Processamento digital de imagens

Geometria

- A questão geométrica

Crop, pad, rotate and resize images

Operações básicas

Translação

$xs=x+t_x$ $ys=y+t_y$

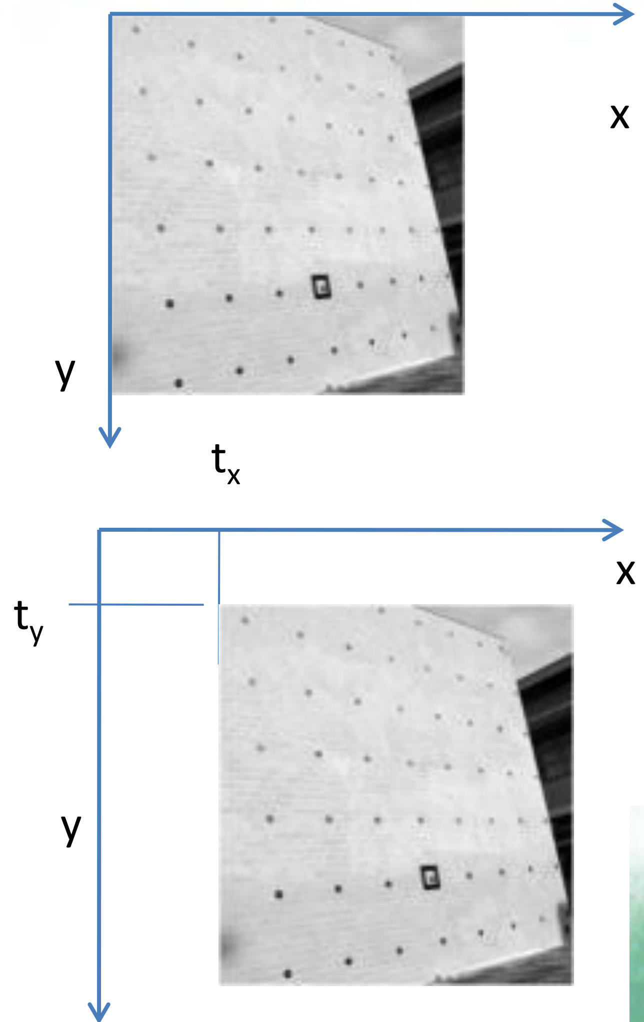
notação vetorial

$XS = X + T$

(vetores)

$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tx \\ ty \end{bmatrix}$$

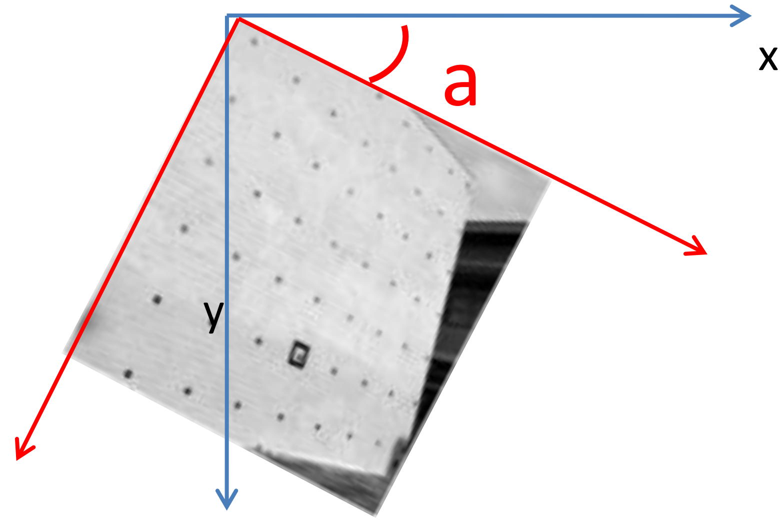
$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & tx \\ 0 & 1 & ty \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



Rotação

xs= x cos(a) – y sin(a)

ys = x sin(a) + y cos(a)



notação vetorial

*XS = R * X*

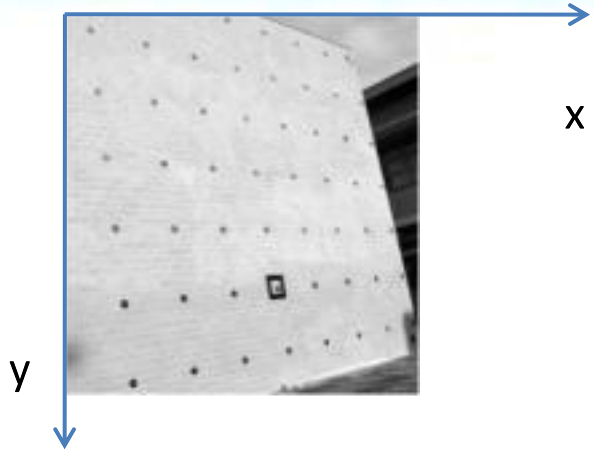
$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a1 & a2 \\ a3 & a4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

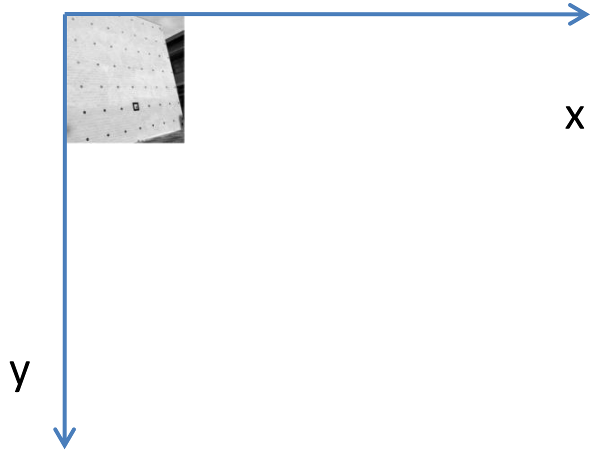
$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a1 & a2 & 0 \\ a3 & a4 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Escala   XS = E * X

$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = [E] * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$





RST

Juntando: RST (Rotation, Scale,Translation)

$$\mathbf{Xs} = E * R * \mathbf{X} + T$$

$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = E * \begin{bmatrix} a1 & a2 \\ a3 & a4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tx \\ ty \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E * a1 & E * a2 \\ E * a3 & E * a4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tx \\ ty \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b1 & b2 \\ b3 & b4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tx \\ ty \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} xs \\ ys \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m1 & m2 & m3 \\ m4 & m5 & m6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Transformação espacial

Se conhecemos os parâmetros da transformação (por ex: $\mathbf{Xs} = E * R * \mathbf{X} + T$) Podemos aplicar a transformação espacial para calcular a posição de um pixel na imagem de saída.

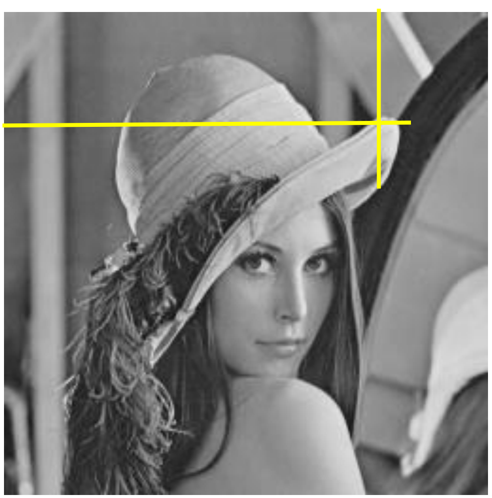
- Ou seja, dadas as coordenadas na imagem original (x,y) calculamos as coordenadas na imagem de saída u=f(x,y), v=f(x,y) e copiamos o valor digital nessa posição da imagem nova.

Mapeamento direto

Dadas as coordenadas da imagem de entrada (x,y), calcular a nova posição na imagem e saída (u,v) e copiar o valor digital.

Ex:

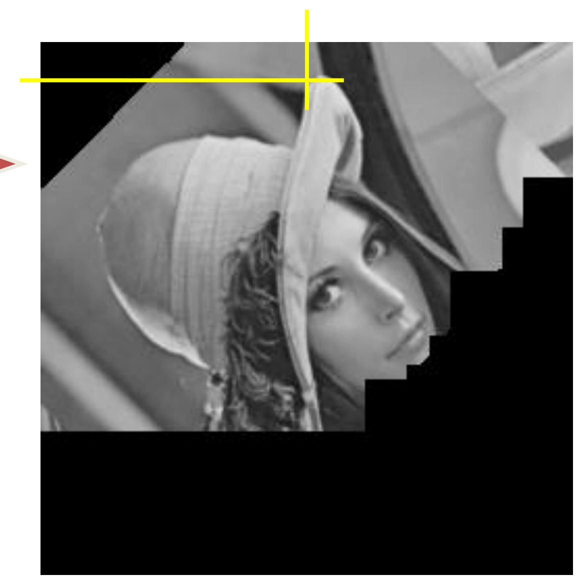
$$u = a_1 * x + a_2 * y + a_3$$
$$v = a_4 * x + a_5 * y + a_6$$



x,y

u,v=f(x,y)

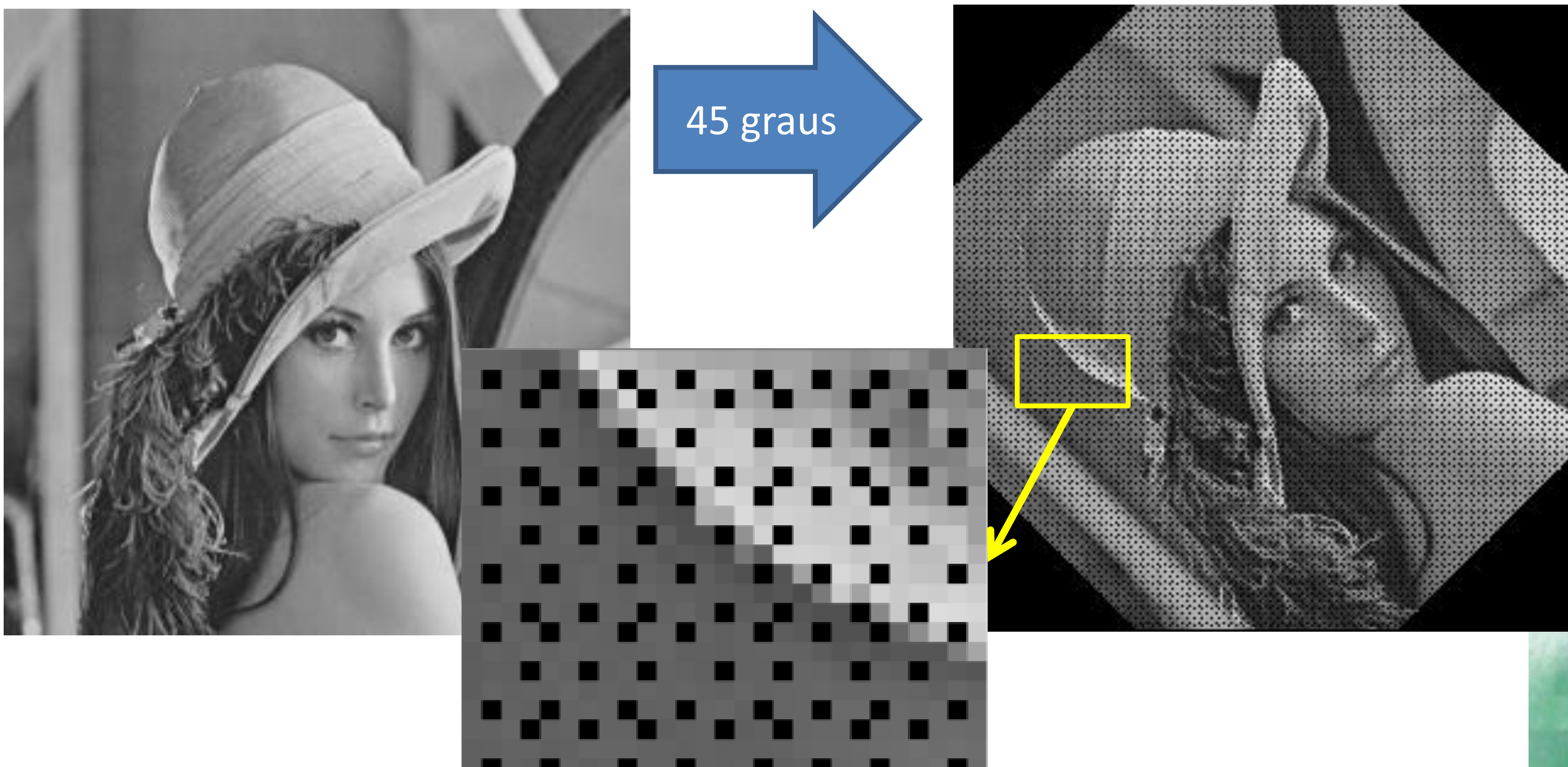
Arredondar (u,v)



u,v

Problemas

Nem todas as posições da imagem de saída são ocupadas devido a arredondamentos.



Mapeamento inverso

Dadas as coordenadas da imagem de saída, calcular a posição na imagem de entrada e copiar o valor digital.

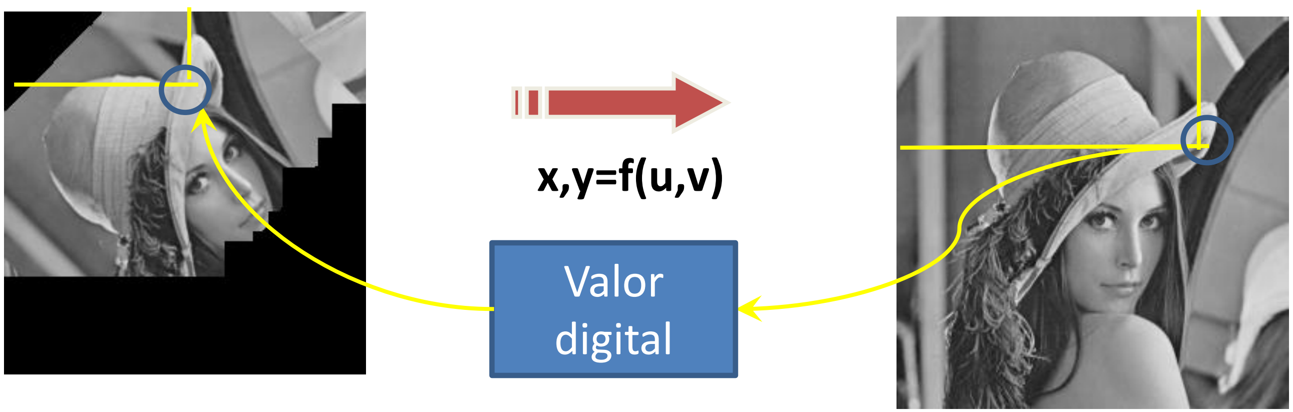
Ex RST: Se temos a transformação

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a1 & a2 \\ a3 & a4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t1 \\ t2 \end{bmatrix}$$

Podemos calcular a transformação inversa

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t1 \\ t2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a1 & a2 \\ a3 & a4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = inv\left(\begin{bmatrix} a1 & a2 \\ a3 & a4 \end{bmatrix}\right) * \left\{\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t1 \\ t2 \end{bmatrix}\right\}$$

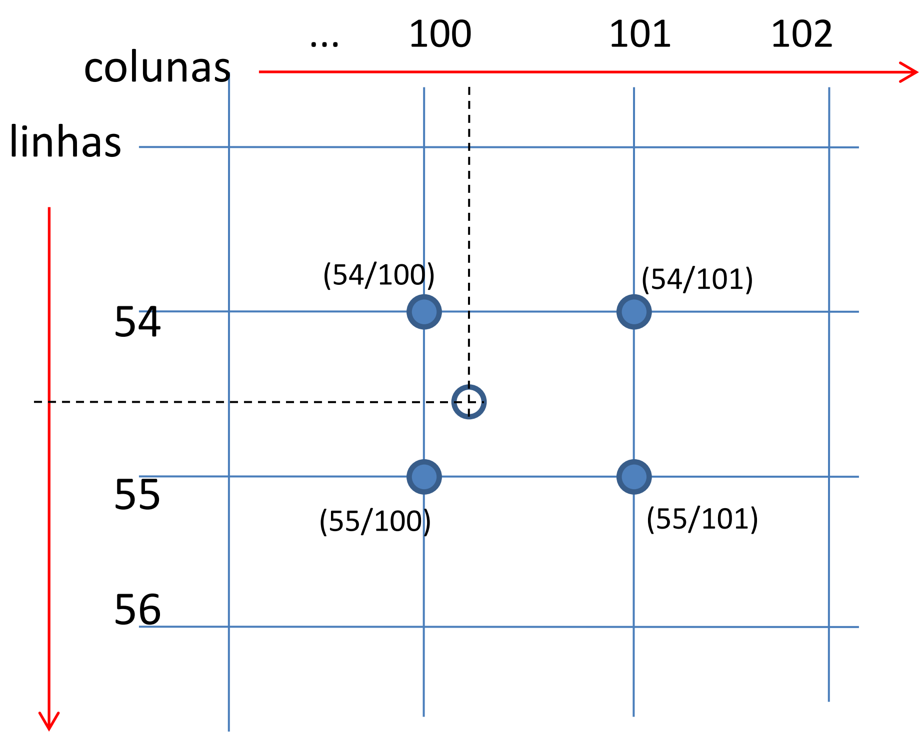


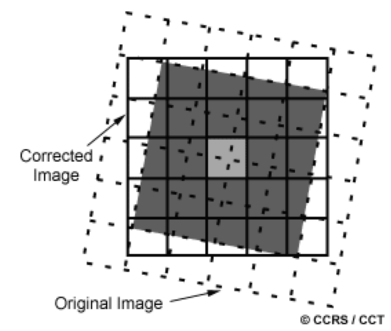
u,v

x,y

interpolação

As coordenadas calculadas nem sempre correspondem a números inteiros e por este motivo o novo valor digital deve ser interpolado. Existem para isto três opções mais conhecidas que são a reamostragem pelo método do vizinho mais próximo, a interpolação bilinear e a convolução cúbica.

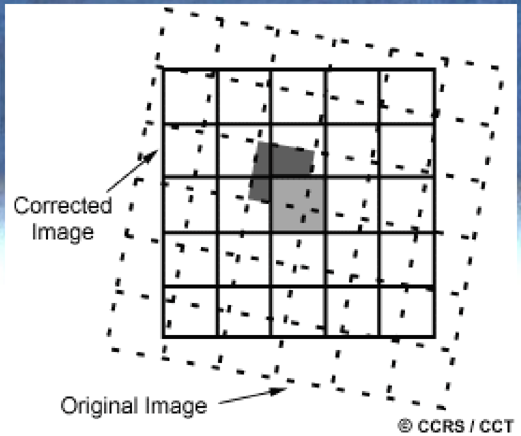


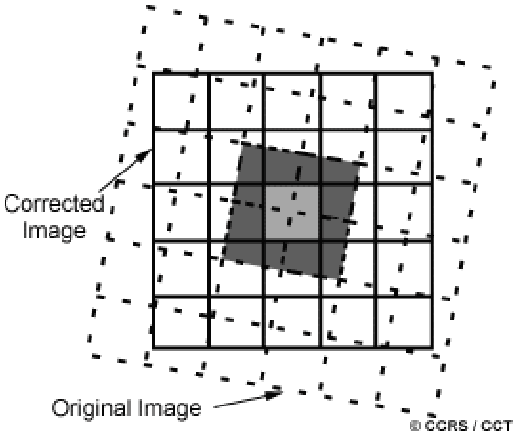


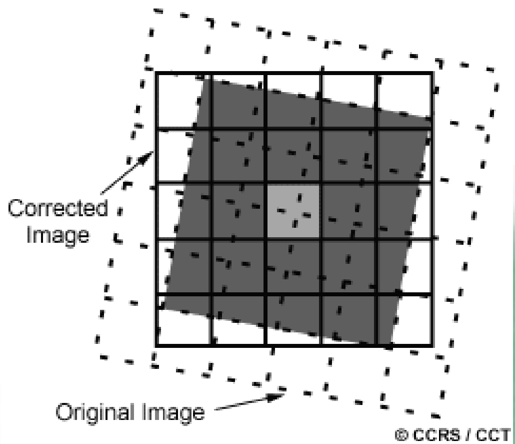
Ex: após o cálculo obtivemos:
linha=54,6
coluna= 100,3
Qual valor copiamos?

Opções

- vizinho mais próximo: por arredondamento
- Interpolação bilinear: usando 4 vizinhos
- Convolução cúbica: usando 16 vizinhos



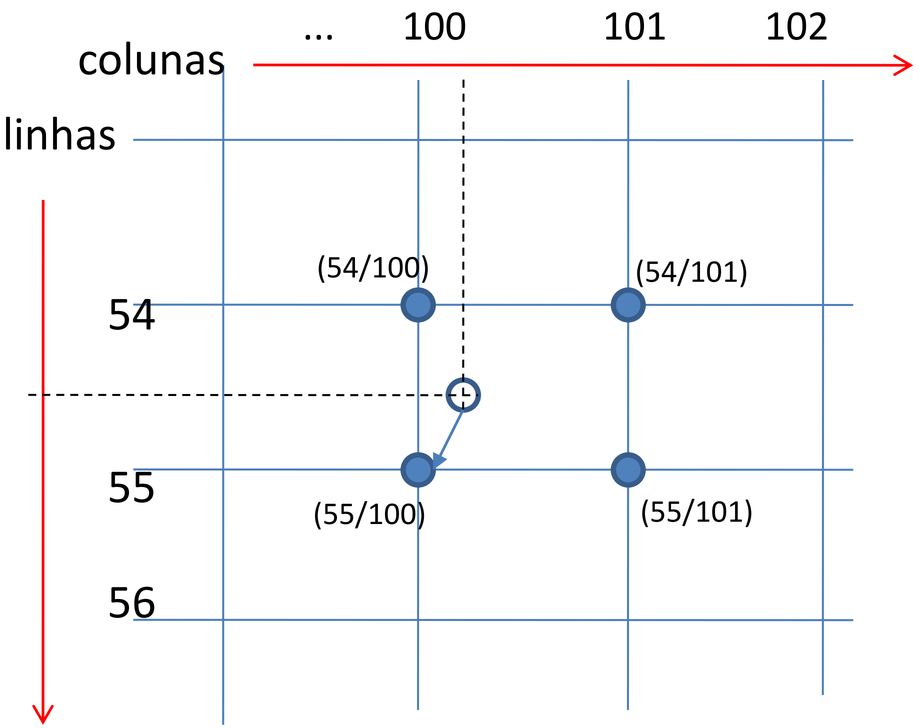




vizinho mais próximo

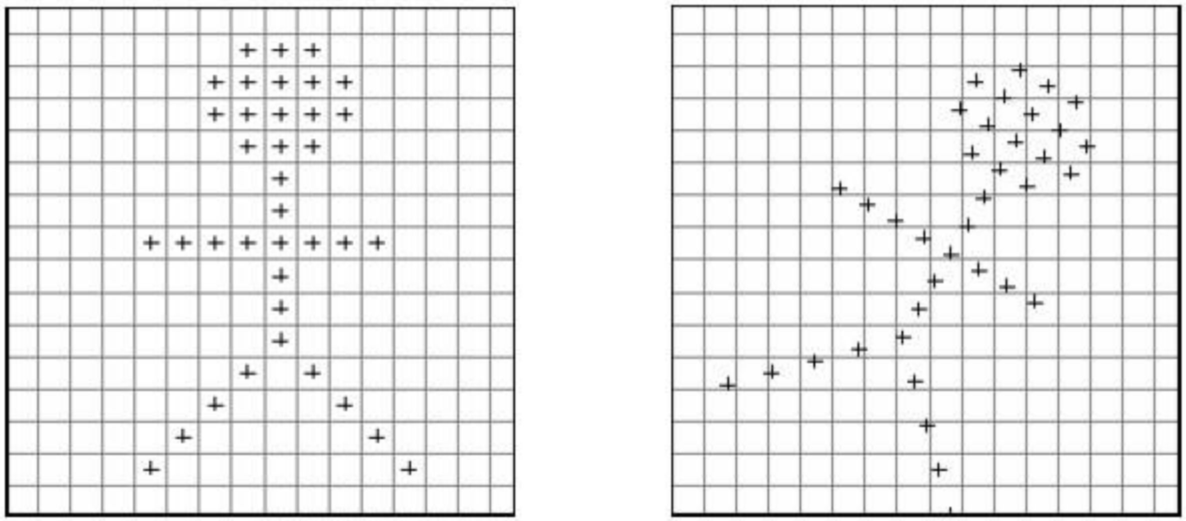
É mais simples e consiste na escolha do valor do contador digital do pixel mais próximo.

Como um valor é copiado, não gera novos valores interpolados.



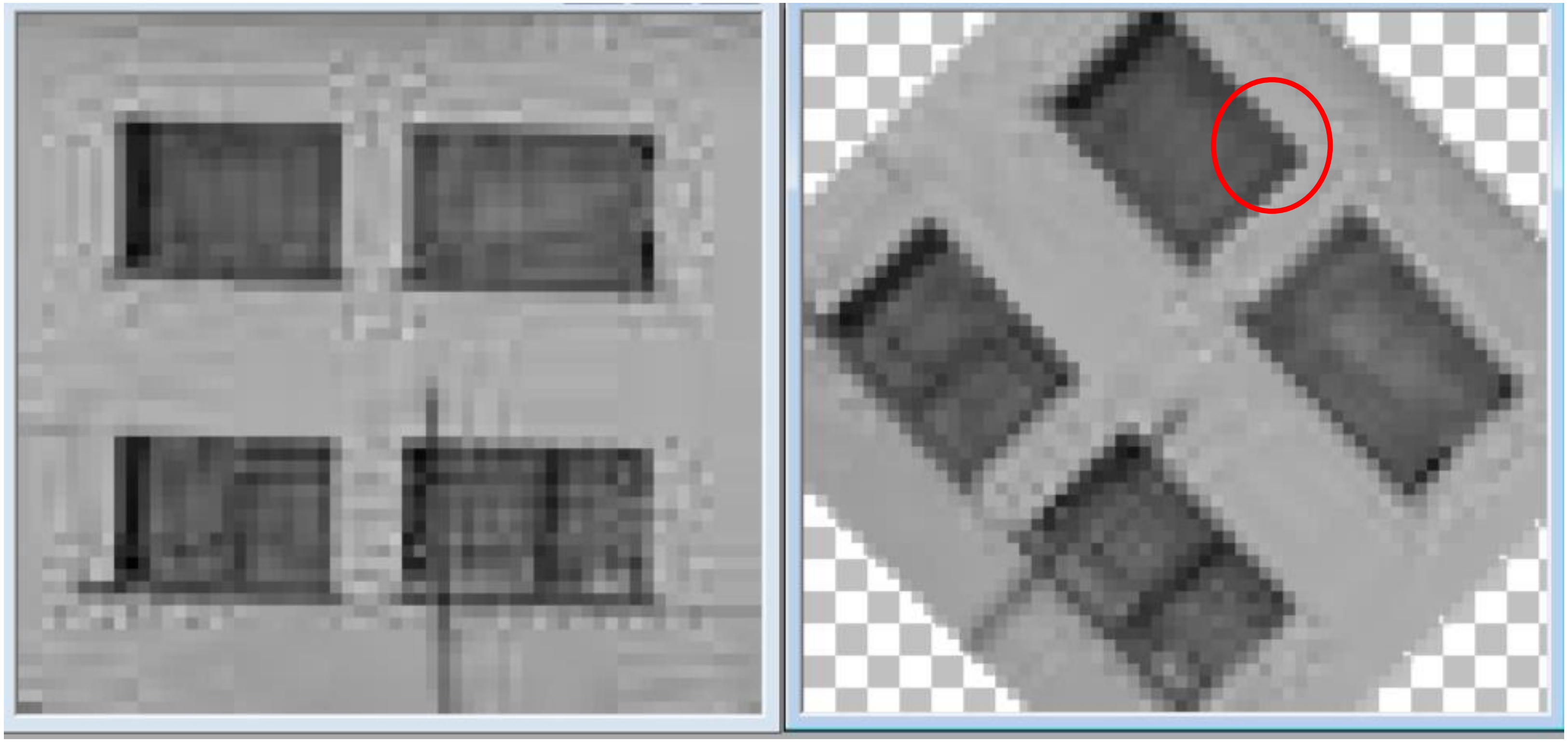
Equivale a arredondar os valores em linha e coluna para o inteiro mais próximo
(54,6; 100,3) ...(55,100)

Exemplo:

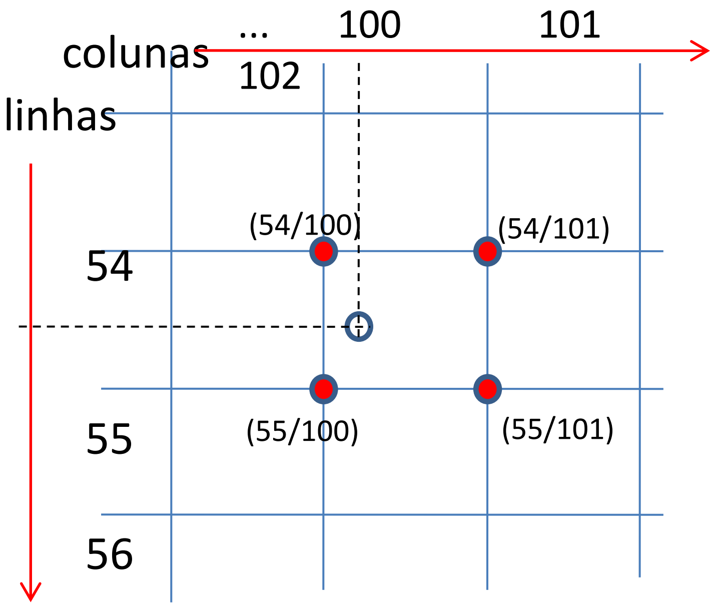


http://northstar-www.dartmouth.edu/doc/idl/html_6.2/Interpolation_Methods.html

- Produz um efeito de degrau em imagens de nível de cinza, devido ao arredondamento da posição do pixel na imagem original.



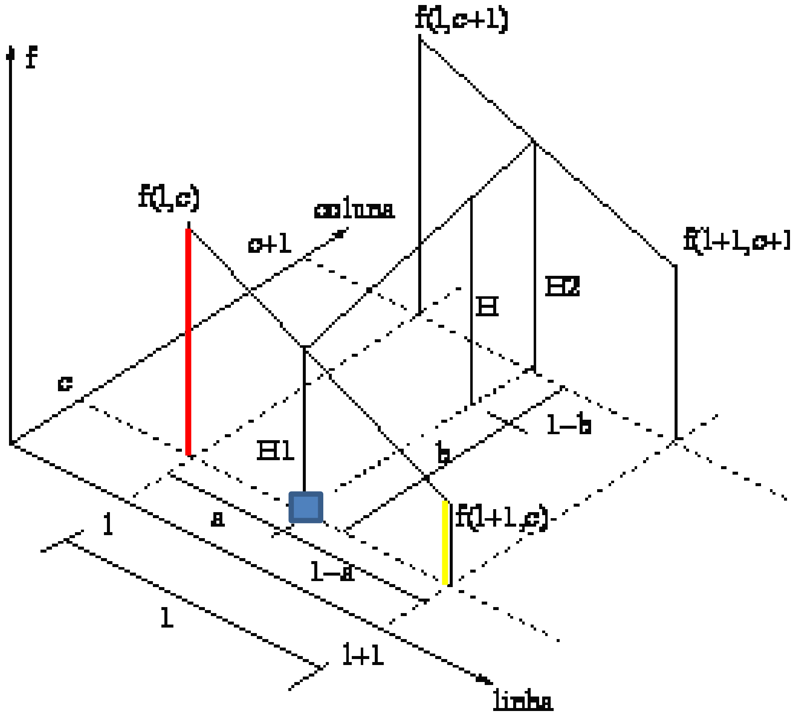
<u>Interpolação bilinear</u>: Consiste em interpolar um novo valor a partir dos quatro vizinhos mais próximos (linha e coluna anterior e posterior).

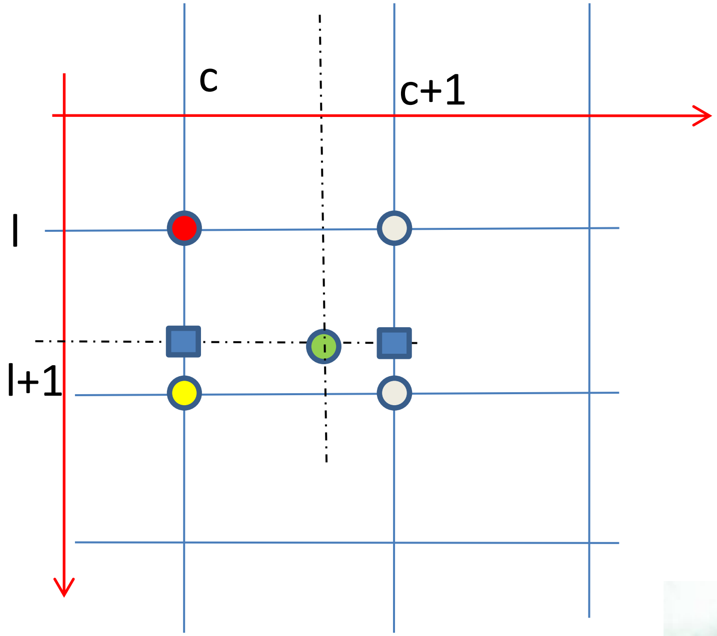


Poderíamos usar o valor médio dos quatro vizinhos, mas isso criaria áreas uniformes quando se muda a escala. Por isso, se interpola com variação dentro desta vizinhança.

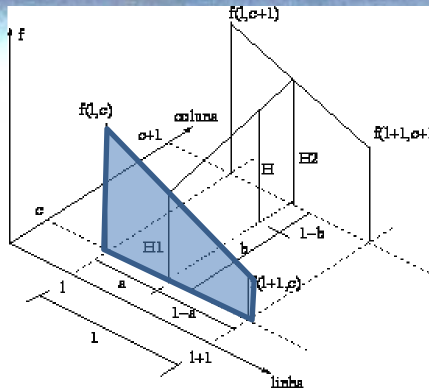
Para isto se faz interpolações em linhas e em colunas.

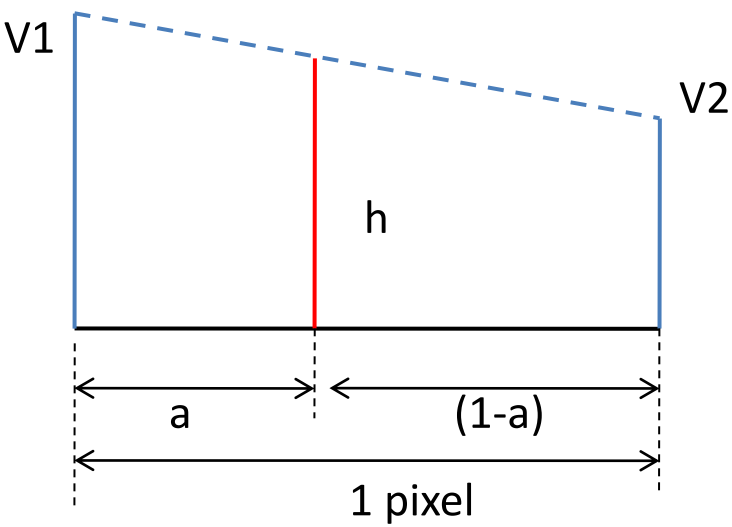
- Interpolação Bilinear

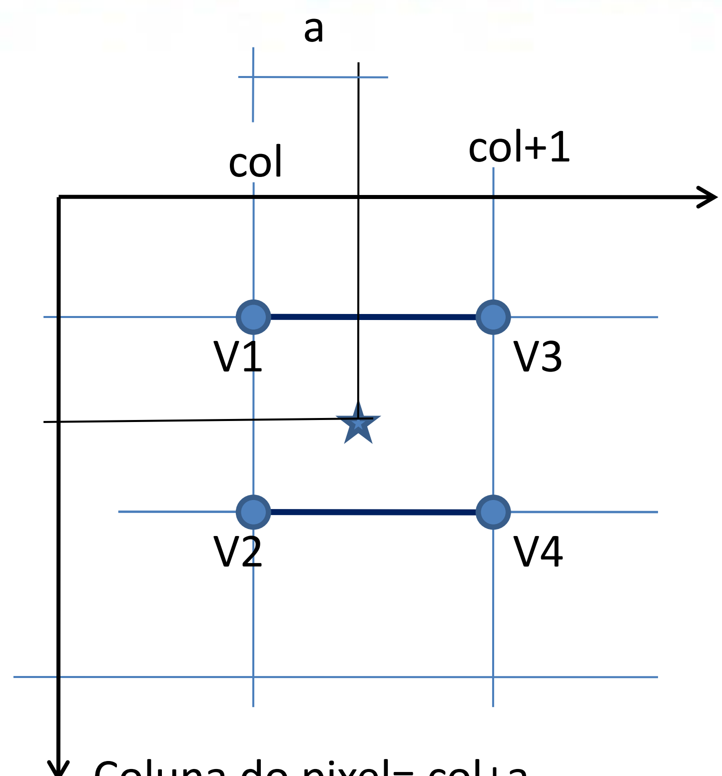




Ao longo de uma linha



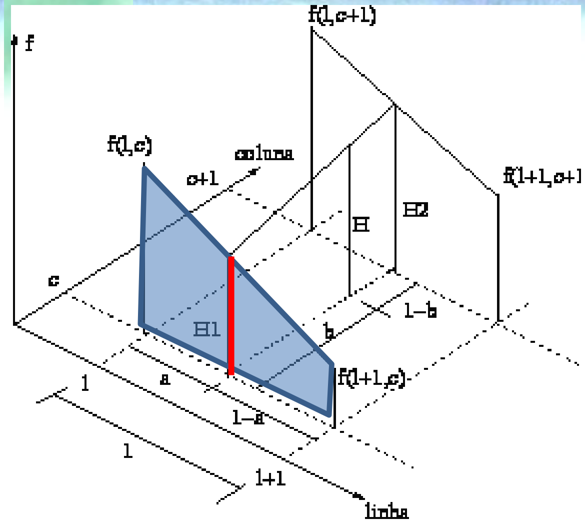


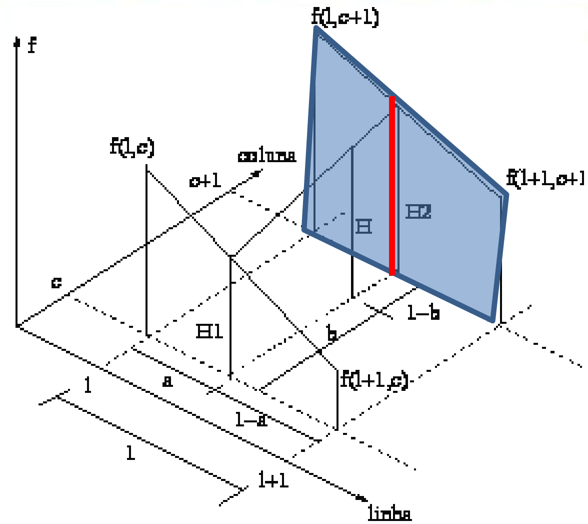


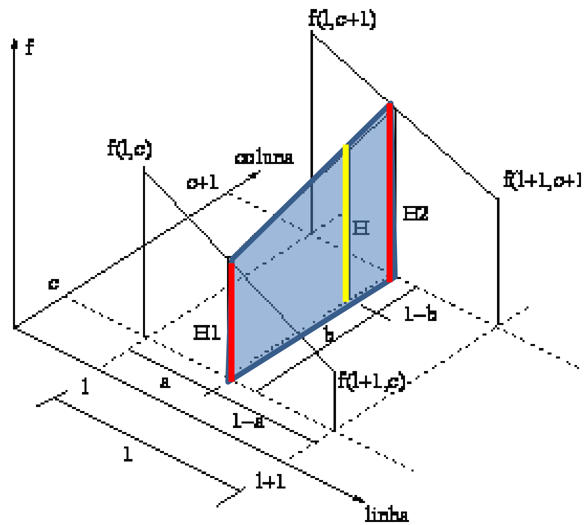
Coluna do pixel= col+a
Ex: 321,81
col=321   a=0,81

$$h = V1*(1-a) + v2*a$$

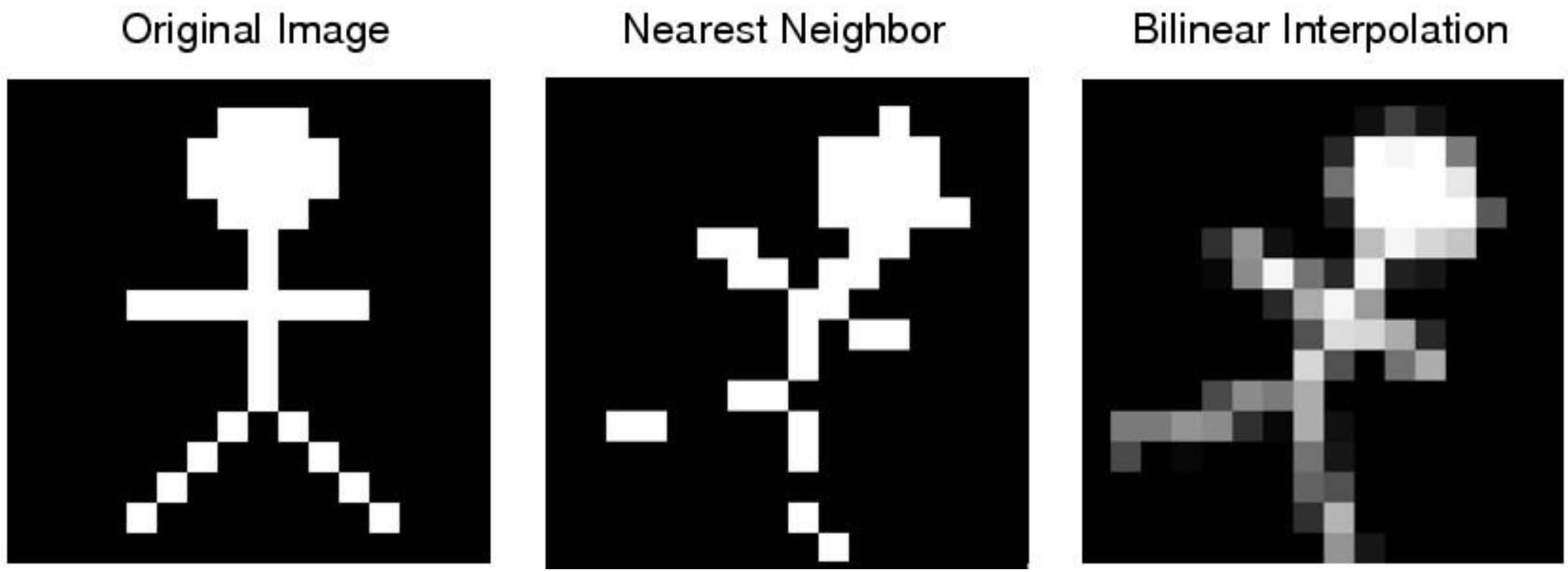
Ao lingo de duas linas e depois ao longo de colunas





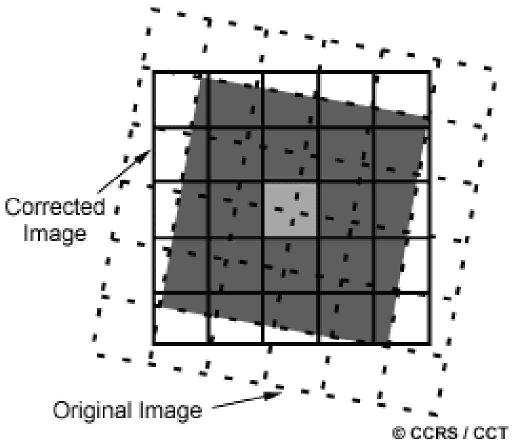


comparação

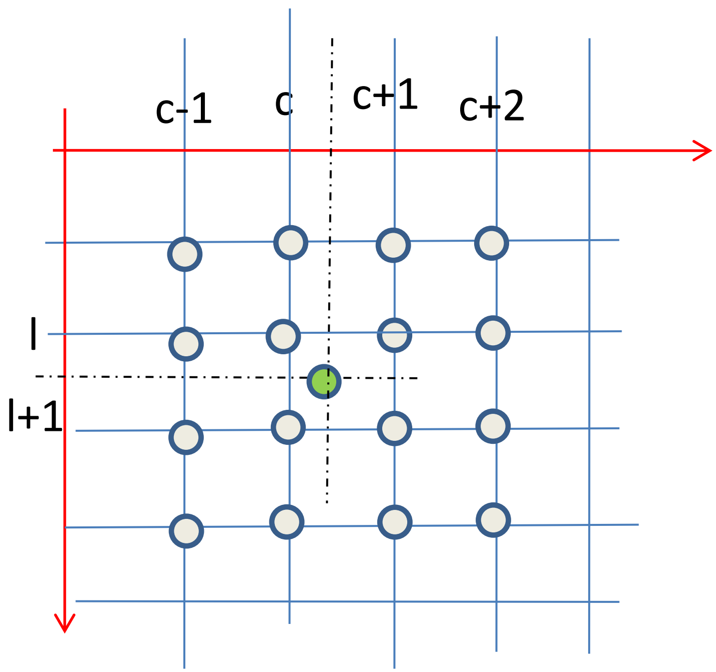


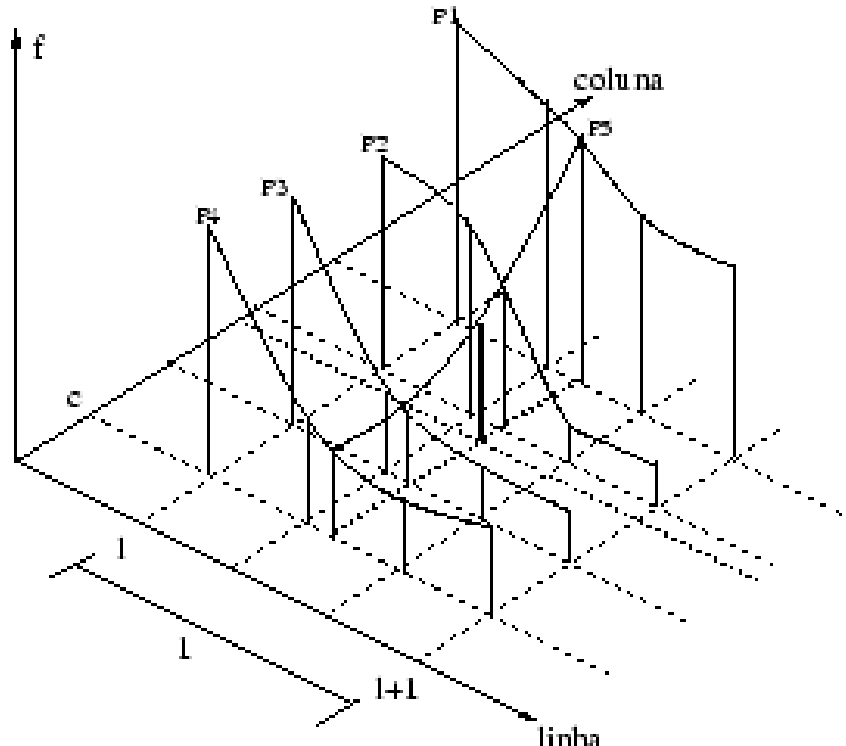
http://northstar-www.dartmouth.edu/doc/idl/html_6.2/Interpolation_Methods.html

- Convolução cúbica: Consiste em interpolar um novo valor a partir dos 16 vizinhos mais próximos,
- utilizando funções cúbicas para a interpolação.

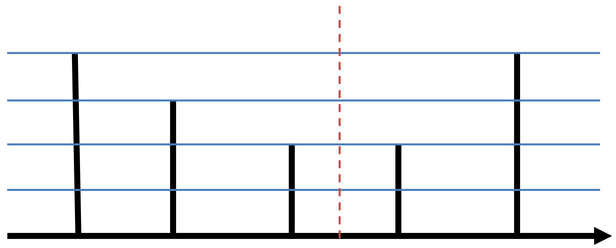


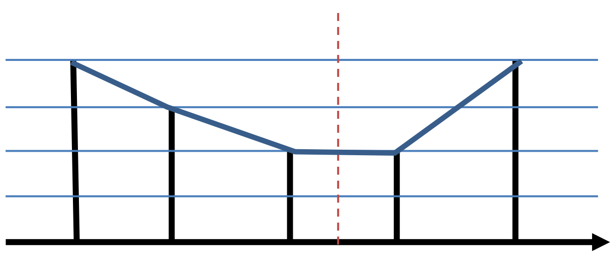
Convolução cúbica. Usa funções cúbicas



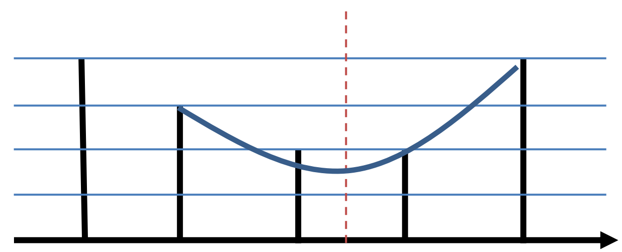


- O que ocorreria se usarmos diferentes interpoladores nesta linha?



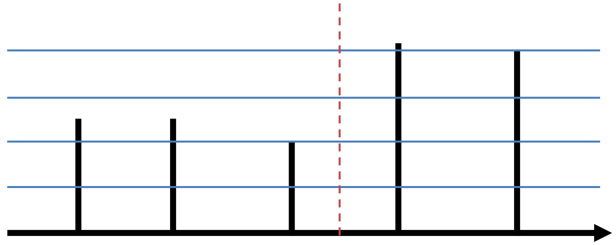


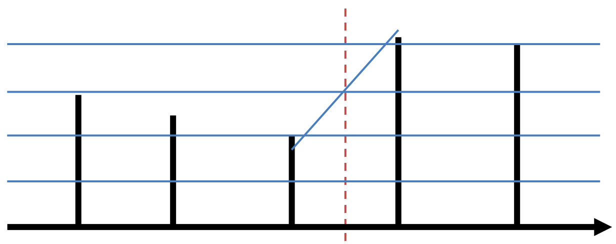
linear



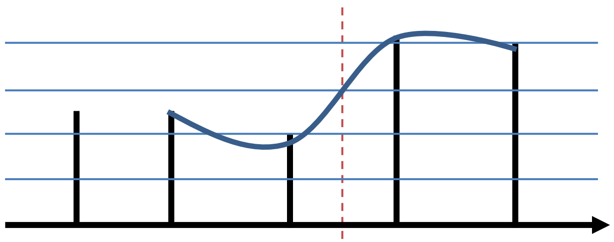
cúbico

- O que ocorreria se usarmos diferentes interpoladores nesta linha?





linear



cúbico

prática

- Utilizando uma fotografia preto e branco, aplique uma rotação de 30 graus à imagem, em relação ao centro da imagem.
- A) mapeamento direto
- B) mapeamento inverso: bilinear