UFPR - Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
CM139 - Cálculo III (Turma A)
Prof. José Carlos Eidam

Treino para a P3

1. Determine uma parametrização e calcule a área de cada superfície S abaixo:

   (a) S é a parte da esfera $x^2+y^2+z^2=4$ interior ao cone $z \geq \sqrt{3x^2+3y^2}$;

   (b) S é a parte da esfera $x^2+y^2+z^2=a^2$ que está no interior do cilindro $x^2+y^2=ax$, onde $a>0$;

   (c) S é a porção do cone $z=\sqrt{x^2+y^2}$ limitada pelo cilindro $x^2+y^2=2x$.

2. Calcule as integrais de superfície abaixo:

   (a) $\displaystyle\iint_S \left(z^2+\sin(4xy-y)\right) dS$ onde S é o hemisfério superior da esfera $x^2+y^2+z^2=a^2$, $a>0$

   (b) $\displaystyle\iint_S \sqrt{1-x^2}\, dS$, onde S é a parte da superfície cilíndrica $x^2+z^2=1$ limitada pelo cone $z=\sqrt{x^2+y^2}$

   (c) $\displaystyle\iint_S \left(3x^2y-2xy^3+\sqrt{x^2+y^2}\right) dS$ onde S é a parte do parabolóide $z=x^2+y^2$ com $0 \leq z \leq 1$

   (d) $\displaystyle\iint_S \sqrt{\frac{2x^2+2y^2-2}{2x^2+2y^2-1}}\, dS$, onde S é a porção do hiperbolóide $x^2+y^2-z^2=1$ limitada pelos planos $z=1$ e $z=2$;

3. Calcule $\displaystyle\iint_S \vec{F}\cdot\vec{N}\, dS$ para os seguintes casos:

   (a) $\vec{F}(x,y,z)=(x^4-\cos(x+z), y-7e^{x^2+z^4}, z^3-x^2-y^2)$ e S é o hemisfério $x^2+y^2+z^2=1$, $z \geq 0$, orientado tal que $\vec{N}\cdot\vec{k}>0$;

   (b) $\vec{F}(x,y,z)=(y^{1+z^2}-\cos x, y^3-2e^z, z^2+\ln(1+x^2))$ e S é o elipsóide $x^2+y^2/4+z^2/9=1$ orientado pela normal exterior;

   (c) $\vec{F}(x,y,z)=(\sin(yz^2)-\cos x, xy^5-2e^z, z^2+4z-\sqrt{x^2+y^2})$ e S é o parabolóide $z=4-x^2-y^2$, $z \geq 0$, orientado tal que $\vec{N}\cdot\vec{k}>0$;

   (d) $\vec{F}(x,y,z)=(\cos(xyz)+x^{2018}y^{2017}, xe^{z^2-3z+2}, x^2+z\sin y)$ e S é a porção do cone $z=\sqrt{x^2+y^2}$ limitada pelos planos $z=1$ e $z=2$ e orientada de forma que $\vec{N}\cdot\vec{k}>0$;