UFPR - Universidade Federal do Paraná
Departamento de Matemática
CM053 - Álgebra Linear II (Matemática - Matemática Industrial)
Prof. José Carlos Eidam

1	
2	
Nota	

EXAME FINAL - 06/07/2011

Nome: ____

GRR: ____________________ **Assinatura:** ______________________________

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita toda à lápis;
2. Em toda a prova, V denota um espaço vetorial de dimensão finita sobre $\mathbb{F}$ ($\mathbb{F} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$). Os polinômios característico e minimal de um operador linear T serão denotados por p_T e q_T, respectivamente. O espaço de operadores lineares sobre V será denotado por $\mathscr{L}(\mathsf{V})$.
3. Boa prova!

Questão 1 Seja $T \in \mathscr{L}(\mathbb{R}^8)$ um operador linear tal que:

1. $\Sigma(T) = \{-1, 3, 1+i, 1-i\}$;
2. O posto de $(T-3I)^2$ é 6;
3. O anulador do subespaço $\{u \in \mathsf{V} : Tu = -u\}$ tem dimensão 6;
4. O único divisor elementar de T que possui autovalores complexos é $(\lambda^2 - 2\lambda + 2)^2$.

Determine:

(a) **(1 ponto)** Os polinômios característico e minimal de T.

(b) **(2 pontos)** A forma canônica de Jordan *real* de T.

(c) **(2 pontos)** Os divisores elementares de T.

(d) **(2 pontos)** A forma canônica de Jordan (complexa) de $S = T^{\mathbb{C}}$, a complexificação de T, agindo em $\mathbb{C}^8$.

Questão 2 (a) **(2 pontos)** Encontre $B \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ tal que $B \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ tal que $B^3 = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{smallmatrix}\right)$.

(b) **(2 pontos)** Use a forma triangular de A para mostrar que se λ_1, λ_2 são os autovalores da matriz $A = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{smallmatrix}\right)$, repetidos de acordo com sua multiplicidade, então

$$\lambda_1^4 + \lambda_2^4 = -113\,.$$