UFPR - Universidade Federal do Paraná
Departamento de Matemática
CM045 - Geometria Analítica
Prof. José Carlos Eidam

Lista 5

Em toda a lista, as coordenadas referem-se a um sistema de coordenadas fixo $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

✰ Equação da reta

1. Sejam $A = (-5, 2, 3)$ e $B = (4, -7, -6)$ e $C = (3, 1, 4)$.
   (a) Escreva as equações vetorial, paramétrica e simétrica da reta que passa por A e B.
   (b) Faça o mesmo para a reta que passa por B e C.
   (c) Conclua que A, B, C são colineares.
2. Calcule a equação vetorial da reta que passa por $A = (1, 0, 1)$ e $B = (2, 1, -1)$.
3. Calcule um vetor diretor para a reta $\frac{2x-1}{2} = 1 - y = 3z + 3$. Escreva esta última equação na forma vetorial.
4. Considere a reta r de equações
$$\begin{cases} x &= 1 - \lambda \\ y &= -2 + 3\lambda \\ z &= 2 - \lambda \end{cases}.$$
   (a) Obtenha a equação vetorial da reta paralela a r que passa pelo ponto $(-1, 2, 7)$.
   (b) Verifique se $Q = (2, 2, 4)$ pertence a r.
   (c) Mostre que a reta definida pelas equações
$$\begin{cases} x &= -4 + 2\lambda \\ y &= 13 - 6\lambda \\ z &= -3 + 2\lambda \end{cases}$$
   coincide com r.
   (d) Calcule a equação simétrica de r.
   (e) Ache os pontos P de r tais que a distância entre P e $(1, 0, 2)$ é $\sqrt{3}$.
5. Sejam $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, 0, 1)$ e r a reta $(x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 1)$. Determine os pontos P de r equidistantes de A e B.
6. Considere as equações abaixo:
   (a) $\frac{3x+3}{6} = \frac{y-2}{6} = -2z + 4$
   (b) $(x, y, z) = (1, 0, 1) + \lambda(7, 2, -2)$

(c) $\begin{cases} x &= -1+2\lambda \\ y &= 2+6\lambda \\ z &= 2-\lambda/2 \end{cases}$

(d) $(x,y,z) = (8,2,-1) + \lambda(1,0,2)$

(e) $\begin{cases} x &= 10-3\lambda \\ y &= 2 \\ z &= 3-6\lambda \end{cases}$

(f) $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-2}$

(g) $(x,y,z) = (1,8,3/2) + \lambda(4,12,-1)$

(h) $\frac{x+6}{7} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}$

Analise quais delas definem a mesma reta.

7. Sejam $P = (2,1,-1)$, $Q = (0,-1,0)$, $A = (0,3,0)$ e $B = (6,3,3)$. Determine um ponto C pertencente à reta que passa por P e Q tal que a área do triângulo ABC seja 9.

8. Escreva a equação simétrica da reta que passa pelo ponto $A = (-1,-4,-2)$ e pelo ponto médio do segmento de extremidades $(1,3,5)$ e $(3,-3,1)$.

9. Sejam $A = (1,2,-1)$ e $B = (0,1,2)$ e considere a reta r que passa pelo ponto $(0,2,0)$ e tem a direção do vetor $(2,-2,1)$. Encontre os pontos C de r tais que o triângulo ABC tem um ângulo reto no vértice C.

10. Sejam $A = (3,6,-7)$, $B = (-5,2,3)$ e $C = (4,-7,-6)$. Verifique que ABC é um triângulo e escreva as equações paramétricas da reta que contém a mediana relativa ao vértice C.

✰ Equação do plano

11. Verifique se as equações abaixo determinam o mesmo plano:

① $(x,y,z) = (1,2,1) + \lambda(1,-1,2) + \mu(-1/2,2/3,-1)$ e $(x,y,z) = (1,2,1) + \lambda(-1,1,2) + \mu(-3,4,-6)$

② $(x,y,z) = (1,1,1) + \lambda(2,3,-1) + \mu(-1,1,1)$ e $(x,y,z) = (1,6,2) + \lambda(-1,1,1) + \mu(2,3,-1)$

③ $(x,y,z) = (0,0,0) + \lambda(1,1,0) + \mu(0,1,0)$ e $(x,y,z) = (1,1,0) + \lambda(1,2,1) + \mu(0,-1,1)$

④ $(x,y,z) = (2,1,3) + \lambda(1,1,-1) + \mu(1,0,1)$ e $(x,y,z) = (0,1,1) + \lambda(1,3,-5) + \mu(1,-1,-3)$

12. Escreva uma equação vetorial, equações paramétricas e uma equação normal para os planos π abaixo:

① π contém $P = (1,2,0)$ e é paralelo aos vetores $\vec{u} = (1,1,0)$ e $\vec{v} = (2,3,-1)$;

② π contém $P = (1,1,0)$, $Q = (1,-1,-1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = (2,1,0)$;

③ π contém $P = (1,0,1)$, $Q = (0,1,-1)$ e é paralelo ao segmento de extremidades $A = (1,2,1)$ e $B = (0,1,0)$

④ π contém os pontos $P = (1,0,1)$, $Q = (2,1,-1)$ e $R = (1,-1,0)$

⑤ π contém os pontos $P = (1,0,2)$, $Q = (-1,1,3)$ e $R = (3,-1,1)$

⑥ π contém $P = (1, 0, -1)$ e a reta $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = 2 - z$

⑦ π contém $P = (1, -, 1, 1)$ e a reta $r : (x, y, z) = (0, 2, 2) + \lambda(1, 1, -1)$

13. Obtenha equações paramétricas do plano que contém $P = (1, 1, 2)$ e é paralelo ao plano

$$\pi : \begin{cases} x &= 1 + \lambda + 2\mu \\ y &= 2\lambda + \mu \\ z &= -\lambda \end{cases} .$$

14. Decomponha o vetor $\vec{u} = (1, 2, 4)$ como soma de um vetor paralelo à reta $r : (x, y, z) = (1, 9, 18) + \lambda(2, 1, 0)$ e de um vetor paralelo ao plano $\pi : (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(0, 1, -1)$.

15. Verifique se o vetor $\vec{u}$ é paralelo ao plano π se:

① $\vec{u} = (1, 2, 1)$ e $\pi : 3x + y - 5z = -1$;

② $\vec{u} = (-1, 4, 0)$ e $\pi : (x, y, z) = (4, 8, -17) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(2, -1, 1)$;

③ $\vec{u} = (2011, 0, -2011)$ e $\pi : \begin{cases} x &= 1 - \lambda - \mu \\ y &= 20 + \lambda + 3\mu \\ z &= 51 - \lambda - \mu \end{cases}$;

④ $\vec{u} = (1, 1, 2)$ e $\pi : x - 4y + 3z = 13$.

16. Verifique se o vetor $\vec{u}$ é normal ao plano π se:

① $\vec{u} = (-1, 3, 2)$ e $\pi : 3x - 9y - 6z = 5$;

② $\vec{u} = (6, 6, -6)$ e $\pi : (x, y, z) = (-4, 1, -1) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(2, -1, 1)$;

③ $\vec{u} = (2, 1, -2)$ e $\pi : \begin{cases} x &= 11 - \lambda - \mu \\ y &= \lambda + 3\mu \\ z &= 5 - \lambda - \mu \end{cases}$;

④ $\vec{u} = (1, 1, 2)$ e $\pi : 3x - 4y + 5z = 7$.

17. Esboce os planos abaixo:

① $x = 2$

② $y = -1$

③ $z = 0$

④ $x + y = 1$

⑤ $y - z = 0$

⑥ $x + y + z = 1$

18. Obtenha uma equação geral (normal) para os planos π abaixo:

① $\pi : \begin{cases} x &= 1 + \lambda - \mu \\ y &= 2\lambda + \mu \\ z &= 3 - \mu \end{cases}$

② $\pi : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 3 - \lambda + \mu \end{cases}$

③ $(x, y, z) = (-2, 2, 0) + \lambda(1, 2, 1) + \mu(-1, 2, 1)$

④ $(x, y, z) = (0, 0, 0) + \lambda(1, 1, 3) + \mu(-3, 2, -1)$

19. Obtenha uma equação vetorial para os planos π abaixo:

① $4x + 2y - z + 5 = 0$

② $5x - y - 1 = 0$

③ $z - 3 = 0$

④ $y - z - 2 = 0$

20. Determine a posição relativa das retas abaixo e, se for caso, determine seu ponto de intersecção:

① $r : (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(1, 2, 3)$ e $s : (x, y, z) = (2, 3, 3) + \lambda(3, 2, 1)$

② $r : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$ e $s : \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{6}$

③ $r : \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ e $s : (x, y, z) = (2, 4, 11) + \lambda(-4, 5, 0)$

④ $r : \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{4} = z$ e $s : \begin{cases} x = 4\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases}$

21. Mostre que r e s são concorrentes, ache seu ponto de intersecção e determine uma equação geral para o plano que contém r e s:

① $r : \begin{cases} x = \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 1 + 4\lambda \end{cases}$ e $s : \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{3} = \frac{2+z}{5}$

② $r : \begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = -3\lambda \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -2\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$

③ $r : \frac{x-3}{2} = \frac{y-6}{2} = z - 1$ e $s : \frac{x}{2} = \frac{y}{8} = \frac{z+4}{8}$

22. Obtenha a intersecção da reta r com o plano π:

① $r : (x, y, z) = (-1, -1, 0) + \lambda(1, -1, -1)$, $\pi : x + y + z + 1 = 0$

② $r : (x, y, z) = (-1, -1, 1) + \lambda(1, -1, 0)$, $\pi : x + y + z + 1 = 0$

③ $r : x - 3 = y - 2 = \frac{z+1}{2}$, $\pi : x + 2y - z = 10$

④ $r : (x, y, z) = (-1, -1, 0) + \lambda(1, -1, 0)$, $\pi : 2x + 2y + z + 1 = 0$

⑤ $r : \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 - 3\lambda \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -3 + \beta \\ z = 1 + \alpha + \beta \end{cases}$

⑥ $r : x - 3 = y = \frac{z+1}{2}$ e $\pi : (x, y, z) = (0, 0, 0) + \lambda(1, 2, 0) + \mu(0, -1, 3)$

23. Considere os pontos $A = (1, 1, 2)$, $B = (0, 1, 2)$, $C = (1, 1, 0)$ e $D = (0, 1, 0)$. Mostre que A, B, C, D são vértices de um retângulo e obtenha as equações normal, paramétrica e vetorial do plano que contém A, B, C e D.

24. Determine a intersecção dos planos π_1 e π_2. Quando se tratar de uma reta, descreva-a por equações vetoriais.

① $\pi_1 : x + 2y - z - 1 = 0$ e $\pi_2 : 2x + y - z = 1$

② $\pi_1 : z = 1$ e $\pi_2 : y - 2x + 2 = 0$

③ $\pi_1 : x - y + 3z = 1$ e $\pi_2 : 2x - 2y + 6z = 2$

④ $\pi_1 : 3x - 4y + 2z = 4$ e $\pi_2 : -5x + 20y - 10z = 9$

⑤ $\pi_1 : x + y - z = 0$ e $\pi_2 : (x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(1, 2, 0) + \mu(0, -1, 2)$ $\pi_1 \cap \pi_2 : (x, y, z) = (1, -1/3, 2/3) + \lambda(1, 1, 2)$

⑥ $\pi_1 : (x, y, z) = (1, 1, 1) + \lambda(0, 2, 0) + \mu(1, 0, -1)$ e $\pi_2 : (x, y, z) = (0, 0, -1) + \lambda(1, -1, 0) + \mu(1, 0, 1)$

⑦ $\pi_1 : (x, y, z) = (3, 0, 2) + \lambda(0, -1, 2) + \mu(0, 0, -1)$ e $\pi_2 : (x, y, z) = (3, 1, 2) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(1, 1, 1)$

25. Estude a posição relativa de r e s:

① $(x, y, z) = (1, -1, 1) + \lambda(-2, 1, -1)$ e $s : \begin{cases} y + z = 3 \\ x + y - z = 6 \end{cases}$

② $r : \begin{cases} x - y - z = 2 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} 2x - 3y + z = 5 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$

③ $r : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$ e $s : (x, y, z) = (0, 0, 0) + \lambda(1, 2, 0)$

④ $r : \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{4} = z$ e $s : \begin{cases} 2x - y + 7 = 0 \\ x + y - 6z = -2 \end{cases}$

⑤ $(x, y, z) = (8, 1, 9) + \lambda(2, -1, 3)$ e $s : (x, y, z) = (3, -4, 4) + \lambda(1, -2, 2)$

⑥ $r : \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+2}{5}$ e $r : x = -y = \frac{z-1}{4}$

⑦ $r : \frac{x+1}{2} = y = -z$ e $s : \begin{cases} x + y - 3z = 1 \\ 2x - y - 2z = 0 \end{cases}$

⑧ $r : x + 3 = \frac{2y-4}{4} = \frac{z-1}{3}$ e $s : (x, y, z) = (0, 2, 2) + \lambda(1, 1, -1)$

26. Considere as retas $r : \begin{cases} x - \alpha y + 1 = 0 \\ y - z - 1 = 0 \end{cases}$, $s : x = y/\alpha = z$ e $t : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$. Calcule o valor de α que torna:

① r e s paralelas;

② r, s, t paralelas a um mesmo plano;

③ r e t concorrentes;

④ s e t coplanares;

⑤ r e s reversas.

27. Mostre que r e s determinam um plano π e obtenha uma equação geral de π:

① $r : x - 1 = y = 2z$ e $s : x - 1 = y = z$

② $r : (x - 1)/2 = y - 3)/3 = z/4$ e $s : x/2 = y/3 = (z - 4)/4$

28. Estude a posição relativa de r e π e, quando for o caso, encontre o ponto de intersecção:

① $r : (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(0, 1, 1)$ e $\pi : x - y - z = 2$

② $r : (x - 1)/2 = y = z$ e $\pi : (x, y, z) = (3, 0, 1) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(2, 2, 0)$

③ $r : \begin{cases} x - y + z &= 0 \\ 2x + y - z - 1 &= 0 \end{cases}$ e $\pi : (x, y, z) = (0, 1/2, 0) + \lambda(1, -1/2, 0) + \mu(0, 1, 1)$

④ $r : \begin{cases} x - y &= 1 \\ x - 2y &= 0 \end{cases}$ e $\pi : x + y = 2$

⑤ $r : (x, y, z) = (0, 0, 0) + \lambda(1, 4, 1)$ e $\pi : (x, y, z) = (1, -1, 1) + \lambda(0, 1, 2) + \mu(1, -1, 0)$

⑥ $r : \frac{x+2}{3} = y - 1 = \frac{z+3}{3}$ e $\pi : 3x - 6y - z = 0$

29. Para que valores de α a reta $r : \frac{x-1}{\alpha} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ é transversal ao plano $\pi : x + \alpha y + z = 0$?

30. Estude a posição relativa dos planos π_1 e π_2:

① $\pi_1 : (x, y, z) = (1, 1, 1) + \lambda(0, 1, 1) + \mu(-1, 2, 1)$ e $\pi_2 : (x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(1, -1, 0) + \mu(-1, -1, -2)$

② $\pi_1 : (x, y, z) = (4, 2, 4) + \lambda(1, 1, 2) + \mu(3, 3, 1)$ e $\pi_2 : (x, y, z) = (3, 0, 0) + \lambda(1, 1, 0) + \mu(0, 1, 4)$

③ $\pi_1 : 2x - y + 2z - 1 = 0$ e $\pi_2 : 4x - 2y + 4z = 0$

④ $\pi_1 : x - y + 2z - 2 = 0$ e $\pi_2 : (x, y, z) = (0, 0, 1) + \lambda(1, 0, 3) + \mu(-1, 1, 1)$

31. Determine, em função de α, a posição relativa dos planos $\pi_1 : 2x + y + 3z + 1 = 0$ e $\pi_2 : (x, y, z) = (1, 1, 1) + \lambda(1, 1, 0) + \mu(2, -1, \alpha)$.

32. Verifique se as retas abaixo são perpendiculares ou ortogonais:

① $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(1, 2, 1)$ e $s : (x, y, z) = (2, 4, 4) + \lambda(-1, 1, -1)$

② $r : x + 3 = y = z/3$ e $s : (x - 4)/2 = y - 4 = -z$

③ $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(-1, 2, 1)$ e $s : (x, y, z) = (0, 0, 0) + \lambda(1, 1, -1)$

④ $r : (x, y, z) = (2, -5, 1) + \lambda(3, -2, -1)$ e $s : (x - 4)/2 = (y - 2)/3 = (z + 4)/(-5)$

33. Obtenha uma equação geral do plano π que contém o ponto P e é perpendicular à reta r:

① $P = (0, 1, -1)$ e r contém $A = (1, -1, 1)$ e $B = (-1, 1, -1)$

② $P = (1, 1, -1)$ e $r : \begin{cases} x - 2y + z &= 0 \\ 2x - 3y + z - 1 &= 0 \end{cases}$

34. Determine a projeção ortogonal da reta $r : x+1 = y+2 = 3z-3$ sobre o plano $\pi : x-y+2z = 0$.

35. Verifique se π_1 e π_2 são perpendiculares:

① $\pi_1 : (x, y, z) = (1, -3, 4) + \lambda(1, 0, 3) + \mu(0, 1, 3)$ e $\pi_2 : (x, y, z) = (0, 0, 0) + \lambda(1, 1, 6) + \mu(1, -1, 0)$

② $\pi_1 : (x, y, z) = (4, 3, 1) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(3, 1, 0)$ e $\pi_2 : y - 3z = 0$

36. Obtenha uma equação geral do plano π que contém a reta $r : (x, y, z) = (1, 0, 2) + \lambda(4, 1, 0)$ e é perpendicular a $\pi_1 : 3x + y + z = 0$.

37. Obtenha uma equação geral do plano que contém o ponto $(2, 1, 0)$ e é perpendicular aos planos $\pi_1 : x + 2y - 3z + 4 = 0$ e $\pi_2 : 8x - 4y + 16z - 1 = 0$.

✰ Respostas

(1) (a) $(x, y, z) = (4, -7, -6) + \lambda(1, -1, -1)$; $x = 4 + \lambda$, $y = -7 - \lambda$, $z = -6 - \lambda$; $\frac{x-4}{-1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+6}{1}$
(2) $(x, y, z) = (1, 0, 1) + \lambda(1, 1, 0)$
(3) $\vec{v} = (3, -3, 1)$; $(x, y, z) = (1/2, 1, -1) + \lambda(3, -3, 1)$
(4) (a) $(x, y, z) = (-1, 2, 7) + \lambda(-1, 3, -1)$; (b) $Q \notin r$; (d) $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-1}$; (e) $P = (0, 1, 1)$ e $P = (\frac{10}{11}, -\frac{19}{11}, \frac{20}{11})$. **(5)** $P = (1, 0, 0)$;
(6) (a),(c),(g) ; (b),(f),(h) e (d),(e) definem as mesmas retas, sendo que as três são distintas entre si. **(7)** $C = (2, 1, -1)$ ou $C = (22/9, 13/9, -11/9)$. **(8)** $\frac{x+1}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+2}{5}$
(9) $C = (\frac{5\pm\sqrt{97}}{9}, \frac{13\mp\sqrt{97}}{9}, \frac{5\pm\sqrt{97}}{18})$; **(10)** $\begin{cases} x = 4 + 5\lambda \\ y = -7 - 11\lambda \\ z = -6 - 4\lambda \end{cases}$
(11) Somente as equações em ①,② e ④ determinam o mesmo plano
(12) ① $\pi : (x, y, z) = (1, 2, 0) + \lambda(1, 1, 0) + \mu(2, 3, -1)$; $\pi : -x + y + z = 1$;
② $\pi : (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(0, 2, 1) + \mu(2, 1, 0)$; $\pi : -x + 2y - 4z = 1$;
③ $\pi : (x, y, z) = (1, 0, 1) + \lambda(1, -1, 2) + \mu(1, 1, 1)$; $\pi : -3x + y + 2z = -1$;
④ $\pi : (x, y, z) = (1, -1, 0) + \lambda(-1, -2, 1) + \mu(0, 1, 1)$; $\pi : -3x + y - z = -4$;
⑤ Como P, Q, R são colineares, π não é único. O plano π pode ser qualquer plano determinado por $(x, y, z) = (1, 0, 2) + \lambda(-2, 1, 1) + \mu(a, b, c)$, onde $\vec{v} = (a, b, c)$ não é paralelo a $\overrightarrow{PQ} = (-2, 1, 1)$;
⑥ $\pi : (x, y, z) = (1, 0, -1) + \lambda(2, 3, -1) + \mu(0, 0, 3)$; $\pi : 3x - 2y - 3 = 0$;
⑦ $\pi : (x, y, z) = (1, -1, 1) + \lambda(1, 1, -1) + \mu(-1, 3, 1)$; $\pi : x + z - 2 = 0$;
(13) $\pi : \begin{cases} x = 1 + \lambda + 2\mu \\ y = 1 + 2\lambda + \mu \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$
(14) $\vec{u} = (11, 7, 4) + (-10, -5, 0)$, **(15)** $\vec{u}$ é paralelo a π somente nos ítens ① e ③;
(16) $\vec{u}$ é normal a π somente nos ítens ① e ②;
(18) ① $\pi : 2x - y - 3z + 7 = 0$; ② $y - 2 = 0$; ③ $y - 2z = 0$; ④ $7x + 8y - 5z = 0$
(19) ① $(x, y, z) = (0, 0, 5) + \lambda(1, 0, 4) + \mu(0, 1, 2)$; ② $(x, y, z) = (0, -1, 0) + \lambda(1, 5, 0) + \mu(0, 0, 1)$;
③ $(x, y, z) = (0, 0, 3) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(0, 1, 0)$; ④ $(x, y, z) = (0, 2, 0) + \lambda(1, 1, 0) + \mu(0, 0, 1)$
(20) As retas em ① e ③ são concorrentes com ponto de intersecção $(2, 3, 3)$ e $(22, -21, 11)$, respectivamente. As retas em ② são iguais e as do ítem ④ são reversas.

(21) ① $(-2,2,-7)$, $\pi : -17x+7y+6z-6=0$; ② $(-2,6,-6)$, $\pi : 4x-y-3z-4=0$; ③ $(1,4,0)$, $\pi : 4x-7y+6z+24=0$ **(22)** ① $(-2,0,1)$; ② A intersecção é a reta r; ③ $(5,4,3)$; ④ Vazio; ⑤ $(-2/3,-1/3,2)$; ⑥ $(-16/7,-5/7,-81/7)$ **(23)** $y-1=0$;
(14) ① $\pi_1 \cap \pi_2 : (x,y,z)=(0,0,-1)+\lambda(1,1,3)$; ② $\pi_1 \cap \pi_2 : (x,y,z)=(0,-2,1)+\lambda(1,2,0)$; ③ $\pi_1 \cap \pi_2 = \pi_1$; ④ $\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset$; ⑤ $\pi_1 \cap \pi_2 : (x,y,z)=(2,-1,0)+\lambda(1,0,1)$
⑥ $\pi_1 \cap \pi_2 : (x,y,z)=(3,-1,0)+\lambda(0,1,1)$
(25) ① Paralelas distintas; ② Concorrentes em $P=(1,-1,0)$; ③ Reversas; ④ Coincidentes; ⑤ Concorrentes em $P=(-2,6,-6)$; ⑥ Concorrentes em $P=(-2,2,-7)$; ⑦ Reversas; ⑧ Reversas;
(26) ① $\alpha=1$; ② $\alpha=1$; ③ α qualquer; ④ Não existe α; ⑤ α diferente de 0 e 1;
(27) ① r e s são concorrentes em $P=(1,0,0)$ e $\pi : x-y-1=0$; ② r e s são paralelas distintas e $\pi : 8x-4y-z+4=0$
(28) ① r e π são transversais, $P=(1,0,-1)$; ② r é paralela a π; ③ r está contida em π; ④ r e π são paralelos; ⑤ r é transversal a π, $P=(-1/9,-4/9,-1/9)$; ⑥ r é paralela a π; **(29)** $\alpha \neq -2$;
(30) ① Iguais; ② Transversais; ③ Paralelos distintos; ④ Transversais;
(31) π_1 e π_2 são transversais para qualquer valor de α;
(32) ① Perpendiculares; ② Perpendiculares; ③ Ortogonais e não-perpendiculares; ④ Não são ortogonais; **(33)** ① $x-y+z=0$; ② $x+y+z-1=0$; **(34)** $(x,y,z)=(-3/2,-3/2,0)+\lambda(8,10,1)$
(35) ① Não; ② Sim; **(36)** $x-4y+z-3=0$; **(37)** $x-2y-z=0$