Processamento digital de imagens

Morfologia Matemática

CPGCG/UFPR

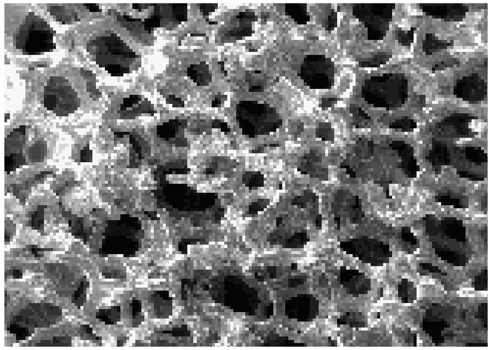
Prof. Dr. Jorge Centeno

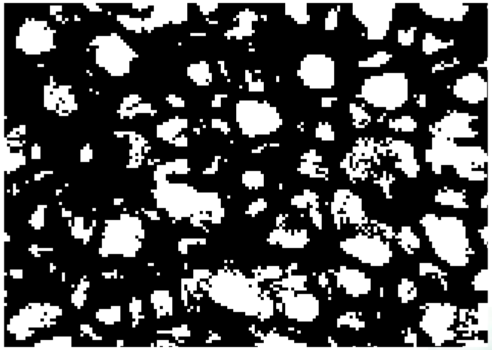
Morfologia Matemática

- morfologia – análise da forma e as formas dos objetos presentes na imagem.
- Matemática - análise baseada em princípios matemáticos como a teoria dos conjuntos, ..
- Teoria para análise de estruturas espaciais em imagens.
-

origem

- Matheron e Serra (nos anos 60) estudavam meios porosos e perceberam que estes podiam ser representados por dois estados a) poro b) não poro.
- Representando o meio como uma matriz, os poros são as células ocupadas onde eles ocorrem, estes locais conformariam um “conjunto” de pontos na matriz.
- Esta situação pode ser processada aplicando a teoria de conjuntos, operações como união, interseção, complemento e translação.





- *Elements pour une theorie des milieux poreux* (1967), G. Matheron
- Propôs usar a morfologia matemática para
- processar imagens binárias.

Morfologia matemática

- Então:
- A morfologia matemática é uma aplicação da teoria de conjuntos no processamento de imagens.
- Serve para manipular a forma dos objetos presentes na imagem (Morfologia), usando lógica de conjuntos (Matemática).
- É principalmente usada para:
  - pré-processamento
  - realce (redução, engrossamento, esqueleto, ...)
  - segmentação de objetos do fundo
  - Obtenção de descritores de segmentos

Grau de pertinência Booleano

A pertinência (ou grau de associação) entre os elementos e o conjunto é binária e pode ser formalizada com a lógica Booleana.

a) O elemento pertence ao conjunto

b) O elemento não pertence ao conjunto

- a) O elemento pertence ao conjunto: TRUE = 1
- b) O elemento não pertence ao conjunto: FALSE =0

a) F(b,A)=1

b) F(X,A)=0

A={ 1,2,4,8,16,32,64}

a) F(16,A)=1

b) F(10,A)=0

Imagem digital binária como conjunto...

Uma imagem binária pode ser entendida como um conjunto de pixels com valores diferentes do fundo (ativos), dentro do sistema definido pelas coordenadas linha coluna da imagem (l,c).

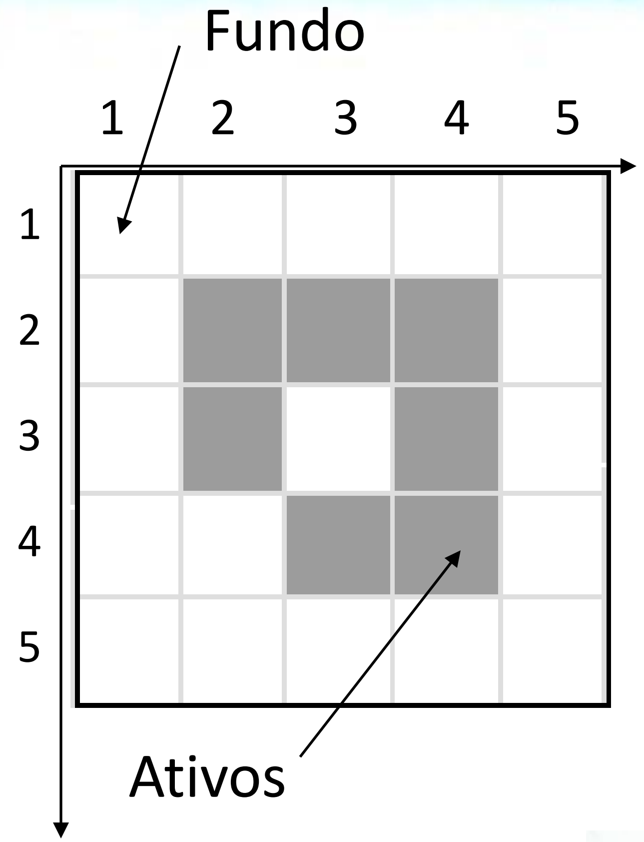
Exemplo:

U={(1,1), (1,2),(1,3)...(2,1),...(5,5) }

Conjunto de pixels ativos na imagem:

A={(2,2) (2,3) (2,4) (3,2) (3,4) ,(4,3) (4,4) }

Se U é a imagem toda, A é um subconjunto de U.



F((2,2),A)=1
F((1,1),A)=0

Translação

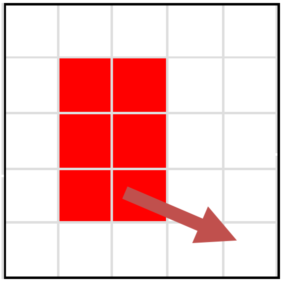
Um conjunto pode sofrer o efeito da translação.

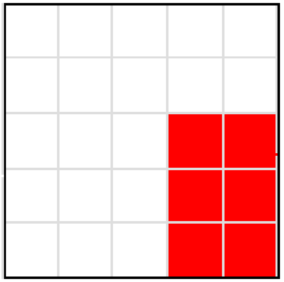
Ex:

v = vetor translação (l/c)

v =(+1, +2)’

(A+) = (A + v)





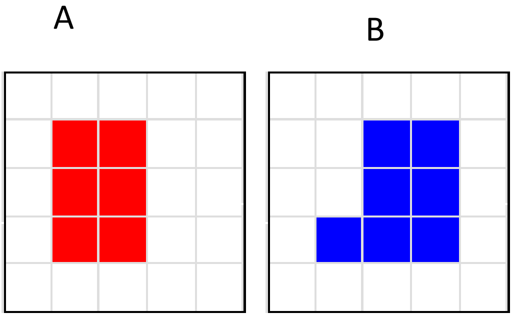
Operadores: ex União

Dois conjuntos (grades) podem ser combinados para gerar um terceiro, por exemplo através dos operadores

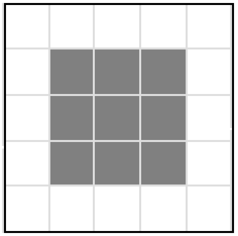
união (U) e a intercessão (∩)

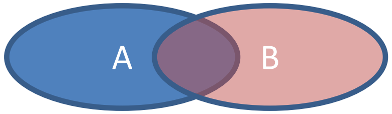
A U B

- Quais elementos (locais) tem valor ativo na imagem A **OU** na imagem B, u em ambas?

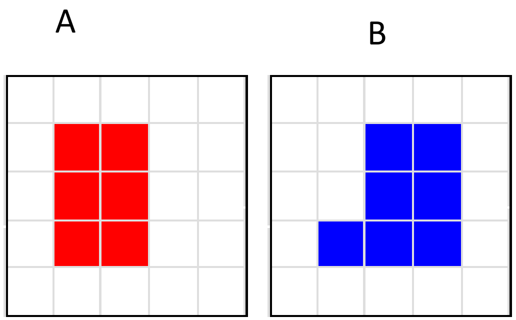


A U B =





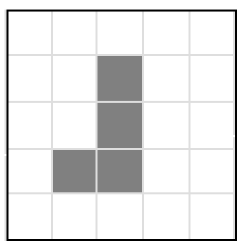
Interseção



A ∩ B

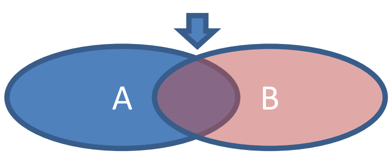
Quais locais tem valor ativo na imagem A **e** na imagem B?

A ∩ B =

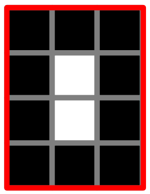


Verificar a hipótese A=ativo e B=ativo, equivale a um “E” lógico.

A ∩ B : F(x,A)=1 AND F(x,B)=1

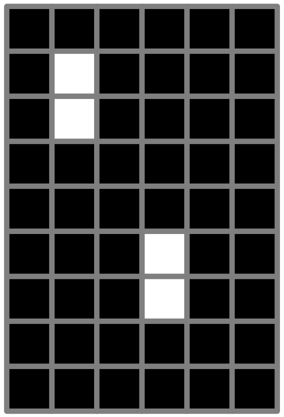


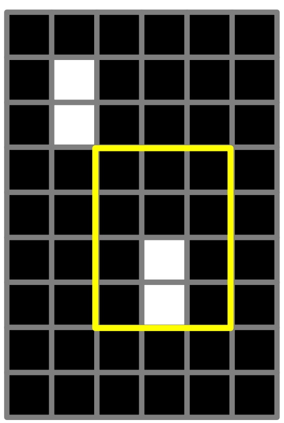
Juntando



A

B





E se formos capazes de deslocar “A” ao longo de B?

(A+)= A+dx

Podemos verificar a veracidade de situações como
* (A U B) ou

* (A ∩ B)

Então, para cada deslocamento possível a hipótese pode ser verificada e o resultado armazenado na mesma posição da célula em uma imagem de saída

Exemplo: verifique se a interseção de A e B é plena se se desloca A com (+3,+2)

Quando ocorre plena interseção de A e B?

exemplo

A

1	0
1	1

B

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0

Deslocando A ao longo de B, quantas vezes é verificada a hipótese (A ∩ B)=A? Onde ocorre?

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0

1	0
1	1

Uma solução seria deslocar o conjunto A ao longo de B e verificar quando se satisfaz B ∩ A = A

exemplo

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**1**	**1**	0	0	0	0	0	**1**	0
0	0	**1**	**1**	0	0	0	0	0	**1**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	**1**	**1**	0	**1**	0	0	0	0
0	**1**	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0
0	**1**	0	0	0	0	0	**1**	0	0
0	0	**1**	**1**	0	0	0	**1**	0	0

1	0
1	1

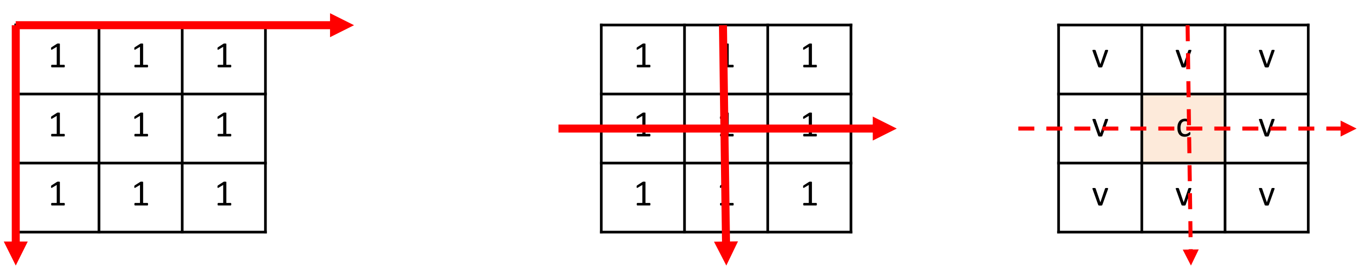
resultado

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	**1**	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	**1**	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Elemento estruturante

- Uma operação de morfologia matemática consiste em deslocar uma pequena matriz ao longo da imagem e verificar um teste lógico em cada posição possível.
- A matriz menor é chamada de *template* ou Elemento Estruturante.
- Para efetuar a translação desta pequena matriz, considera-se sua origem no seu "elemento central".

- Exemplo de elemento estruturante simples, um quadrado 3x3:



Elementos estruturantes...

- Quadrado
- “plus”
- Linha

1	1	1
1	1	1
1	1	1

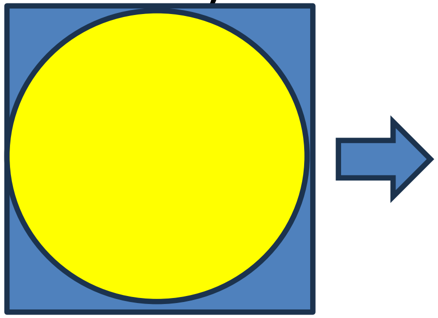
0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0
1	1	1
0	0	0

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

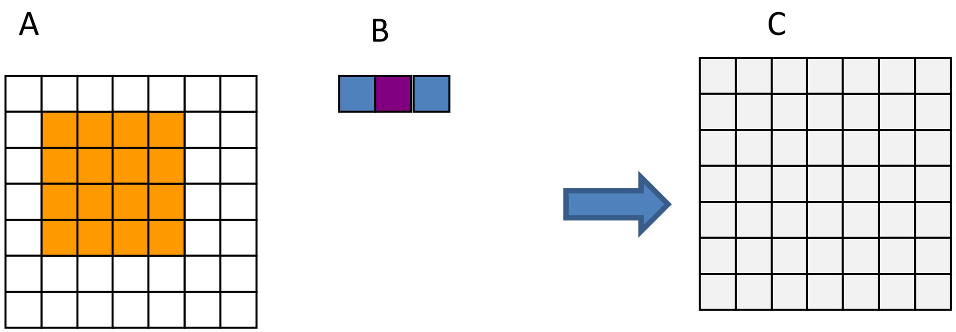
1	1	1

- Disco (aproximado em um raster)



	1	1	1	
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
	1	1	1	

Exemplo, com interseção...



C = A ∩ B

C = 1 se A ∩ B for verdadeiro para todos os elementos de B;

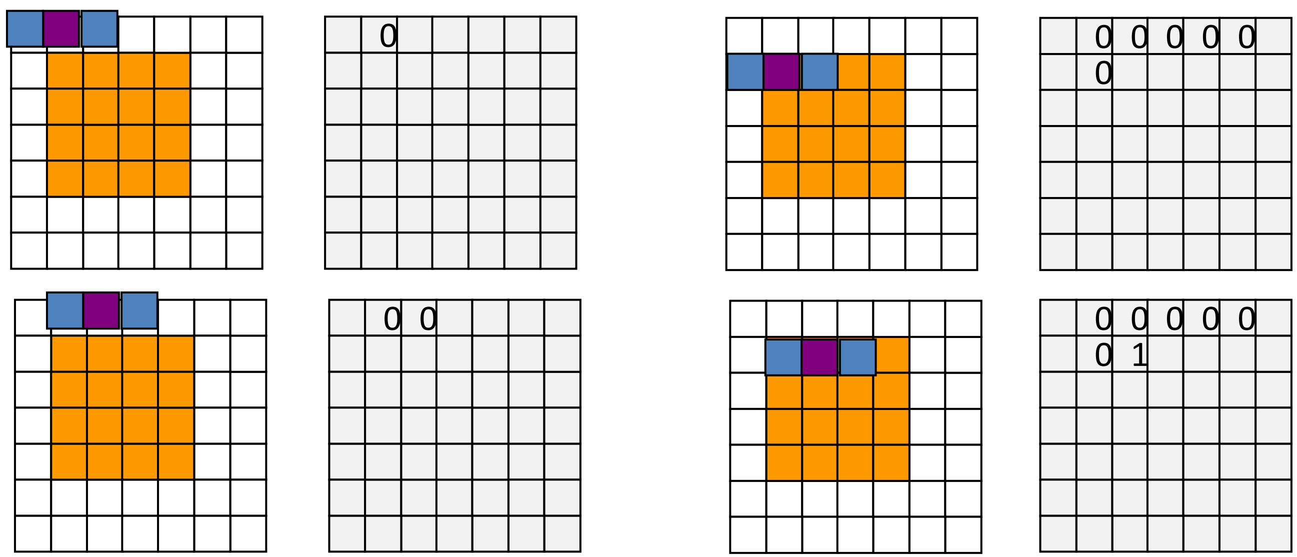
0 se A ∩ B caso contrário.

Ou seja, “B” está contido em “A”?

Exemplo

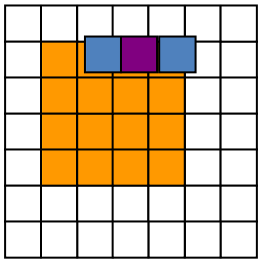
C=A ∩ B+

Por que... B+ ?
Que significa isto?

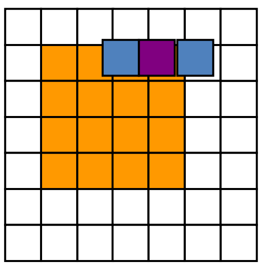


Exemplo

$A \cap B+ = ?$



	0	0	0	0	0	
	0	1	1			



	0	0	0	0	0	
	0	1	1	0		

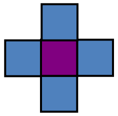
C

	0	0	0	0	0	
	0	1	1	0	0	
	0	1	1	0	0	
	0	1	1	0	0	
	0	1	1	0	0	
	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	

Exemplo

O deslocamento do elemento estruturante ao longo da imagem e o tipo de operação que é efetuada em cada ponto imprimem mudanças nas formas da imagem.

- O que aconteceria se o elemento estruturante fosse:



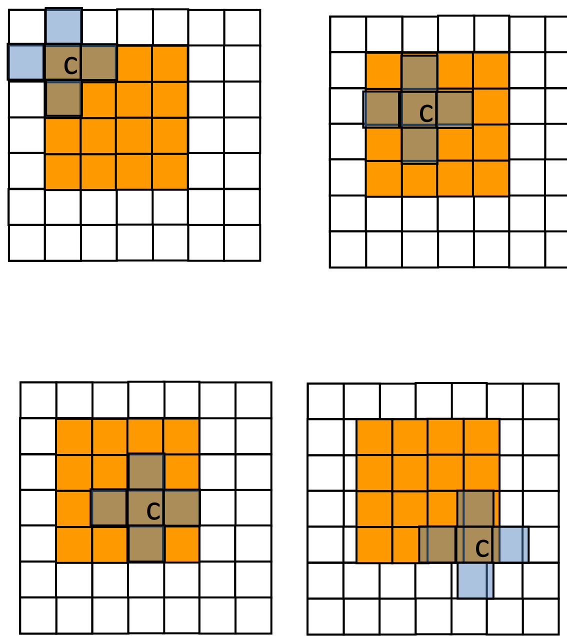
B

0	1	0
1	1	1
0	1	0

- E se a operação fosse:

$C = A \cap B+$?

A ∩ B+



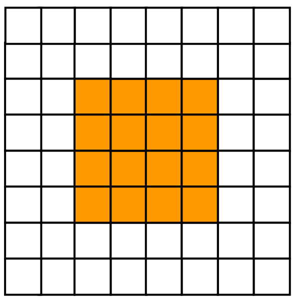
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Poderíamos dizer:
a hipótese é verdadeira se o elemento estruturante deslocado está “contido” no conjunto da imagem

Exemplo

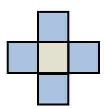
- E se a operação fosse "União"?

C=A U B+;



A

B



A

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

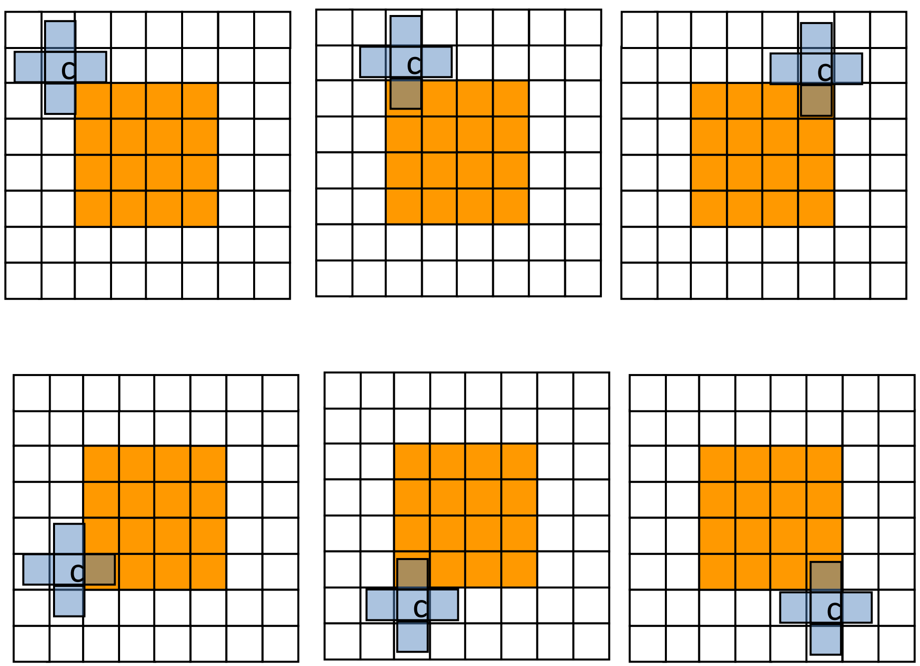
B

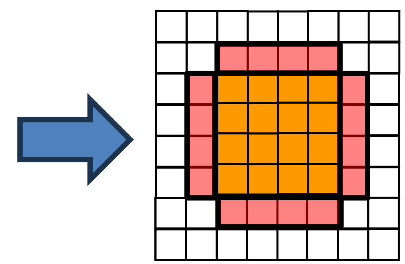
0	1	0
1	1	1
0	1	0

Exemplo

- E se a operação fosse “União”?

C=A U B+

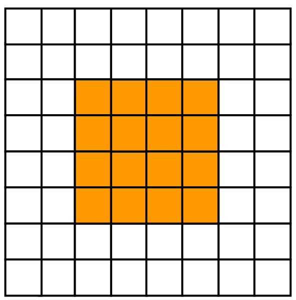




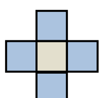
Como descreveria esta alteração?

compare

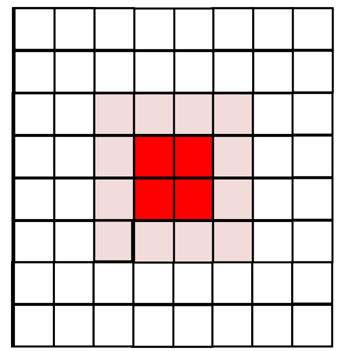
- Como descreveria o efeito destas duas operações? Que nome daria a cada uma?



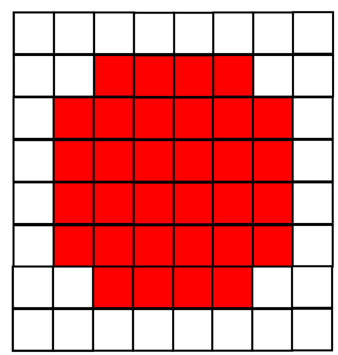
A



B



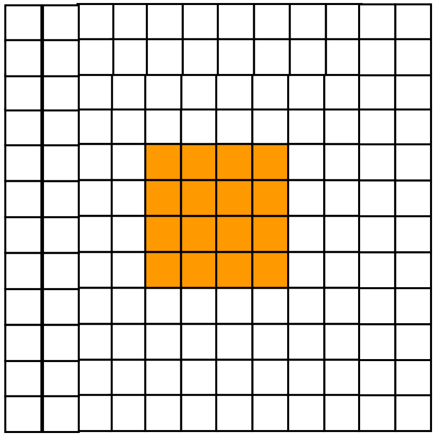
A ∩ B+



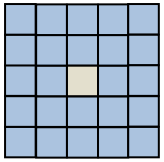
A U B+

Exemplo

Imagine o que ocorreria se se usa um elemento estruturante maior e A ∪ B+ ?

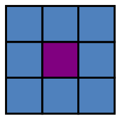


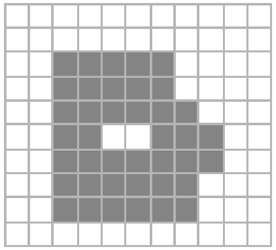
A



B

OPERADORES MAIS COMUNS

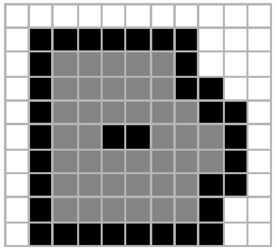
M 

G 

- **Dilatação**

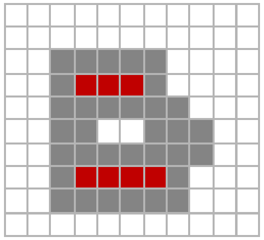
  Matematicamente:

  D(G,M)= { p : M+ ∩ G não nulo}



- **Erosão**

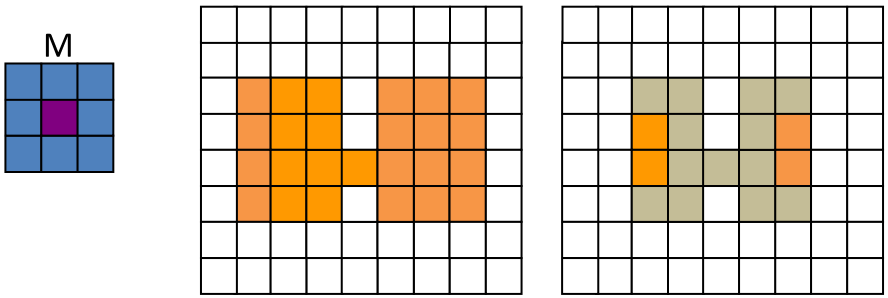
  E(G,M)={p : M+ subconjunto de G}



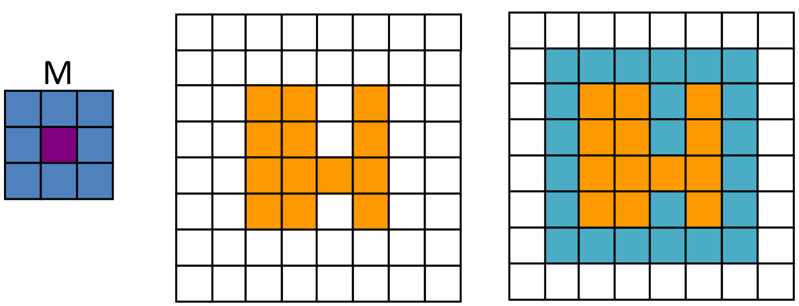
OPERADORES MAIS COMUNS

OPERADORES MAIS COMUNS

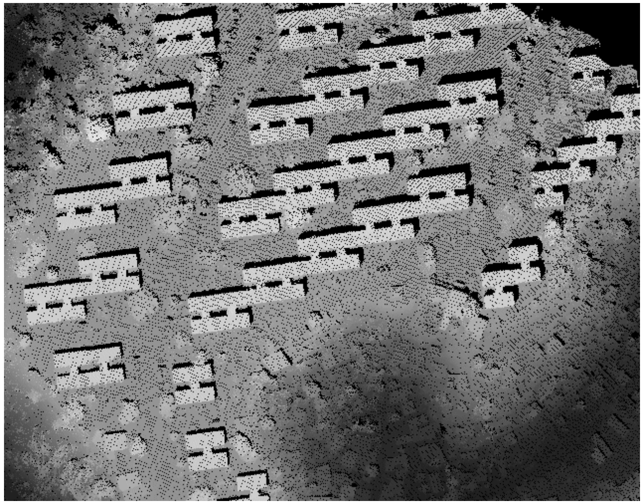
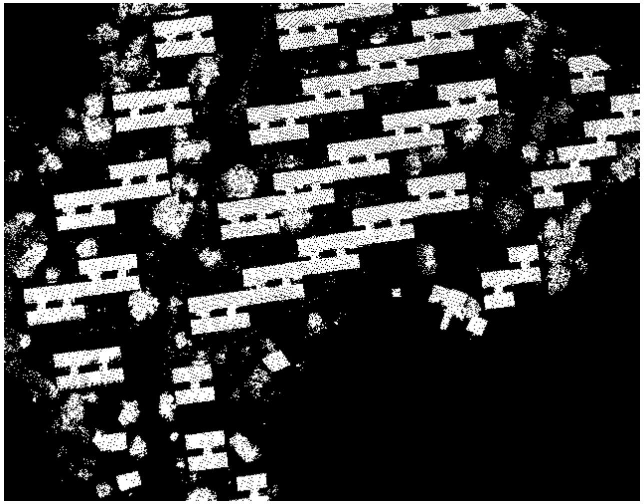
- Erosão



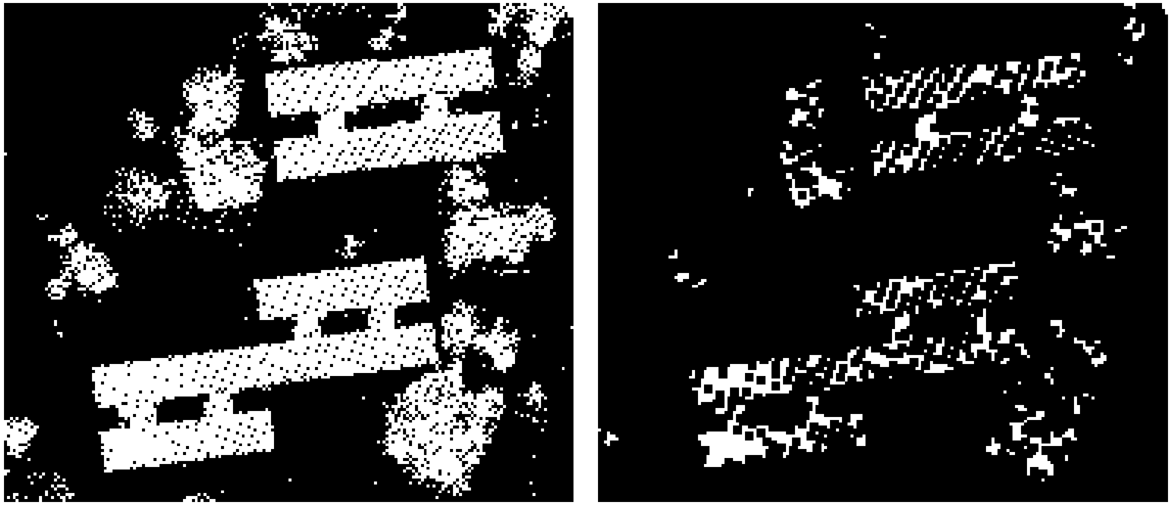
- dilatação



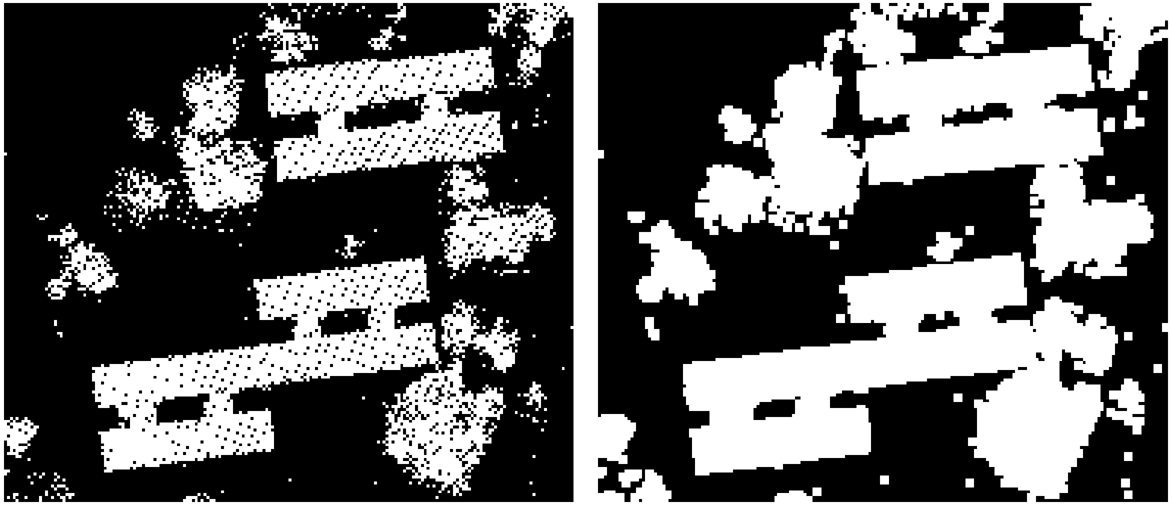
binary

erosion

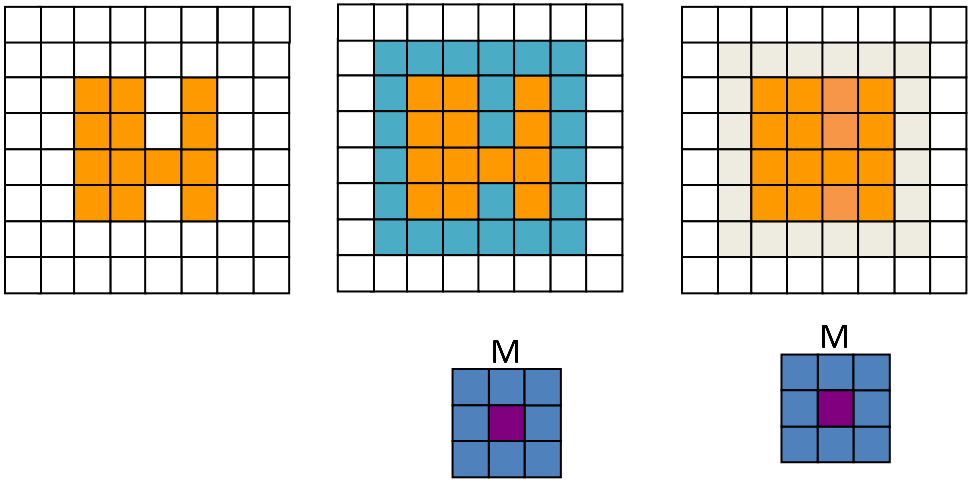


dilation

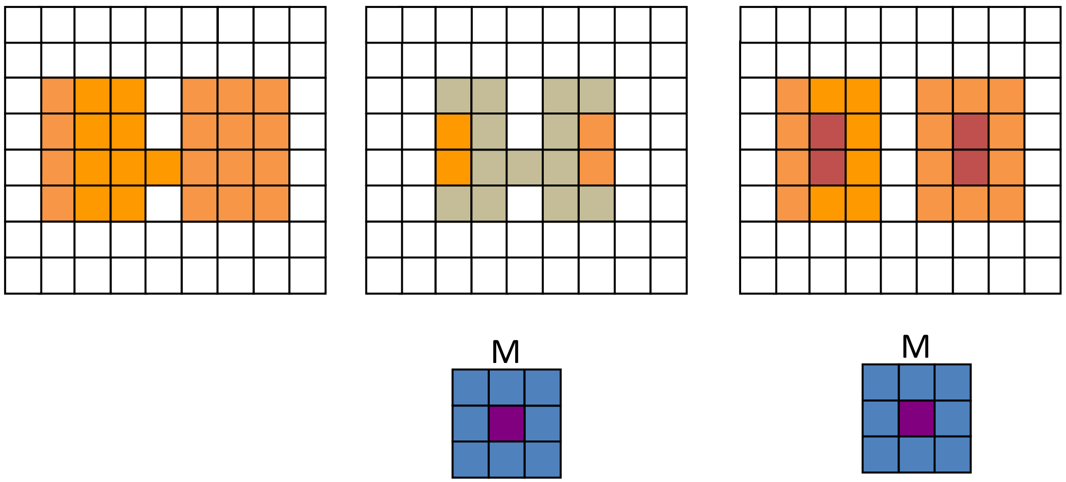


OPERADORES MAIS COMUNS

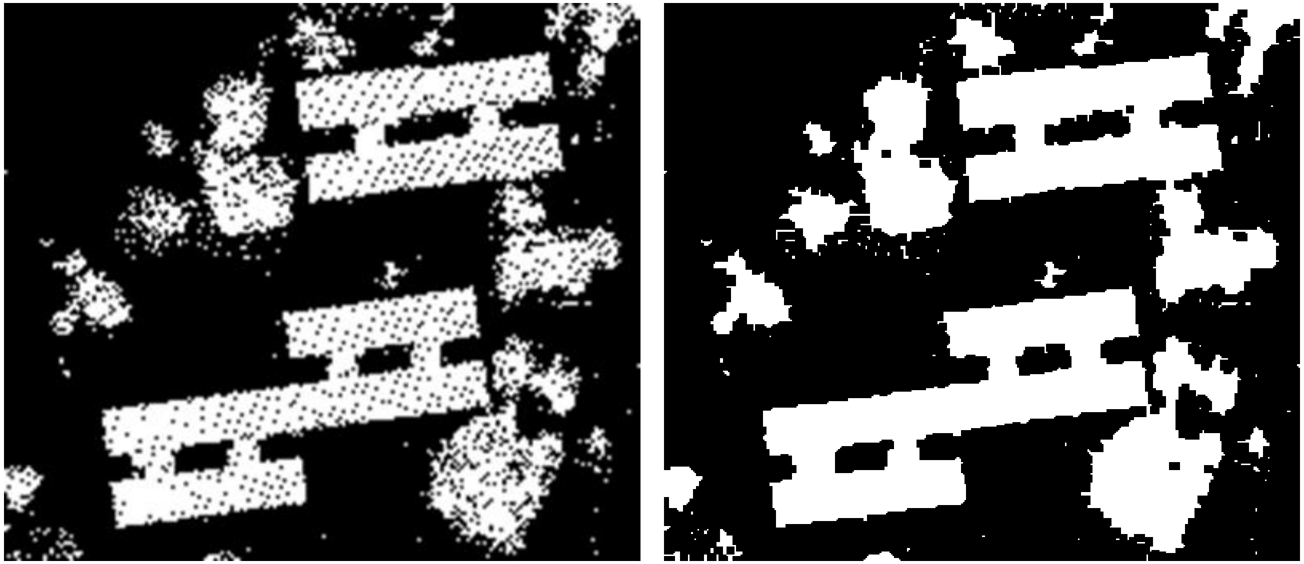
- **Fechamento:** dilatação seguida de erosão



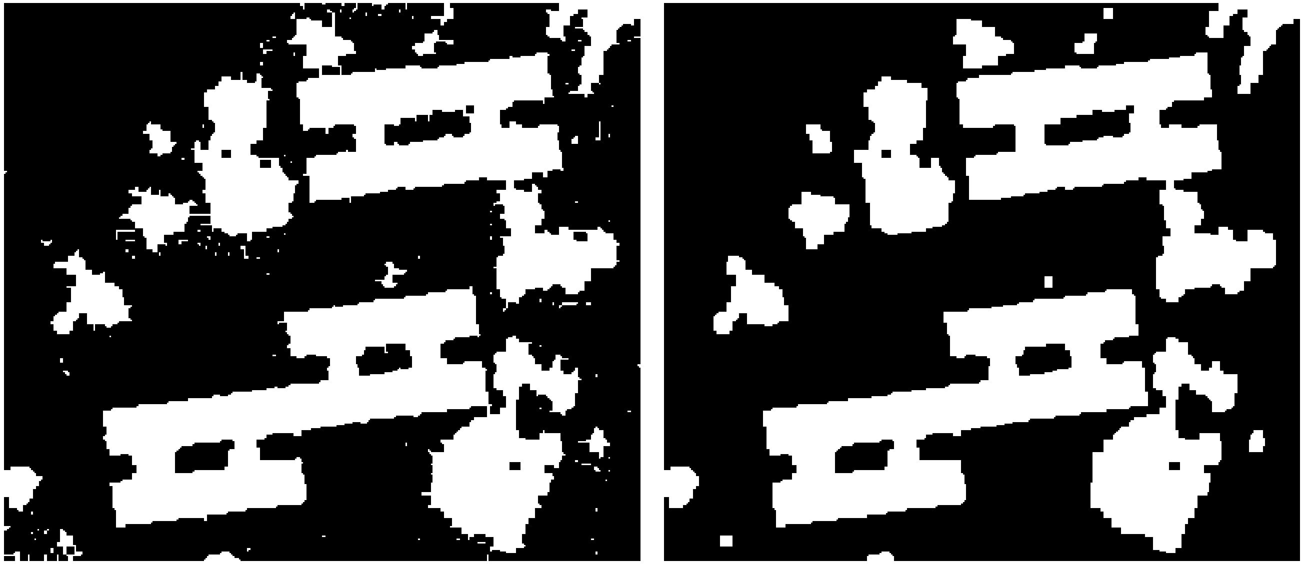
- **Abertura:** Erosão seguida de dilatação



closing



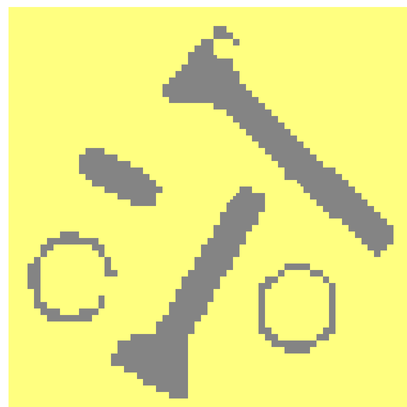
Opening (after closing)



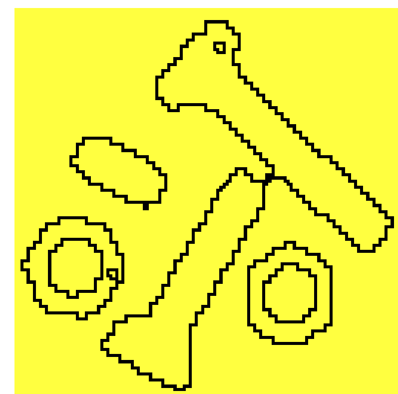
Detecção de bordas

- Imagem original - Erosão ... How?

-



=



Esqueleto (eixo médio)

- O esqueleto de uma imagem binária corresponde ao mínimo conjunto de pixels conexos que representem o eixo médio da figura.
- O esqueleto pode ser obtido executando várias erosões seletivas e sucessivas das bordas das figuras.
- Na determinação do esqueleto, deve se cuidar para não remover “pontas” nem “pixels intermediários” que garantem a conectividade.