UFPR - Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
CM005 - Álgebra Linear - Turma C (Engenharia Elétrica)
Prof. Zeca Eidam

Lista 4

✰ Diagonalização

1. Para cada matriz abaixo, verifique se existe U invertível tal que $U^{-1}AU$ é diagonal. Em caso afirmativo, exiba tal U.

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ (c) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (d) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(e) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ (f) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ (g) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 3 & 6 & -3 \end{pmatrix}$ (h) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

(i) $A = \begin{pmatrix} -9 & 5 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (j) $A = \begin{pmatrix} 2 & -8 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ (k) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (l) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

2. Verfique se existe B tal que $B^2 = A$ para cada uma das matrizes diagonalizáveis do exercício anterior; em caso afirmativo, exiba uma tal B.

3. Calcule A^9 para cada uma das matrizes diagonalizáveis do exercício 1.

4. Encontre, se possível, condições sobre os números a, b para que as matrizes abaixo sejam diagonalizáveis:

(a) $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$ (b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ (c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ (d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & a \end{pmatrix}$

(e) $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ (f) $A = \begin{pmatrix} -9 & 5 & 3 \\ 0 & a & 3 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$ (g) $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$