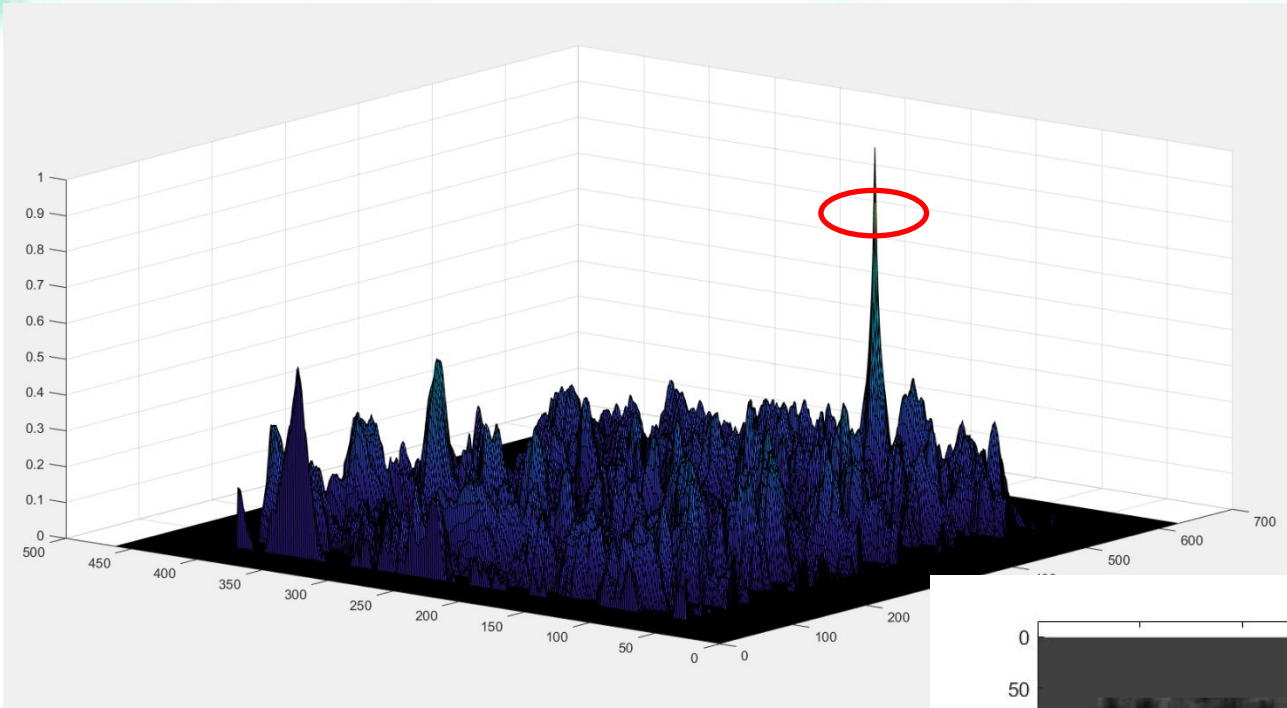
imagem

Em que posição da  
imagem se  
encontra uma  
região igual à  
referência?

referência

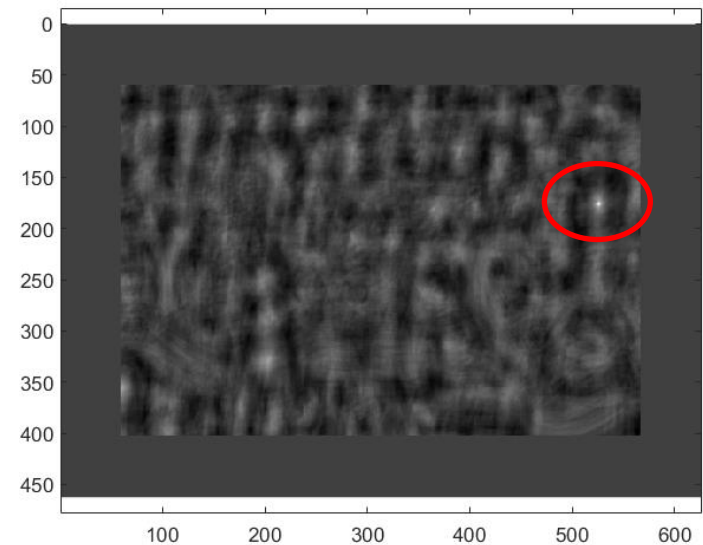


# Matriz de correlacoes



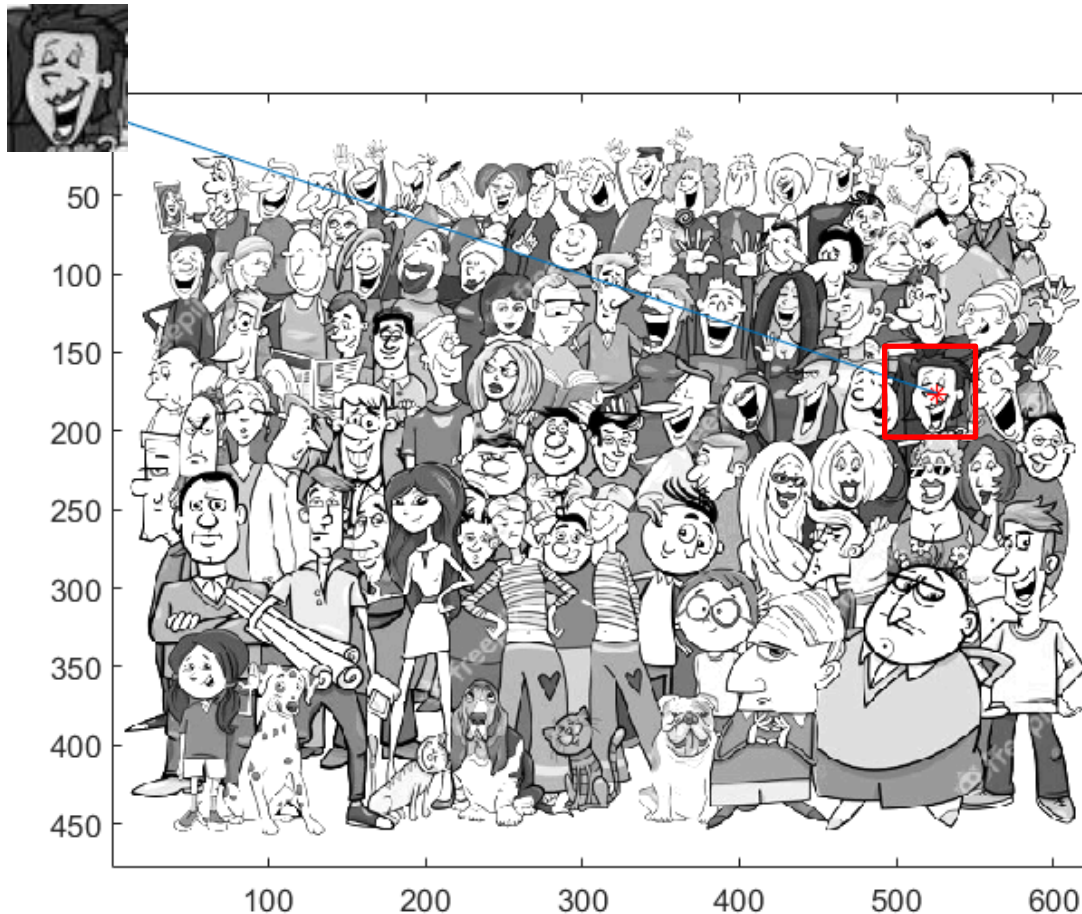
Valores da correlação para cada pixel (3D)

A melhor coincidência se localiza no pixel onde se encontra o máximo

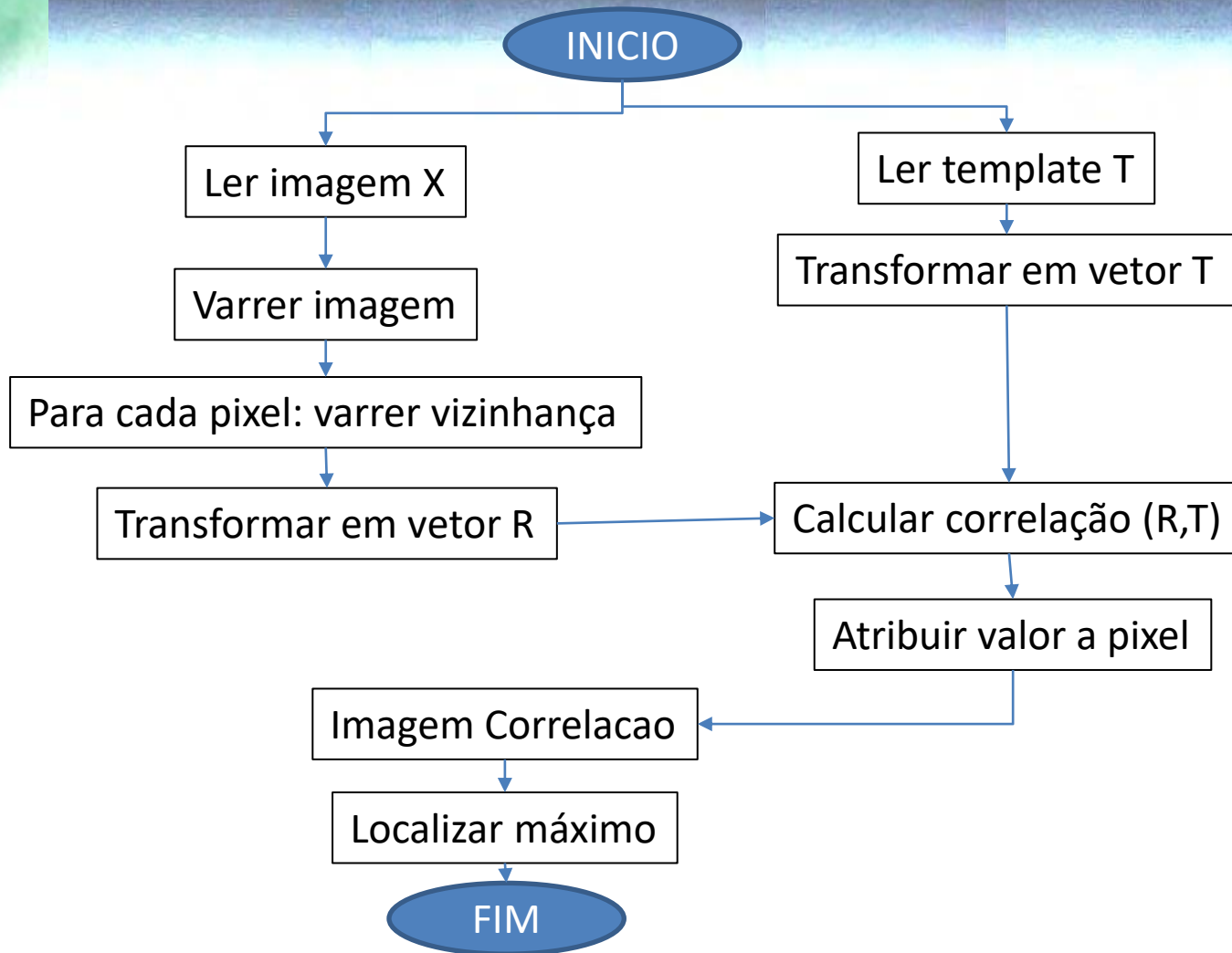


# Localizar máximo

- Máximo local de maior valor (absoluto)



# Um programa





Encontrar esta região na imagem ao lado.

## # CORRELACAO

```
#####
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
## ##### vmatriz to vetor # #####
```

```
def mat2vec(M):
```

```
    tl,tc = M.shape
```

```
    M1=np.zeros(( tl*tc),dtype = float)
```

```
    c=0
```

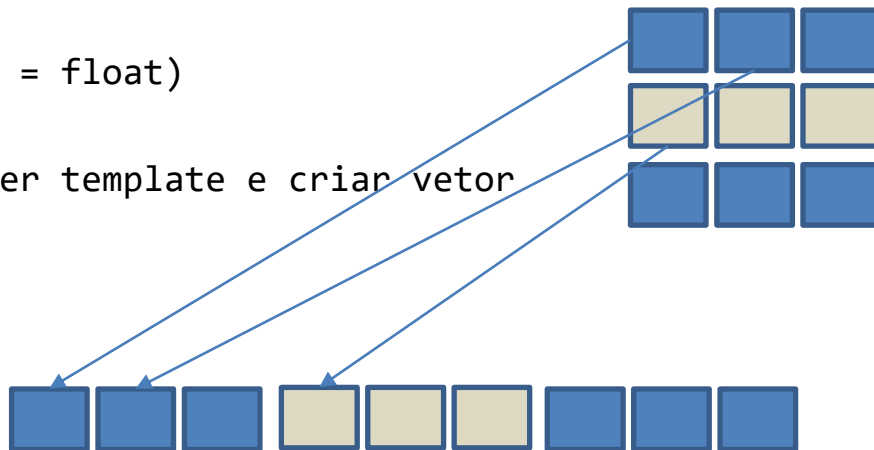
```
    for i in range(tl): # varrer template e criar vetor
```

```
        for j in range(tc):
```

```
            M1[c]=M[i,j]
```

```
            c=c+1
```

```
    return(M1)
```



```
X1= plt.imread('recorte.tif') # ler imagem de entrada e recuperar dimensoes
n1,nc = X1.shape
X=np.array(X1, dtype=float) #transforma em float
Y=np.zeros((n1,nc),dtype = float) # replica para gerar saida
Y=np.uint8(Y)
```

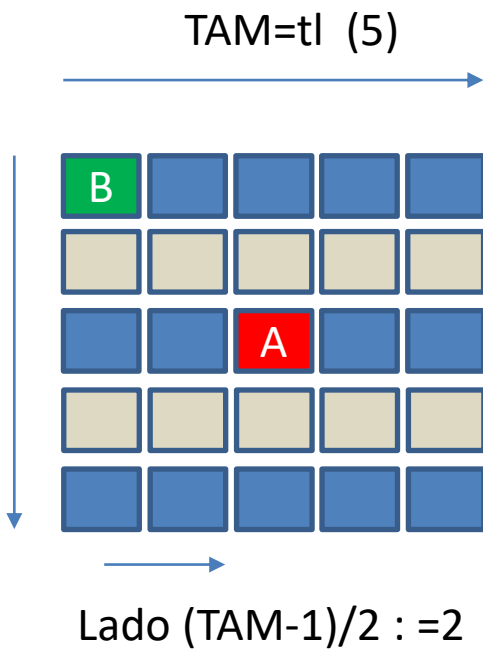
```
# Ler template
```

```
T1= plt.imread('template.tif')
t1,tc = T1.shape
T=np.array(T1, dtype=float)
print('Image size: ',n1,nc, " Template size: ", t1, tc)
dim=t1 # tamanho do template, DEVE ser um quadrado!
lado=(dim-1)/2 # numero de vizinhos antes ou depois do central
lado=np.uint8(lado)
```

```
TT=mat2vec(T) # transaforma matriz template a vetor
```



```
for L in range(lado, nl-lado): # varrer em linhas lado+1, para
vizinhos+central
    for C in range (lado, nc-lado): # varrer em colunas
        p=(L-lado) # posicao inicial, canto superior esquerdo do
recorte
        q=(C-lado)
        R=X[p:p+tl, q:q+tc]
        RR=mat2vec(R) # transforma regioa a vetor
        rm=np.corrcoef(RR,TT) # matriz de correlacao
        r=rm[0,1] # correlacao
        if r<0: # nao nos interessam correlacoes negativas
            r=0
        rp=r*255 # transformar em uint 8 para salvar
        v=np.uint8( np.round( rp ) ) # arredonda e muda a uint8
        Y[L,C]=v # salva na posicao do central
plt.imshow('Matriz.png',Y,cmap='gray')
```

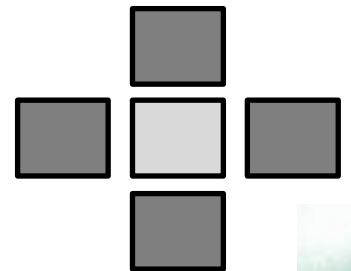


- A=central na posição L,C
- B=pixel no canto sup esq (p,q)
- p=L-lado
- q=C-lado

# ## buscar maximo local que supere limiar

```
Limiar=250 # em uint8 (0-255), na verdade poderia ser em float (0 a 1)
maximo=0 # máximo valor na imagem
for L in range(lado,nl-lado): # varrer em linhas e colunas
    for C in range(lado, nc-lado):
        if Y[L,C]>Limiar: # supera limiar, vejamos se é maximo local
            if Y[L,C]>Y[L+1,C] and Y[L,C]>Y[L-1,C] and Y[L,C]>Y[L,C+1]
and Y[L,C]>Y[L,C-1]:
                if Y[L,C]>maximo: # e se é maior que o anterior
                    maxL=L
                    maxC=C
                    maximo=Y[L,C]

print('localizado em: ', maxL, maxC, '| ',maximo)
```



# aplicação

