UFPR - Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
CM048 - Cálculo II
Prof. José Carlos Eidam

TREINO PARA P3 - Parte 1

1. Calcule os limites abaixo, se existirem:

   (a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y\cos x}{x+y}$

   (b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2\operatorname{sen}(7xy)}{xy\sqrt[4]{x^8+e^{7y}\tan^2(x+5y)}}$

   (c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{-2x^2+y^3}-\cos(x^2)2^{y^3}}{x^4}$

   (d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{\operatorname{sen}^2 x+\operatorname{sen}^2 y}}$

2. Determine o conjunto dos pontos onde cada função abaixo é diferenciável, justificando suas respostas:

   (a) $f(x,y)=\sqrt[5]{x^5+y^5}$

   (b) $f(x,y)=\operatorname{sen}(\cos(x^5+y^4))-e^{-x^2-y^3}$

   (c) $f(x,y)=|xy|^{5/4}$

   (d) $f(x,y)=\begin{cases} (x^2+y^2)\operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & \text{se} \quad (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se} \quad (x,y)=(0,0).\end{cases}$

3. Seja $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ uma função diferenciável no ponto $(-3,2)$. Suponha que $f(-3,2)=1$ e que o plano
$$\pi: 3x-5y+2z=1977$$
seja paralelo ao plano tangente ao gráfico de f no ponto $(-3,2,1)$. Determine:

   (a) $\nabla f(-3,2)$;

   (b) $\dfrac{\partial f}{\partial v}(-3,2)$, onde $v=(2,-1)$;

   (c) $\left.\dfrac{d}{dt}\right|_{t=0}\left\{3t+f(x(t),y(t))\right\}^2$, onde $x(t)=2e^{-t}-5\cos t+4t^2$ e $y(t)=t^5+t^3+6\ln(1+t)+\tan t$;

   (d) $\dfrac{\partial g}{\partial u}(0,1)$ e $\dfrac{\partial g}{\partial v}(0,1)$, onde $g(u,v)=f(u^4-3v,e^{2u}+v^2)$.

4. Considerando uma função $f=f(x,y)$, determine $g_u, g_v, g_{uv}, g_{uu}, g_{vv}$ em função de $f_x, f_y, f_{xy}, f_{xx}, f_{yy}$ nos seguintes casos:

   (a) $g(u,v)=f(u^3v,u^v)$, $u,v>0$ (b) $g(u,v)=\operatorname{sen}(uv)f(\cos(u+v),\operatorname{sen}(u+v^2))$
   (c) $g(u,v)=f(u\operatorname{sen}v, v\operatorname{sen}u)$ (d) $g(u,v)=\operatorname{sen}(f(3u-\operatorname{sen}v,uv^2))^2$