UFPR - Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
CM112 - Análise III
Prof. Zeca Eidam

Lista 4

1. Verifique que o conjunto-solução de cada um dos sistemas de equações abaixo é uma variedade contida em $\mathbb{R}^n$ e determine sua dimensão e o espaço tangente em um ponto arbitrário:

   (a) $\begin{cases} x+y+z = 1 \\ e^x - e^y + z = 1 \end{cases}$, $n=3$

   (b) $\begin{cases} x^3+y^3-z^2+w^4 = 1 \\ x-y+\sin(zw^4) - e^{z+w^2-1} = -1 \end{cases}$, $n=4$

   (c) $\begin{cases} x^4+y^6 = 16 \\ z^5+\ln(1+w^4) = 32 \\ e^{x-2}+z^{2015}w^{z^2+1} = 1 \end{cases}$, $n=4$

   (d) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2+e^{t+w-1}-t^3 = 0 \\ e^x+e^y+e^z+e^{t+w}+t = 5 \end{cases}$, $n=5$

2. Sejam m, n, k inteiros positivos e $\mathscr{L}_k(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ o subconjunto formado pelas $T \in \mathscr{L}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ de posto k. Prove que $\mathscr{L}_k(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ é uma variedade e determine sua dimensão.

3. Seja $M \subset \mathbb{R}^n$ e $f : M \to \mathbb{R}$ uma função de classe C^∞. Mostre que dado um ponto $p \in M$ existe um aberto $U \subset \mathbb{R}^n$ contendo p e $\tilde{f} : U \to \mathbb{R}$ de classe C^∞ tal que $\tilde{f}|_{U\cap M} = f|_{U\cap M}$.