UFPR - Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
CM139 - Cálculo III (Turma A)
Prof. José Carlos Eidam

Treino para a P2

1. Verifique se cada um dos campos vetoriais abaixo é conservativo em seu domínio e, em caso afirmativo, determine um potencial para o campo:

   (a) $\vec{F}(x,y) = (x+y, y-x)$

   (b) $\vec{F}(x,y) = \left(xy + y\sin(xy), \dfrac{x^2}{2} + \sin(xy)\right)$

   (c) $\vec{F}(x,y) = (y\ln(xy), x\ln(xy) + x)$, $x, y > 0$

2. Calcule as integrais de linha abaixo:

   (a) $\displaystyle\int_\gamma (2x\sin(x^2+3) - xy + 1)\,dx + (e^{y^2} - x^2 y)\,dy$, onde γ é a curva $y = 1 - x^2$ percorrida de $(-1,0)$ a $(1,0)$

   (b) $\displaystyle\int_\gamma (x^7 y - \ln(1+\sin^4 x))\,dx + (x^2 y + \cos(y^2))\,dy$, onde γ é fronteira da elipse $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ orientada no sentido anti-horário

   (c) $\displaystyle\int_\gamma y\ln(xy)\,dx + (x\ln(xy) + x)\,dy$ onde $\gamma(t) = (e^t - t, e^{1-t})$, $0 \le t \le 1$

   (d) $\displaystyle\int_\gamma \frac{(x+y)\,dx - (x-y)\,dy}{x^2+y^2}$ onde γ é a circunferência $x^2 + y^2 = R^2$ percorrida no sentido anti-horário

   (e) $\displaystyle\int_\gamma \frac{-y\,dx + x\,dy}{x^2+y^2}$ onde $\gamma(t) = (\cos, \sin t)$, $0 \le t \le 3\pi$

   (f) $\displaystyle\int \sqrt[3]{y}\,dx + \sqrt[3]{x}\,dy$, onde γ é a fronteira da região delimitada pelas retas $x = 0$, $y = 1$ e $y = x^2$ percorrida uma vez no sentido horário

3. Calcule as integrais abaixo

   (a) $\displaystyle\int_\gamma x^3 y\,ds$ onde γ é a circunferência de centro na origem e raio 4

   (b) $\displaystyle\int_\gamma xy\,ds$ onde $\gamma(t) = (t, t^4)$ percorrida de $(0,0)$ a $(2,16)$