FILTRAGEM DE MODELOS DIGITAIS DE SUPERFÍCIE DERIVADOS DA VARREDURA A LASER USANDO A TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY

Juliano Kersting¹ Jorge A. Silva Centeno² Álvaro M. L. Machado³ Patrícia de Castro Pedro³

¹ Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas – CPGCG-UFPR / COPEL - Companhia Paranaense de Energia juliano.kersting@copel.com

² Departamento de Geomática - UFPR <u>centeno@ufpr.br</u>

³ Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas – CPGCG-UFPR <u>alvaroml@geoc.ufpr.br</u> - <u>patricia_cp@ufpr.br</u>

RESUMO

Uma das principais vantagens do sistema de varredura a laser é o alto grau de detalhe com o qual pode ser mapeada uma porção do terreno. Este detalhamento decorre da alta densidade de pontos medidos, o que facilita a identificação de objetos e da topografia. No entanto, a grande quantidade de medições torna-se redundante em regiões planas, onde a densidade de pontos necessária para descrever a superfície poderia ser menor. Neste artigo, é descrito um método de redução de pontos oriundos de aquisição de modelos digitais de superfície por LIDAR. O método se baseia na análise de superfícies poligonais definidas por uma rede irregular de triangulação. Num processo iterativo, pontos considerados redundantes são eliminados analisando a imediata vizinhança, descrita pelos triângulos adjacentes. Para avaliar o desempenho do algoritmo, dois testes, com medições tridimensionais derivadas de um levantamento LIDAR, são apresentados.

Palavras-chave: LIDAR, Modelo Digital de Superfície, Filtragem.

FILTERING OF DIGITAL SURFACE MODELS DERIVED FROM LASER SCANNER USING THE DALAUNAY TRIANGULATION

ABSTRACT

One of the main advantages of airborne laser scanner systems is the high degree of detail that a portion of the land can be mapped. This detailed description of the surface is caused by the high density measurement of the points, which makes it easier to identify objects and describe the topography. However, the great amount of measurements becomes redundant in plain regions, where the density of points to describe the surface could be smaller. In this article, a method aimed at the reduction of the amount of points within a digital surface model produced using LIDAR is described. The method is based on the analysis of polygon surfaces defined by a triangulation. The redundant points are eliminated by analyzing the neighborhood of each point, described by the adjacent triangles. To evaluate the performance of the algorithm, two tests, with three-dimensional measurements derived from subsets of a LIDAR survey are presented.

Keywords: LIDAR, Digital Surface Model, Filter.

1. INTRODUÇÃO

A representação de um terreno pode ser geralmente vista como um problema de modelagem em $2^{1/2}$ dimensões, onde uma função de duas variáveis z = f(x,y) expressa a elevação z da superfície no ponto (x,y) do plano Euclidiano (Burrough 1986). Então, qualquer linha paralela ao eixo z penetra na superfície

uma única vez. Embora esta representação seja adequada para a maioria dos terrenos, algumas feições tais como cavernas e falhas são excluídas. O modelo em questão pode ser tanto associado a pontos localizados na superfície do terreno, quando este é chamado de modelo digital do terreno – também conhecido como *Digital Terrain Model – DTM* quanto à superfície de todos os objetos presentes na região, incluindo o terreno e outras feições como vegetação e construções. Neste caso, o modelo passa a ser chamado de Modelo Digital de Superfície – também conhecido como *Digital Surface Model – DSM*.

A escolha da maneira utilizada na representação do modelo depende de vários fatores tais como a natureza dos dados de entrada, o domínio da aplicação e os recursos computacionais disponíveis. Uma maneira bastante difundida é o uso de uma grade regular para discretizar a região. Esta representação é também conhecida como Raster. Uma grande desvantagem destes modelos é a sua invariabilidade espacial, já que a estrutura não se adapta as irregularidades do terreno. Isto pode levar a produção de uma grande redundância nos dados, especialmente em áreas planas, onde a informação topográfica necessária é mínima.

Como alternativa, existem as redes irregulares de triangulação – conhecidas como *Triangulated Irregular Network – TIN*, que são aproximações de superfícies topográficas obtidas através de um conjunto de faces triangulares contíguas, não sobrepostas, geradas a partir de um conjunto finito de pontos amostrados (Chen & Guevara 1987). Há muitas vantagens associadas ao uso das redes triangulares. Os dados de superfície de terreno podem se apresentar irregularmente distribuídos no espaço. Além disto, feições podem ser incorporadas ao modelo. Por exemplo, vértices em um TIN podem descrever feições nodais tais como depressões, picos ou caminhos, enquanto os lados podem representar feições lineares tais como quebras, cristas ou linhas de canais. Apesar de apresentar-se de difícil obtenção, devido principalmente ao grande volume de dados e também a grande variedade de problemas para análise de terreno e recursos computacionais disponíveis, os modelos TIN têm sido amplamente utilizados por sua eficiência no armazenamento de pontos de elevação irregularmente distribuídos.

O sistema aerotransportado de mapeamento a laser, denominado LIDAR (LIght Detection And Ranging), faz a rápida aquisição de um grande volume de informação sobre a variação da superfície de uma região sob forma de pontos com coordenadas tridimensionais, permitindo a representação da superfície com bastante qualidade. No entanto, a grande quantidade de medições gera redundância em regiões planas, onde a densidade de pontos necessária para descrever a superfície é menor. Ao fornecer um alto grau de resolução ou detalhamento na representação TIN, também requer grandes capacidades de armazenamento e recursos computacionais. Então, para ser efetivo, um modelo deve ser bem balanceado no que tange as necessidades de resolução e armazenagem.

Para contornar este problema, um método de generalização do modelo digital de superfície produzido pela varredura a laser, baseado na redução de pontos redundantes usando redes irregulares de triangulação é descrito neste artigo, o qual apresentará inicialmente os princípios da coleta de dados usando a varredura laser, onde há a ocorrência de pontos redundantes no levantamento. Uma revisão das principais linhas de pesquisa para a solução deste tipo de problema será apresentada e em seguida o método proposto será descrito. Finalmente, resultados são apresentados e discutidos.

2. O SISTEMA LIDAR

Funcionalmente, LIDAR é o produto da integração de três tecnologias em um único sistema capaz de aquisição de dados para a produção de um ou mais Modelos Digitais de Superfície (DSM). Estas tecnologias são: Sistema de varredura a Laser, Sistemas de Posicionamento Global (GPS) e Sistemas de Navegação Inercial – *Inertial Navigation System – INS* também conhecido como Unidade de Medições Inerciais – *Inertial Measurement Unit – IMU*. Combinados, eles permitem a estimativa das posições onde os feixes de laser incidem na superfície dos objetos com alto grau de precisão. A figura 1 ilustra os componentes necessários ao funcionamento do sistema. Os Raios Laser, são muito precisos quanto a suas trajetórias e podem fornecer distâncias acuradas até a casa dos centímetros. As limitações de precisão dos sistemas LIDAR devem-se primeiramente aos componentes do sistema GPS e IMU (Wehr & Lohr 1999).

O sistema LIDAR funciona a partir da emissão e registro de feixes de laser com um sistema emissorreceptor. O sistema produz pulsos ópticos em direção à superfície, os quais são por ela refletidos e retornam ao receptor. O receptor mede com precisão o tempo de retorno dos pulsos desde sua saída até a chegada do feixe refletido. Como a movimentação do pulso dá-se na velocidade da luz, o receptor capta o retorno do pulso antes do próximo pulso ser emitido. Visto que a velocidade da luz é conhecida, o tempo de percurso do pulso pode ser convertido em distância. Combinando esta distância com o ângulo de emissão do pulso de laser, a posição GPS do laser e a orientação do sistema dado pelo IMU, valores precisos das posições x, y, e z podem ser calculadas para cada pulso de laser. As taxas de emissão de laser podem variar de poucos até dezenas de milhares de pulsos por segundo. Assim sendo, grandes volumes de pontos são coletados. Por exemplo, um laser emitindo pulsos a 10.000 vezes por segundo gerará 600.000 de pontos por minuto, o que permite obter dados com alta densidade no terreno. Geralmente o espaçamento típico entre os pontos varia entre 0,5 a 4 metros, dependendo principalmente da freqüência do Laser e da altitude e velocidade de vôo.



Figura 1- Componentes do Sistema de Navegação.

Para efetuar a varredura transversal de uma faixa perpendicular à linha de vôo, existem dois tipos principais de sistemas de aquisição de dados, o sistema por fibras, que utiliza fibras ópticas para a emissão e recepção dos feixes de laser, e o sistema por espelhos que é mais comumente utilizado no Brasil. O sistema por espelhos, durante o levantamento, emite pulsos de luz que são refletidos em um espelho em direção ao solo. O sistema varre a superfície do terreno abaixo da aeronave e registra a distância até o solo para cada um dos pulsos emitidos, sendo registrado também o respectivo ângulo de inclinação de cada pulso em relação a vertical do lugar. as pulsações ópticas refletidas no solo são coletadas pelo receptor e são convertidas de sinal ótico para eletrônico. O tempo gasto desde a saída do feixe até a sua reflexão no solo e retorno é medido. Com isto, a distância do sensor até o solo pode ser determinada baseada na velocidade da luz. A varredura da superfície desejada é transversal à direção de vôo com um ângulo de abertura especificado pelo operador, determinando assim a largura da faixa abrangida (Figura 2).



Figura 2 - Esquema de varredura do sistema por espelhos.

O produto resultante da varredura a laser é um arquivo digital contendo conjunto de pontos tridimensionais que descrevem a superfície do terreno e os objetos acima dela, ou seja, um modelo digital de superfície (DSM). Os dados encontram-se distribuídos de maneira irregular e, devido à alta densidade, podem tornar-se redundantes, especialmente em regiões planas. O formato de representação que preserva melhor a informação original do levantamento é o formato TIN, mas em

termos práticos, para reduzir o volume de dados, freqüentemente empregam-se grades regulares interpoladas a partir dos dados originais. Em ambos os casos, a geração do modelo requer a análise de todo o conjunto de dados, o que se torna difícil e moroso, considerando o grande volume de dados. Por este motivo algoritmos que reduzam o conjunto de dados, sem prejudicar o detalhamento da superfície, são desejados. Em algumas aplicações, uma aproximação grosseira da superfície do terreno pode se apresentar suficientemente precisa, além de permitir maior rapidez computacional. Por outro lado, modelos mais complexos podem ser empregados para a obtenção de uma representação mais próxima da realidade, entretanto isto requer maior capacidade e tempo de processamento.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A idéia principal que descreve a generalização de um modelo de terreno (Chen & Tobler 1986, De Berg & Dobrindt 1998, Floriani *et al.* 1996, Voigtmann *et al.* 1987) é que a representação de uma superfície em um nível arbitrário de detalhe pode ser realizada tanto pela inserção de pontos significativos em um modelo com poucos detalhes ou pela remoção de pontos menos significativos de um modelo com excesso de detalhes.

A maioria dos métodos de simplificação de superfícies encontrados na literatura pode ser classificada como métodos de *refinamento* e *decimação (Pedrini - 2000)*. O método de refinamento inicia com uma aproximação grosseira da superfície e repetidamente adiciona pontos na triangulação até que o modelo satisfaça um critério de aproximação pré-especificado.

O método de decimação inicia com o modelo de triangulação contendo todo o conjunto de pontos, simplificando-o iterativamente até que o critério de aproximação desejado seja atingido. O objetivo principal de um algoritmo de decimação é reduzir o número de triângulos de uma malha, preservando a principais feições com a melhor definição possível. O algoritmo utilizado neste trabalho se enquadra dentro deste último grupo.

Grande parte dos algoritmos de decimação pode ser classificada em três categorias, de acordo com as entidades geométricas utilizadas para a remoção. Os principais grupos de métodos são:

- a) baseados na redução de vértices da triangulação (Fig. 3.A). Esta foi adotada neste trabalho e alguns exemplos encontrados na literatura são apresentados a seguir.
- b) baseados na remoção de linhas (ou faces) da triangulação (Fig. 3.B). Neste grupo se enquadra o método de Hoppe *et al.* (1993), que apresenta um método de simplificação baseado em otimização de malhas, o de Hoppe (1996), que utiliza uma seqüência de eliminações de linhas para construção de malhas progressivas, e o método de Guéziec & Hummel (1995), que é um processo de simplificação que minimiza a medida do volume de erro utilizando programação linear.
- c) baseados na remoção de triângulos no resultado da triangulação (Fig 3.C), tal como o método proposto por Scarlatos & Pavlidis (1990);



Figura 3 - Categorias de decimação: (a) pontos; (b) linhas; (c) triângulos

Lee (1989) propôs o método heurístico de simplificação de terrenos chamado de *drop heuristic*. O algoritmo faz um tipo de decimação de vértices, removendo um ponto a cada passo. Uma triangulação inicial é criada adicionando uma linha que conecta dois pontos diagonais a cada vizinhança 2x2. O erro, medido como sendo as diferenças na elevação entre as duas superfícies é calculada para cada ponto remanescente na triangulação e o ponto com o menor erro é excluído.

Um algoritmo geral de decimação é apresentado por Schroeder *et al.* (1992). O algoritmo executa passagens múltiplas sobre uma triangulação existente, removendo vértices até que um valor especificado de erro é atingido. O erro sobre o vértice é calculado como sendo o valor da distância desde do ponto até o plano médio dos vértices arredores.

A simplificação também pode ser concretizada através da triangulação de um novo conjunto de vértices que substitui a triangulação original, como é proposto por Turk (1992). Nesta abordagem, um procedimento interativo de repulsão de pontos é empregado para distribuir o novo conjunto de pontos sobre a superfície, concentrando mais pontos na região de maior curvatura. Os pontos originais são então removido um a um, resultando em uma triangulação que preserva a topologia da superfície original.

Schroder F. & Robbach (1994) descreveram um algoritmo de decimação onde a importância de um vértice é avaliada de acordo com a medida de rugosidade do terreno naquele vértice. Um vértice é removido da malha caso não haja mudança significativa na representação geral e a área ao redor do ponto removido é re-triangulada. Uma abordagem similar é adotada no presente estudo.

O critério para a seleção de vértices é crucial durante o processo de generalização da triangulação já que isto pode determinar a qualidade e precisão da malha resultante. A métrica mais comumente empregada para avaliação da precisão é conhecida como regra L_8 , utilizada neste trabalho, que se baseia na diferença máxima entre os dados originais de elevação e a superfície generalizada. Esta diferença corresponde à medida local de erro. Outra métrica comum é a regra L_2 , que fornece uma medida de desvio médio entre o modelo original e o aproximado.

4. METODOLOGIA

A idéia principal do método proposto é produzir uma representação de baixa resolução tal que, para uma dada tolerância, seja possível a extração de um modelo aproximado que satisfaça tal tolerância, através de um processo rápido e compacto. A estrutura de dados adotada, neste caso é a estrutura TIN, por considerar que nela a informação dos dados originais pode ser mais bem preservada, especialmente nas bordas dos objetos.

A primeira etapa de método é a geração de uma malha inicial de triangulação de Delaunay para assegurar que somente triângulos com geometria consistente sejam criados a partir dos pontos tridimensionais. Esta triangulação inicial será generalizada iterativamente através da remoção de vértices considerados pouco importantes tomando o cuidado de preservar as características topológicas presentes no modelo, tais como picos, depressões, montanhas, além das várias feições que podem ser encontradas em ambientes urbanos tais como edificações, árvores, pontes, etc.

O algoritmo de decimação é do tipo iterativo e a cada etapa gera uma grade simplificada resultante da redução dos pontos redundantes. O critério para a remoção de um vértice v é calculado pela média das normais, n_i , das superfícies dos triângulos nos arredores de v ponderado pelos valores das áreas A.

$$\alpha_{\max} = \max\left(\arccos\frac{\vec{n}_{av} \cdot \vec{n}_i}{\left|\vec{n}_{av}\right| \cdot \left|\vec{n}_i\right|}\right)$$
(1)

onde

$$\vec{n}_{av} = \sum \frac{\vec{n}_i \cdot A_i}{\sum A_i}$$
 e $0 \le \vec{n}_i \le \pi$ (2)

A cada iteração a relevância do vértice é ponderada em função da variação local da superfície, descrita pela inclinação dos triângulos vizinhos, dos quais o ponto é um vértice (Figura 4).



Figura 4 – Critério para remoção de um vértice

Para cada vértice, o gradiente dos triângulos adjacentes é calculado e a partir deles o gradiente médio da região é estimado. Então é analisada a variação dos gradientes dos planos que compõem a região, comparando cada valor com o valor médio. Caso seja verificada a presença de valores muito diferentes em relação à média, a região é considerada heterogênea e o vértice relevante, logo ele é preservado. Caso os gradientes de todos os triângulos sejam muito próximos da média, a região é considerada uniforme e o ponto redundante, o que justifica a eliminação deste vértice da triangulação. O vértice \mathbf{v} será removido se o valor do maior ângulo formado entre a normal média, \mathbf{n}_{av} , e as normais dos demais triângulos for menor que um limiar pré-definido. Como a cada iteração novos triângulos são gerados, a relevância de cada vértice deve ser reavaliada até eliminar todos os vértices redundantes.

5. RESULTADOS

O método proposto foi empregado em alguns conjuntos de dados para a avaliação da precisão e performance atingidas com a simplificação. Os dados são oriundos de mapeamento digital por varredura a laser, os quais foram gentilmente cedidos pelo LACTEC – Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento – para a UFPR – Universidade Federal do Paraná –, o que permitiu o desenvolvimento deste trabalho.

A figura 5 ilustra um dos TIN originais empregados, aqui denominado *Hospital*, o qual abrange uma área de 13.640m² onde se encontra o hospital Erasto Gaertner (Localizado ao lado do campus da UFPR, em Curitiba, Brasil). O modelo é composto por 17506 pontos, com resolução média de 1,3 ponto por m², elevação mínima de 901,56m e máxima de 925,27m, formando uma malha composta por 34986 triângulos.



Figura 5 – Modelo TIN do Hospital (original)

A figura 6, mostra o modelo de triangulação denominado de *Quadra* o qual abrange uma porção da quadra de atletismo em uma área de 33.850m² no campus Centro Politécnico da UFPR, composto por 93904 pontos, com resolução média de 2,8 pontos por m², elevação mínima de 900,18m e máxima de 936,04m, formando uma malha composta por 187765 triângulos. A segunda área encontra-se na região de superposição de duas faixas do recobrimento laser, o que aumenta a densidade de pontos. Este fato torna-se mais evidente na figura 8 e será discutido posteriormente. Para fins de visualização, os modelos TIN foram coloridos atribuindo aos triângulos cores em função de sua elevação, de acordo com um rampa de cores pré-definida do azul (mais baixo) para o branco (mais alto).



Figura 6 – Modelo TIN da Quadra (original)

Estes dois modelos foram generalizados com valores de limiar de 5°, 10° e 15°, para o critério de remoção de pontos, obtendo-se diferentes resultados para cada uma das iterações. Os testes foram realizados com o máximo de 20 iterações para cada critério especificado, ou até que se atingisse um total de 100% de aproveitamento, o que significa que não há mais pontos a serem removidos. Os resultados obtidos são mostrados nos quadros 1 e 2, onde o número de pontos, de triângulos, de pontos a excluir e a taxa de aproveitamento dos pontos são mostrados.

ITERAÇÕES	1	2	3	4	5	10	11	15	16	17	18	19	20
HOSPITAL 5º													
Pontos	17506	11515	9827	8962	8540	7629	7579	7467	7460	7455	7453	7452	
Triângulos	34196	22465	19171	17471	16657	14867	14737	14527	14505	14499	14495	14493	
Pontos para excluir	5991	1688	865	422	335	50	26	7	5	2	1	0	
Taxa de aproveitamento	65,78%	85,34%	91,20%	95,29%	96,08%	99,34%	99,66%	99,91%	99,93%	99,97%	99,99%	100,00%	
HOSPITAL 10º													
Pontos	17506	7187	5714	5318	5121	4898	4893	4868	4867				
Triângulos	34196	13908	11059	10273	9897	9483	9451	9403	9401				
Pontos para excluir	10319	1473	396	197	110	5	10	1	0				
Taxa de aproveitamento	41,05%	79,50%	93,07%	96,30%	97,85%	99,90%	99,80%	99,98%	100,00%				
HOSPITAL 15º													
Pontos	17506	6226	4819	4497	4344	4182	4181						
Triângulos	34196	12063	9289	8643	8348	8074	8072						
Pontos para excluir	11280	1407	322	153	76	1	0						
Taxa de aproveitamento	35,56%	77,40%	93,32%	96,60%	98,25%	99,98%	100,00%						

Quadro 1 - Resultados obtidos para o m
--

O quadro 1 mostra que o incremento nos valores para o limiar de aceitação para seleção do um ponto, reduziu drasticamente o número de pontos remanescentes, reduzindo também a redundância e a precisão em excesso. Foi percebido também que em nenhum dos casos necessitou-se do número total

de iterações pré-especificadas, o que significa um tempo reduzido de processamento e também garantiu que o máximo de remoção foi atingido. O quadro 2 mostra os resultados usando os mesmos ângulos para a segunda área de teste. Neste caso, devido à complexidade da malha, decorrente da superposição das faixas, o processo tornou-se mais lento, sendo que em nenhuma situação foi possível atingir a remoção completa antes de 20 iterações.

ITERAÇÕES	1	2	3	4	5	10	11	15	16	17	18	19	20
QUADRA 5º													
Pontos	93904	83526	79008	76033	73723	66544	65604	62559	62046	61499	60915	60360	59895
Triângulos	88122	71982	66302	63310	60940	55481	54897	52917	52621	52429	51903	51583	51315
Pontos para excluir	10378	4518	2975	2310	1830	940	937	513	547	584	555	465	377
Taxa de aproveitamento	88,95%	94,59%	96,23%	96,96%	97,52%	98,59%	98,57%	99,18%	99,12%	99,05%	99,09%	99,23%	99,37%
QUADRA 10º													
Pontos	93904	71176	62267	56295	52014	42372	41320	38032	37381	36756	36190	35647	35115
Triângulos	88122	56750	49109	43747	39660	31687	31021	29382	29183	29008	28722	28594	28492
Pontos para excluir	22728	8909	5972	4281	3097	1052	934	651	625	566	543	532	492
Taxa de aproveitamento	75,80%	87,48%	90,41%	92,40%	94,05%	97,52%	97,74%	98,29%	98,33%	98,46%	98,50%	98,51%	98,60%
QUADRA 15º													
Pontos	93904	66174	54723	47108	42851	34767	33815	30650	29938	29242	28631	28014	27428
Triângulos	88122	52440	42837	34417	29906	24244	23884	22939	22667	22551	22425	22227	22131
Pontos para excluir	27730	11451	7615	4257	2531	952	850	712	696	611	617	586	555
Taxa de aproveitamento	70,47%	82,70%	86,08%	90,96%	94,09%	97,26%	97,49%	97,68%	97,68%	97,91%	97,84%	97,91%	97,98%

Quadro 2 - Resultados obtidos para a modelo da Quadra

As figuras 7 e 9 mostram os resultados sucessivos do modelo do Hospital e da Quadra desde o original, utilizando todos os pontos, até com os valores no limiar de 5º, 10º e 15º respectivamente. Apesar dos modelos resultantes serem compostos por apenas uma pequena porcentagem de pontos em relação ao número e pontos presentes nos dados originais, as principais feições presentes em cada um dos modelos foram mantidas. Nota-se que, mesmo para o maior ângulo, as bordas dos objetos foram preservadas, embora a superfície do terreno tenha sofrido alta degradação. Isto pode ser considerado uma perda, em certos casos, mas para algumas finalidades isto pode se tornar vantajoso. Por exemplo, quando se deseja identificar as bordas dos edifícios, o maior coeficiente angular é aquele que melhor elimina outras bordas menos significativas. Comparando os resultados obtidos usando 5º, 10º e 15º, observa-se que a cumeeira dos telhados é removida em ângulos maiores, o que faz sentido quando se leva em consideração o critério de remoção. No entanto, para fins de identificação do telhado e suas componentes, o ângulo intermediário é mais apropriado.

A maior vantagem apresentada é a redução do volume de dados. Para 5º, a quantidade de pontos após o processamento é de 43% (Hospital) e 63% (Quadra) da quantidade original. O baixo desempenho no modelo Quadra está associado à ocorrência da área de sobreposição, que gera um grande número de triângulos menores em função da maior densidade de pontos. A proximidade entre pontos é responsável, por sua vez, pela maior freqüência de ângulos divergentes em triângulos adjacentes em função da área dos triângulos.

Para avaliar a diferença entre os conjuntos de dados filtrados em relação ao original, os dados pontuais foram utilizados para gerar grades regulares por interpolação. Estes novos modelos foram então comparados com o modelo interpolado a partir do conjunto original de dados e uma nova grade, da diferença entre o modelo original e o filtrado foi calculada. A distribuição espacial das diferenças encontradas em cada uma das aproximações, e um resumo estatístico para a área Hospital, são mostrados nas figuras 8 e 10. Uma análise similar foi conduzida para a outra área e os resultados são similares.

A diferença entre as duas grades, para o modelo do Hospital com 5º, é praticamente nula, a não ser por alguns pontos dispersos. Nota-se que a maior parte dos pontos têm diferença menor que 0,5 metros. O modelo de referência foi calculado a partir dos dados originais, antes da supressão dos pontos duplicados, onde os pontos com coordenadas x e y iguais porém com cotas diferentes foram eliminados para efetuar a triangulação. Na comparação, isto ocasiona que alguns pontos apresentem diferenças extremamente grandes (acima de 10m), porém em regiões localizadas. Na medida em que o ângulo é aumentado, o processo de remoção torna-se mais grosseiro e a grade resultante se afasta mais da grade original. No caso extremo considerando 15º, a diferença entre as grades já é significativa, pois aparecem áreas relativamente grandes com valores superiores a um metro de diferença vertical. Este fato também pode ser avaliado pelo aumento no valor do desvio padrão em função do aumento do limiar angular.

a) 100% Nuvem de Pontos	Malha de Triangulação	Modelo Renderizado
b) 5º (fator de redução 43%)		
c) 10º (fator de redução 28%)		
d) 15º (fator de redução 24%)		
Figura 7 – Simplifica	ações do Modelo Hospital – a) Or	iginal, b) 5º, c)10º e d)15º



Figura 8 – Distribuição espacial dos erros para os modelos Hospital generalizados.



Figura 9 – Simplificações do Modelo Quadra – a) Original, b) 5º, c)10º e d)15º

Quadra 05º	Quadra 10º	Quadra 15º
Desvio Padrão: 0,2989	Desvio Padrão: 0,4894	Desvio Padrão: 0,6658
Média: -0,0071	Média: -0,0305	Média: -0,0687
Máximo: 10,7041	Máximo: 10,7064	Máximo: 10,6906
Mínimo: -12,2661	Mínimo: -12,3545	Mínimo: -13,4128

Figura 10 - Distribuição espacial dos erros para os modelos Quadra generalizados.

6. CONCLUSÕES

O método descrito neste trabalho permitiu a extração de modelos de triangulação em diferentes níveis de detalhamento a partir de uma série de operações de generalização. Este processo computacional forneceu modelos compactos, com tamanho muito menor do que os originais e com pouca perda da informação, garantindo uma boa relação custo benefício em termos de esforços computacionais e o espaço necessário para o armazenamento dos modelos resultantes. Os testes apontam que a eliminação de pontos em áreas planas pode contribuir significativamente à redução do volume de dados sem perder informações de bordas, que são relevantes na representação da superfície. O método apresentado depende do tamanho dos triângulos, que condicionam o gradiente das superfícies. Do ponto de vista operacional, a aplicação deste tipo de técnicas viabiliza muitas aplicações antes restritas em função da capacidade de processamento dos equipamentos e a extensão da área coberta. A redução também pode ser aplicada para gerar modelos com diferentes graus de generalização que podem ser usados para fins de visualização em vários níveis. Num nível inicial, um modelo menos detalhado é suficiente e mais econômico. Isto é verdade especialmente para a visualização de modelos tridimensionais disponibilizados na Internet, que é um meio que está em constante expansão e cuja eficiência de utilização depende do volume de dados a ser transmitido.

7. REFERÊNCIAS

BURROUGH, P. A. 1986. Digital Elevation Models: Principles of Geographical Information System for Land Ressources Assessment. *Monographs on Soil and Ressources Survey*. Oxford, 1986.

CHEN Z. & GUEVARA J.A. 1987. Systematic selection of very important points (VIP) from digital terrain model for constructing triangular irregular networks. In: Eighth International Symposium on Computer-Assisted Cartography - Auto-Carto 8, Baltimore, Maryland, USA, *Proceedings*, p. 50-56.

CHEN Z.T. & TOBLER W.R. 1986. **Quadtree representation of digital terrain**, In: Auto-Carto, London, England, *Proceedings*, p. 475-484.

DE FLORIANI L., MARZANO P., PUPPO E. 1996. Multiresolution models for topographic surface description, *The Visual Computer*, 12:317-345.

GUÉZIEC A. & HUMMEL R. 1995. Exploiting triangulated surface extraction using tetrahedral decomposition. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 1:328-342.

HOPPE H., DEROSE T., DUCHAMP T, MCDONALD J., STUETZLE W. 1993. **Mesh optimization.** In: SIGGRAPH'93 Conference, Anaheim, California, USA, *Proceedings*, p. 19-26.

HOPPE H. 1996. **Progressive meshes**. In: *SIGGRAPH'96 Conference*, New Orleans, Louisiana, USA, Proceedings, p. 99-108.

PEDRINI H. 2000. An Adaptive Method for Terrain Surface Approximation based on Triangular Meshes. Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, USA, PhD Thesis, 46 p.

SCARLATOS L. L. & PAVLIDIS T. 1990. Hierarchical triangulation using terrain features. IEEE Visualization'90, San Francisco, California, USA, *Proceedings*, p. 168-175.

SCHRODER F. & ROBBACH P. 1994. Managing the complexity of digital terrain models. *Computer & Graphics*, 18:775-783.

SCHROEDER W. J., ZARGE J. A., LORENSEN W. E. 1992. Decimation of triangle meshes. *Computer Graphics*, 26:65-70.

TURK G. 1992. Re-tiling polygonal surfaces. Computer Graphics, 26:55-64.

VOIGTMANN A., BECKER L., HINRICHS K. 1997. A hierarchical model for multiresolution surface reconstruction. *Graphical Models and Image Processing*, 59:333-348.

WEHR A. & LOHR U. 1999. Airborne Laser Scanning – An Introduction and Overview. ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, pp. 68-82.

8. AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido com o apoio da Universidade Federal do Paraná – UFPR. Agradecemos também ao LACTEC – Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento – pelo fornecimento dos dados necessários e a Companhia Paranaense de Energia – COPEL– por fomentar a pesquisa através do incentivo ao desenvolvimento contínuo, especialmente nos estudos de pósgraduação em todos os níveis.