

Lista 2

☆ Bases

1. Seja  $E = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$  uma base e considere  $\vec{v}_1 = \vec{u}_1 - \vec{u}_2$ ,  $\vec{v}_2 = \alpha\vec{u}_1 + \vec{u}_3$  e  $\vec{v}_3 = -\vec{u}_1 - \vec{u}_2 - \vec{u}_3$ .
  - (a) Para que valores de  $\alpha$  o conjunto  $F = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$  é uma base?
  - (b) Nas condições do item anterior, calcule  $\alpha, \beta$  de forma que  $\vec{u} = (1, 1, 1)_E$  e  $\vec{v} = (2, \beta, 1)_F$  sejam LD.
2. Em um tetraedro  $ABCD$ , seja  $P$  um ponto tal que  $\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{PD}$ . Determine os valores de  $\alpha$  para os quais os vetores  $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{BC}$  e  $(1 - \alpha)\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$  sejam LD.
3. Sejam  $\vec{v}_1 = 2\vec{u}_1 - \vec{u}_2 + \vec{u}_3$ ,  $\vec{v}_2 = -4\vec{u}_1 + \vec{u}_2$  e  $\vec{v}_3 = -\vec{u}_2 - 7\vec{u}_3$ . Admitindo que  $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$  é uma base, mostre que  $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$  é uma base.
4. Seja  $E = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$  uma base ortonormal e  $\vec{u} = (\lambda, (1 - \lambda), 1)$ . Calcule os valores de  $\lambda$  para os quais  $|\vec{u}| = 2$ .

☆ Respostas

1. (a)  $\alpha \neq 2$ ; (b)  $\alpha = 5/2$  e  $\beta = -2$
4.  $\lambda = (1 + \sqrt{7})/2$  ou  $\lambda = (1 - \sqrt{7})/2$