UFPR - Universidade Federal do Paraná
Departamento de Matemática
CM042 - Cálculo II (Turma B)
Prof. José Carlos Eidam

Lista 4

☆ Superfícies parametrizadas

1. Determine uma representação paramétrica de cada uma das superfícies descritas abaixo e calcule sua área:

   (a) S é a parte da esfera $x^2+y^2+z^2=4$ interior ao cone $z\geq\sqrt{x^2+y^2}$;

   (b) S é a parte do cilindro $x^2+z^2=1$ compreendida entre os planos $y=-1$ e $y=3$;

   (c) S é a parte do plano $z=2x+3y$ que é interior ao cilindro $x^2+y^2=16$;

   (d) S é a parte do parabolóide hiperbólico $z=y^2-x^2$ que está entre os cilindros $x^2+y^2=1$ e $x^2+y^2=4$;

   (e) S é a parte do cilindro $x^2+z^2=a^2$ que está no interior do cilindro $x^2+y^2=a^2$, onde $a>0$;

   (f) S é a parte da esfera $x^2+y^2+z^2=a^2$ que está no interior do cilindro $x^2+y^2=ax$, onde $a>0$;

   (g) S é o toro obtido pela rotação da circunferência no plano xz com centro $(b,0,0)$ e raio $a<b$ em torno do eixo z;

   (h) S é a parte da esfera $x^2+y^2+z^2=4$ com $z\geq\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{3}}$.

   Resp.: (a) $4\pi(2-\sqrt{2})$, (b) 8π, (c) $16\pi\sqrt{14}$, (d) $\frac{\pi}{6}(17\sqrt{17}-5\sqrt{5})$, (e) $8a^2$, (f) $2a^2(\pi-2)$, (g) $4ab\pi^2$, (h) 4π.

2. Sejam $0<a<b$ e $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ uma função positiva com derivada contínua. Determine equações paramétricas das superfícies geradas pela rotação da curva $y=f(x)$ em torno do eixo x e do eixo y. Calcule a área da superfície em cada caso.

   Resp.: (a) $2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+f'(x)^2}dx$, (b) $2\pi\int_a^b x\sqrt{1+f'(x)^2}dx$.

☆ Integrais de superfície

3. Calcule as seguintes integrais de superfície:

   (a) $\iint_S y\,d\sigma$, onde S é a superfície dada por $z=x+y^2$, $0\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq 2$;

   (b) $\iint_S x^2\,d\sigma$, onde S é a esfera $x^2+y^2+z^2=1$;

   (c) $\iint_S y\,d\sigma$, onde S é a parte do plano $3x+2y+z=6$, que está contido no primeiro octante;

   (d) $\iint_S xz\,d\sigma$, onde S é o triângulo com vértices (1,0,0), (1,1,1) e (0,0,2);

(e) $\iint_S (x^2+y^2)d\sigma$, onde S é a parte do parabolóide $x = 4 - y^2 - z^2$ contida no semi-espaço $x \geq 0$;

(f) $\iint_S yz d\sigma$, onde S é a parte do plano $z = y+3$ limitada pelo cilindro $x^2+y^2 = 1$;

(g) $\iint_S xy d\sigma$, onde S é a fronteira da região limitada pelo cilindro $x^2+z^2 = 1$ e pelos planos $y = 0$ e $x + y = 2$;

(h) $\iint_S z(x^2+y^2)d\sigma$, onde S é o hemisfério $x^2+y^2+z^2 = 4,\ z \geq 0$;

(i) $\iint_S xyz d\sigma$, onde S é a parte da esfera $x^2+y^2+z^2 = 1$ interior ao cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$;

(j) $\iint_S \sqrt{\frac{2x^2+2y^2-2}{2x^2+2y^2-1}} d\sigma$, onde S é a parte de $x^2+y^2-z^2 = 1$ com $1 \leq z \leq 3$;

(k) $\iint_S (x+1)d\sigma$, onde S é a parte de $z = \sqrt{x^2+y^2}$ limitada por $x^2+y^2 = 2y$.

Resp.: (a) $13\sqrt{2}/3$, (b) $4\pi/3$, (c) $3\sqrt{14}$, (d) $7\sqrt{6}/24$, (e) $\frac{\pi}{840}(12563\sqrt{17}-2347)$, (f) $\pi\sqrt{2}/4$, (g) $\frac{-\pi}{4}(8+\sqrt{2})$, (h) 16π, (i) 0, (j) $8\pi\sqrt{2}$, (k) $\pi\sqrt{2}$.

4. Calcule a integral de superfície $\iint_S \vec{F}\cdot\vec{N} d\sigma$ para cada um dos campos de vetores $\vec{F}$ e superfícies orientadas S indicadas abaixo. Em outras palavras, calcule o fluxo de $\vec{F}$ através de S. Quando S é uma superfície fechada, admita que S está orientada pela normal *exterior*.

(a) $\vec{F}(x,y,z) = x^2y\vec{i} - 3xy^2\vec{j} + 4y^3\vec{k}$ e S é a parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$, com $z \geq 0$, orientada de modo que a normal no ponto (0,0,9) é $\vec{k}$;

(b) $\vec{F}(x,y,z) = x\vec{i} + xy\vec{j} + xz\vec{k}$ e S é a parte do plano $3x+2y+z = 6$, interior ao cilindro $x^2+y^2 = 1$, orientada de modo que seu vetor normal é $\frac{1}{\sqrt{14}}(3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k})$;

(c) $\vec{F}(x,y,z) = -x\vec{i} - y\vec{j} + z^2\vec{k}$ e S é a parte do cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$, entre os planos $z = 1$ e $z = 2$, orientada de modo que sua normal $\vec{N}$ satisfaz $\vec{N}\cdot\vec{k} < 0$;

(d) $\vec{F}(x,y,z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ e S é a esfera $x^2+y^2+z^2 = 9$;

(e) $\vec{F}(x,y,z) = -y\vec{i} + x\vec{j} + 3z\vec{k}$ e S é o hemisfério $z = \sqrt{16-x^2-y^2}$, orientada de modo que a normal no ponto (0,0,4) é $\vec{k}$;

(f) $\vec{F}(x,y,z) = y\vec{i} - z\vec{k}$ e S consiste do parabolóide $y = x^2+z^2,\ 0 \leq y \leq 1$ e do disco $x^2+z^2 \leq 1,\ y = 1$, orientada para fora;

(g) $\vec{F}(x,y,z) = x\vec{i} + 2y\vec{j} + 3z\vec{k}$ e S é o cubo de vértices $(\pm1,\pm1,\pm1)$;

(h) $\vec{F}(x,y,z) = (x+y)\vec{i} - (2y+1)\vec{j} + z\vec{k}$ e S é o retângulo de vértices (1,0,1), (1,0,0), (0,1,0) e (0,1,1), orientado de modo que sua normal $\vec{N}$ satisfaz $\vec{N}\cdot\vec{j} > 0$;

(i) $\vec{F}(x,y,z) = -yz\vec{i}$ e S é o a parte da esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$ exterior ao cilindro $x^2+y^2 \leq 1$, orientado de modo que a normal no ponto (2,0,0) é $\vec{i}$;

(j) $\vec{F}(x,y,z) = y\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$ e S é a parte da superfície $z = \sqrt{4-x}$, limitada pela superfície cilíndrica $y^2 = x$, orientado de modo que sua normal $\vec{N}$ satisfaz $\vec{N}\cdot\vec{i} > 0$;

(k) $\vec{F}(x,y,z) = x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}$ e S é a parte do cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$, limitada pelo cilindro $x^2+y^2 = 2x$, orientada de modo que sua normal $\vec{N}$ satisfaz $\vec{N}\cdot\vec{k} < 0$;

Resp.: (a) 0, (b) $-3\pi/4$, (c) $-73\pi/6$, (d) 108π, (e) 128π, (f) $-\pi/2$, (g) 48, (h) -1, (i) 0, (j) 128/5, (k) 32/3.

5. Calcule:

(a) $\iint_S xz\,dy \wedge dz + yz\,dz \wedge dx + x^2 dx \wedge dy$, onde S é a semi-esfera $x^2+y^2+z^2=a^2$ $(a>0), z \geq 0$, orientada segundo a normal exterior;

(b) $\iint_S x\,dy \wedge dz + y\,dz \wedge dx + z\,dx \wedge dy$, onde S é a parte normal do plano $x+y+z=2$, no primeiro octante, orientada de modo que sua normal satisfaz $\vec{N} \cdot \vec{j} > 0$;

(c) $\iint_S x\,dy \wedge dz + y\,dz \wedge dx + z\,dx \wedge dy$, onde S é a parte do parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$, contida no semiespaço $z \geq 2y+1$, orientada de modo que sua normal satisfaz $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$.

Resp.: (a) $3\pi a^4/4$; b) 4; c) 28π.

6. Suponha que a superfície S seja o gráfico de uma função $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de classe C^1, orientada de modo que sua normal unitária $\vec{N}$ tenha terceira componente não negativa. Se $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ é um campo de vetores sobre S, mostre que

$$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = \iint_D \left(-P\frac{\partial f}{\partial x} - Q\frac{\partial f}{\partial y} + R \right) dx dy.$$

7. Use o teorema de Stokes para calcular $\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$ em cada um dos seguintes casos:

(a) $\vec{F}(x,y,z) = xz\vec{i} + 2xy\vec{j} + 3xy\vec{k}$ e γ é a fronteira da parte do plano $3x+y+z=3$ contida no primeiro octante, orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido anti-horário;

(b) $\vec{F}(x,y,z) = (z^2 + e^{x^2})\vec{i} + (y^2 + \ln(1+y^2))\vec{j} + (xy + \sin z^3)\vec{k}$ e γ é a fronteira do triângulo com vértices (1,0,0), (0,1,0) e (0,0,2), orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido anti-horário;

(c) $\vec{F}(x,y,z) = (2z + \sin(e^{x^3}))\vec{i} + 4x\vec{j} + (5y + \sin(\sin z^2))\vec{k}$ e γ é a intersecção do plano $z = x+4$ com o cilindro $x^2+y^2=4$, orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido anti-horário;

(d) $\vec{F}(x,y,z) = (x + \cos x^3)\vec{i} + y\vec{j} + (x^2 - y^2 + z^{100})\vec{k}$ e γ é a fronteira da parte do parabolóide $z = 1 - x^2 - y^2$ contida no primeiro octante, orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido anti-horário;

(e) $\vec{F}(x,y,z) = (y+z)\vec{i} + (2x + (1+y^2)^{20})\vec{j} + (x+y+z)\vec{k}$ e γ é a intersecção do cilindro $x^2+y^2=2y$ com o plano $z=y$, orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido anti-horário;

(f) $\vec{F}(x,y,z) = (y + \cos(\cos x))\vec{i} + (z + \sin(\cos y))\vec{j} + x\vec{k}$ e γ é a intersecção da esfera $x^2+y^2+z^2 = a^2$ $(a>0)$ com o plano $x+y+z=0$, orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido anti-horário.

Resp.: (a) 7/2, (b) 4/3, (c) -4π, (d) -1, (e) π, (f) $-a^2\pi\sqrt{3}$.

8. Neste exercício, vamos calcular a área de um polígono irregular.

(a) Se γ é o segmento de reta ligando o ponto (x_1, y_1) ao ponto (x_2, y_2), mostre que

$$\frac{1}{2}\int_\gamma x\,dy - y\,dx = x_1 y_2 - x_2 y_1.$$

(b) Em ordem anti-horária, os vértices de um polígono são (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N). Mostre que sua área é dada por

$$A = \frac{1}{2}[(x_1y_2 - x_2y_1) + (x_2y_3 - x_3y_2) + ... + (x_{N-1}y_N - x_Ny_{N-1}) + (x_Ny_1 - x_1y_N)].$$

(c) Determine a área do pentágono de vértices $(0,0)$, $(2,1)$, $(1,3)$, $(0,2)$ e $(-1,2)$.

9. Calcule $\iint_S y^2z^2 dy \wedge dz + xdz \wedge dx + ydx \wedge dy$, onde S é a parte da superfície $z^2 = x^2 + 2y^2$ entre os planos $z = 1$ e $z = y + 3$, orientada com $\vec{N}$ tal que $\vec{N} \cdot \vec{k} < 0$.

   Resp.: -54π.

10. Calcule $\iint_S e^{z^2} \ln(z + y)dy \wedge dz + (x^2 + z^2)dz \wedge dx + zdx \wedge dy$, onde S é a parte do parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$ limitada pelo plano $z = y + 4$, orientada com $\vec{N}$ tal que $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$. Resp.: $-\frac{35\pi}{16}$.

11. Calcule $\int_\gamma \vec{v} \cdot d\vec{r}$, sendo:

   (a) $\vec{v} = (yz + \cos(\sin x), xz + \ln(1 + y^4), zy)$ e γ é a intersecção das superfícies $x^2 + y^2 = 4$ e $z = 2x + 3$, orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido anti-horário;

   (b) $\vec{v} = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, \frac{z^3}{1+z^2}) + (\sin(\ln(1 + x^4)), e^{y^3}, z^2)$ e γ é a intersecção do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ com o plano $x + y + z = 4$, orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido horário;

   (c) $\vec{v} = (2xz^3, x^2y^2, 3x^2z^2) + (y, 0, 0)$ e γ é a intersecção das superfícies $z = \sin y + 10$ e $x^2 + y^2 = 16$, orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido anti-horário;

   (d) $\vec{v} = (x - y^2, x - z + \frac{y^2}{2+\sin y}, y)$ e γ é a intersecção do parabóide $4z = x^2 + y^2$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$, orientada de modo que sua projeção no plano xy seja percorrida no sentido anti-horário;

   (e) $\vec{v} = (e^x \sin y, e^x \cos y - z, y)$ e γ é o bordo da superfície obtida pela rotação em torno do eixo Oz do gráfico de $z = \frac{1}{y^2}$, $e \leq y \leq e^2$. Escolha uma orientação para γ.

   (f) $\vec{v} = (\sin(\ln(1 + x^2)), \frac{-z}{y^2+z^2} + e^{y^4}, \frac{y}{y^2+z^2} + \cos z^{40})$ sendo γ dado pela interseção do cilindro $y^2 + z^2 = 4$ com o plano $x = y + z$. γ é percorrido uma vez no sentido anti-horário.

   Resp.: (a) -24π, (b) -2π, (c) -16π, (d) 4π, (e) 0, (f) 2π.

12. Calcule $\int_\gamma (z + y^2)dx + (y^2 + 1)dy + [\ln(z^2 + 1) + y]dz$, sendo $\gamma(t) = (2\cos t, 2\sin t, 10 - 2\sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$. Resp.: 4π.

13. Seja γ uma curva simples, fechada e plana e seja $\vec{N} = (a, b, c)$ um vetor unitário normal ao plano que contém γ. Mostre que a área da região limitada por γ é dada por

$$\frac{1}{2}\int_\gamma (bz - cy)dx + (cx - az)dy + (ay - bx)dz,$$

com γ orientada pela orientação induzida de $\vec{N}$.

14. Calcule $\iint_S \vec{v}\cdot\vec{N}d\sigma$, onde $\vec{v} = (x^2+ye^z, y^2+ze^x, z^2+xe^y)$ e S é a fronteira da região limitada pelo cilindro $x^2+y^2=1$ entre os planos $z=0$ e $z=x+2$, orientada pela normal exterior.

   Resp.: $19\pi/4$.

15. Calcule $\iint_S dy\wedge dz + y^3 dz\wedge dx + z^2 dx\wedge dy$, onde S está orientada pela normal exterior nos seguintes casos:

    (a) S é a esfera $x^2+y^2+z^2=r^2$.

    (b) S é a fronteira da região limitada por $z=4$ e $z=x^2+y^2$.

    Resp.: (a) $\frac{4\pi}{5}r^3$, (b) $176\frac{\pi}{3}$.

16. Seja $\vec{v} = \frac{\vec{r}}{|r|^3}$, onde $\vec{r} = x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$. Calcule $\iint_S \vec{v}\cdot N d\sigma$, onde $\vec{N}$ é a normal unitária exterior a S nos seguintes casos:

    (a) S é a esfera de raio $a>0$ com centro na origem;

    (b) S é uma superfície fechada lisa por partes tal que a origem não pertence a S nem à região interior a S;

    (c) S é uma superfície fechada lisa por partes que contém a origem em seu interior.

    Resp.: (a) 4π, (b) 0, (c) 4π

17. Seja S uma superfície fechada lisa por partes e orientada pela normal exterior $\vec{N}$. Verifique as seguintes igualdades:

    (a) volume de $S = \frac{1}{3}\iint_S x dy\wedge dz + y dz\wedge dx + z dx\wedge dy$

    (b) $\iint_S \operatorname{rot}\vec{v}\cdot\vec{N}d\sigma = 0$, para qualquer campo $\vec{v}$ de classe C^2 em $\operatorname{Int}(S)$ cujo domínio contenha S.

18. Calcule $\iint_S (\operatorname{rot}\vec{F})\cdot\vec{N}dS$ sendo:

    (a) $\vec{F}(x,y,z) = y\vec{i}+z\vec{j}+x\vec{k}$ e S a parte do parabolóide $z = 9-x^2-y^2$ que está acima do plano $z=5$, orientada pelo campo de vetores normais que aponta para cima;

    (b) $\vec{F}(x,y,z) = (xz,\ x-y,\ x^2y)$ e S formada pelas 3 faces, que não estão no plano xy, do tetraedro formado pelos planos coordenados e o plano $3x+y+3z=6$, sendo $\vec{N}$ o campo normal exterior ao tetraedro;

    (c) $\vec{F}(x,y,z) = (x^2,\ z,\ yz)$ e S a parte do hiperbolóide $x^2+y^2-z^2=1$ limitada por $x^2+y^2=4$ com normal que aponta para o eixo z.

    Resp.: (a) 4π, (b) 6, (c) 0

19. Admitindo que S esteja orientada pela normal exterior $\vec{N}$, calcule o fluxo de $\vec{F}$ através de S nos seguintes casos:

(a) $\vec{F}(x,y,z) = 3y^2z^3\vec{i} + 9x^2yz^2\vec{j} - 4xy^2\vec{k}$ e S a superfície do cubo com vértices $(\pm1,\pm1,\pm1)$;

(b) $\vec{F}(x,y,z) = (-xzi + (y^3 - yz)j + z^2k)$ e S o elipsóide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$;

(c) $\vec{F}(x,y,z) = (x^3 + y\sin z, y^3 + z\sin x, 3z)$ e S a superfície do sólido limitado pelos hemisférios $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ e pelo plano $z = 0$.

Resp.: (a) 8, (b) $\frac{4}{5}\pi ab^3c$, (c) $\frac{194\pi}{5}$.

20. Calcule as seguintes integrais:

(a) $\iint_S x\,dy \wedge dz + yze^{z^2}dz \wedge dx - \frac{e^{z^2}}{2}dx \wedge dy$, onde S é a parte de $z = x^2 + y^2$ limitada por $x^2 + y^2 = 1$, orientada com a normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}\cdot\vec{k} > 0$;

(b) $\iint_S (x^2+z^3)dy\wedge dz + z^5 dz\wedge dx + (e^{x^2+y^2} + z^2)dx\wedge dy$, onde S é a parte de $x^2+y^2+(z-1)^2 = 1$ interior a $z^2 = x^2 + y^2$, orientada com a normal exterior;

(c) $\iint_S \vec{F}\cdot\vec{N}d\sigma$, onde $\vec{F}(x,y,z) = e^{z^2}\cos(zy^2)\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ e S é a parte de $x^2 + y^2 = 1$ limitada por $z = 0$ e $z = y + 3$, orientada com a normal unitária exterior.

Resp.: (a) $-\frac{\pi}{2}(e+1)$, (b) $\pi(e + 11/6)$, (c) 0

21. Calcule as seguintes integrais:

(a) $\iint_S \frac{x\,dy\wedge dz + y\,dz\wedge dx + z\,dx\wedge dy}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$, onde S é a parte do elipsóide $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1, z \geq 0$, orientada com a normal unitária exterior;

(b) $\iint_S \vec{F}\cdot\vec{N}d\sigma$, onde $\vec{F}(x,y,z) = \frac{x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + z\vec{k}$ e S é a parte de $x^2+y^2-2z^2 = 1$ com $0 \leq z \leq 1$, orientada com a normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}\cdot\vec{k} \leq 0$.

Resp.: (a) 2π, (b) $-\frac{\pi}{3}$.

22. Em cada caso abaixo, determine se $\vec{F}$ é ou não campo gradiente no domínio indicado. Em caso afirmativo, determine um potencial para $\vec{F}$.

(a) $\vec{F}(x,y,z) = (2x^2 + 8xy^2)\vec{i} + (3x^3y - 3xy)\vec{j} + -(4z^2y^2 + 2x^3z)\vec{k}$ em $\mathbb{R}^3$

(b) $\vec{F}(x,y,z) = (x+z)\vec{i} - (y+z)\vec{j} + (x-y)\vec{k}$ em $\mathbb{R}^3$

(c) $\vec{F}(x,y,z) = (y^2\cos x + z^3)\vec{i} + (4 + 2y\sin x)\vec{j} + (3xz^2 + 2)\vec{k}$ em $\mathbb{R}^3$

(d) $\vec{F}(x,y,z) = (yz)\vec{i} + (xz)\vec{j} + (xy)\vec{k}$ em $\mathbb{R}^3$

(e) $\vec{F}(x,y,z) = (xy)\vec{i} + (y^2)\vec{j} + (xyz)\vec{k}$ em $\mathbb{R}^3$

(f) $\vec{F}(x,y,z) = \left(\frac{x}{x^2+y^2+z^2}, \frac{y}{x^2+y^2+z^2}, \frac{z}{x^2+y^2+z^2}\right)$ em $\mathbb{R}^3 - \{(0,0)\}$

(g) $\vec{F}(x,y,z) = \left(\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}, \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}, \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right)$ em $\mathbb{R}^3 - \{(0,0)\}$

Resp. (a) Não; (b) Sim, $f(x,y,z) = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + zx - zy$; (c) Sim, $f(x,y,z) = y^2\sin x + xz^3 + 4y + 2z$; (d) Sim, $f(x,y,z) = xyz$; (e) Não; (f) Sim, $f(x,y,z) = \ln(\sqrt{x^2+y^2+z^2})$; (g) Sim, $f(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$