UFPR - Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
CMM222 - Análise III - Período de retomada 2020
Prof. Zeca Eidam

Lista 3

1. Verifique se as equações abaixo definem implicitamente uma das variáveis em função das outras duas em uma vizinhança da solução P dada e calcule as derivadas parciais da função definida implicitamente:

   (a) $e^{x+y-z^2} - \cos(1 - xz^4) = 0$, $P = (1, 0, 1)$

   (b) $xy^5 + x^3z^7 + y^2z^3 = 3$, $P = (1, 1, 1)$

   (c) $\ln(x + y + \operatorname{sen} z) + 2^{(x-1)y+2z} - 1 = 0$, $P = (1, 0, 0)$

   (d) $(1 + x^2)^{y+z} + (1 + y^2)^{x+z} + (1 + z^2)^{x+y} = 3 - \operatorname{sen}(x + y + z)$, $P = (0, 0, 0)$

   (e) $\pi xe^{yz} + ye^{xz} + ze^{xy} = 4 \arctan(x + y^2 - 3z)$, $P = (1, 0, 0)$

   (f) $x^{y+z} + y^{x+z} + z^{x+y} = 6$, $P = (2, 1, 1)$

2. Seja f uma função real que satisfaz a equação

$$xe^{f(x)} + \operatorname{sen}(f(x) + \pi) + 1 = 0\,.$$

   Admitindo que $f(0) = 0$, mostre que f é de classe C^∞ numa vizinhança de zero.

3. Seja $T \in \mathscr{L}(\mathbb{R}^n)$. Um autovalor de T é um número real λ_0 que é raiz do polinômio real $p_T(\lambda) \doteq \det(T - \lambda I)$. A *multiplicidade algébrica de* λ_0 é a multiplicidade de λ_0 como raiz de $p_T(\lambda)$. Quando a multiplicidade algébrica de λ_0 é igual a 1, dizemos que λ_0 é um autovalor simples.

   Supondo que λ_0 é um autovalor simples de T, mostre que existe uma vizinhança W de T em $\mathscr{L}(\mathbb{R}^n)$ e uma função $\varphi : W \to \mathbb{R}$ de classe C^∞ tal que $\varphi(T) = \lambda_0$ e $\varphi(S)$ é um autovalor de S para cada $S \in W$.