

**UFPR - Universidade Federal do Paraná**  
**Setor de Ciências Exatas**  
**Departamento de Matemática**  
**CM202 - Física diurno**  
**Prof. José Carlos Eidam**

<b>1</b>	
<b>2</b>	
<b>3</b>	
<b>Nota</b>	

**PROVA FINAL - 05/08/2013**

**Nome:** \_\_\_\_\_

**GRR:** \_\_\_\_\_ **Assinatura:** \_\_\_\_\_

**ATENÇÃO!**

1. **NÃO** é permitido utilizar calculadora nem consultar livros e anotações;
2. Você deve justificar todas as suas respostas;
3. Faça a prova a lápis;
4. A prova tem duração de **2** horas e você poderá deixar a sala somente após as 10h;
5. O gabarito estará disponível na internet após a realização da prova;
6. Boa prova!

**Questão 1 (2 pontos)** Calcule  $\int \int \int_E (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ , onde  $E$  é a região interior à esfera de centro na origem e raio 1.

**Questão 2** Calcule  $\int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r}$  para cada um dos itens abaixo:

(a) **(2 pontos)**  $\vec{F}(x, y) = \left( \frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$  e  $\gamma(t) = (3\sin t, 3\cos t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$

(b) **(2 pontos)**  $\vec{F}(x, y) = (y + \cos x, e^y + x)$  e  $\gamma(t) = (t, \sin^2(t^2 - t))$ ,  $0 \leq t \leq 1$

(c) **(2 pontos)**  $\vec{F}(x, y) = (\cos(x^5)e^{\text{sen}x} - xy, xy^2 + \ln(1 + \text{sen}(y^2)))$  e  $\gamma$  é a fronteira do círculo de centro na origem e raio 3 orientada no sentido anti-horário.

(d) **(2 pontos)**  $\vec{F}(x, y) = (1 - yx^2, \arctan(y^2) - y^3 \cos(2y - 1) + xy)$  e  $\gamma$  é a parábola  $y = 1 - x^2$  percorrida desde o ponto  $(-1, 0)$  até o ponto  $(1, 0)$ .

(e) **(2 pontos)**  $\vec{F}(x, y) = (y^2 \cos(xy^2) + x^2 e^{x^3}, 2xy \cos(xy^2) - y^2)$  e  $\gamma$  é a curva fechada plana definida pela equação  $x^{1/19} + y^{1/19} = 1$  orientada no sentido anti-horário.