

Lista 1

1. Determine o valor lógico de cada uma das proposições a seguir:

- | | |
|---|--|
| ① O número 17 é primo. | ⑥ Se $0 < 1$, então $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$. |
| ② Fortaleza é capital do Maranhão. | ⑦ Se $\sqrt{3} > 1$, então $-1 < -2$. |
| ③ $(-5)^2 = 25$ e $\sqrt{25} = -5$. | ⑧ $\operatorname{tg}45^\circ = 1$ se, e somente se, $\cos 0^\circ = 1$. |
| ④ $2 - (-4) = -2$ ou $1 + 3 = 4$. | ⑨ É falso que $3 + 3 = 6$ e $1 + 1 = 3$. |
| ⑤ Não é verdade que 12 é um número ímpar. | ⑩ $(1 + 5)^0 = 1$ se, e somente se, $ 3 - -5 = 8$. |

2. Sabendo que $VL(p) = V$, $VL(q) = F$, $VL(r) = V$ e $VL(s) = F$, determine o valor lógico de cada uma das seguintes proposições:

- | | |
|---|--|
| ① $p \wedge q \longleftrightarrow r \wedge \sim s$ | ⑤ $(q \wedge r) \wedge s \rightarrow (p \longleftrightarrow s)$ |
| ② $(p \longleftrightarrow q) \rightarrow (s \longleftrightarrow r)$ | ⑥ $p \rightarrow \sim q \longleftrightarrow (p \vee r) \wedge s$ |
| ③ $(\sim p \rightarrow q) \rightarrow (s \rightarrow r)$ | ⑦ $(p \wedge q) \wedge (r \wedge s) \rightarrow p \vee s$ |
| ④ $(p \wedge q) \vee s \rightarrow (p \longleftrightarrow s)$ | ⑧ $(\sim p \vee s) \vee (\sim s \wedge r)$ |

3. Construa a tabela-verdade das seguintes proposições:

- | | |
|-------------------------|--------------------------------|
| ① $(\sim p) \wedge q$ | ④ $p \vee (q \wedge r)$ |
| ② $\sim (p \wedge q)$ | ⑤ $(p \wedge q) \rightarrow r$ |
| ③ $(p \vee q) \wedge r$ | ⑥ $p \wedge (q \rightarrow r)$ |

4. Sabendo que a condicional $p \rightarrow q$ é verdadeira, determina o valor lógico de:

- ① $\sim q \rightarrow \sim p$
- ② $\sim q \wedge p$
- ③ $p \vee r \rightarrow q \vee r$
- ④ $p \wedge r \rightarrow q \wedge r$

5. Escreva a bicondicional $p \longleftrightarrow q$ como uma proposição equivalente usando:

- ① Apenas os conectivos \rightarrow e \wedge .
- ② Apenas os conectivos \wedge e \sim .
- ③ Apenas os conectivos \vee e \sim .

6. Mostre que as seguintes proposições são tautologias construindo suas tabelas-verdade:

- ① $p \rightarrow p$
- ② $p \rightarrow p \vee q$
- ③ $p \wedge q \rightarrow p$
- ④ $(p \rightarrow q) \longleftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$
- ⑤ $(p \rightarrow q) \longleftrightarrow (\sim p \vee q)$
- ⑥ $\sim (p \vee q) \rightarrow (p \longleftrightarrow q)$

7. Mostre que as seguintes proposições são contradições construindo suas tabelas-verdade:

- ① $p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q)$
- ② $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$
- ③ $p \wedge q \wedge \sim (p \longleftrightarrow q \vee r)$

8. Escreva a proposição que corresponde a negação de cada uma das proposições a seguir:

- ① A caixa está selada ou o leite está azedo.
- ② Pepinos são verdes e têm sementes.
- ③ Se a comida for boa, então o serviço será excelente.
- ④ Se for caro, então a comida será boa e o serviço será excelente.
- ⑤ O processador é rápido, mas a impressora é lenta.
- ⑥ O processador é rápido ou a impressora é lenta.
- ⑦ Se o arquivo não estiver danificado e o processador for rápido, então a impressora será lenta.
- ⑧ Nem a comida é boa e nem o serviço é excelente.

9. Usando as letras indicadas para as proposições componentes, escreva as afirmações compostas a seguir em notação simbólica:

- ① p : Os preços subirão;
 q : Haverá muitas casas disponíveis;
 r : As casas estarão caras.

“Se os preços subirem, então haverá muitas casas disponíveis e caras; mas se as casas não estiverem caras, ainda assim haverá muitas disponíveis.”

- ② p : O trator vence;
 q : O caminhão vence;
 r : A corrida será empolgante.

“Se o trator ou o caminhão vencer, então a corrida será empolgante.”

- ③ p : Os coals serão salvos;
 q : As mudanças climáticas serão discutidas;
 r : Os níveis dos oceanos subirão.

“Os coalas só serão salvos se as mudanças climáticas forem discutidas; além disso, não discutir as mudanças climáticas fará com que os níveis dos oceanos subam.”

- ④ p : Janete vence;
- q : Janete perde;
- r : Janete ficará cansada.

“Janete vai vencer ou, se perder, ficará cansada.”

- ⑤ p : Irá chover;
- q : Irá nevar;

“Irá chover ou irá nevar, mas não os dois ao mesmo tempo.”

- ⑥ p : Rosas são vermelhas;
- q : Violetas são azuis;
- r : Açúcar é doce.

“Rosas são vermelhas, e, se o açúcar for amargo, então ou violetas não são azuis ou açúcar é doce.”

10. Quatro máquinas A, B, C e D estão conectadas em uma rede de computadores. Receia-se que um vírus de computador possa ter infectado a rede. Seu grupo de segurança de rede fez as seguintes afirmações:

- ① Se D estiver infectado, então C também está.
- ② Se C estiver infectado, A também está.
- ③ Se D estiver limpo, então B está limpo, mas C está infectado.
- ④ Se A estiver infectado, então B está infectado ou C está limpo.

Supondo que todas as proposições acima são Verdadeiras, o que podemos concluir? Explique seu raciocínio.

11. Determine o valor lógico de cada uma das proposições a seguir e as escreva como uma proposição em português, em que:

- ① $x \in \mathbb{R}$.
- ② $p(x)$: x é ímpar;
- ③ $q(x)$: $x < 3$;
- ④ $r(x)$: $x > 9$;

(a) $\exists x \in \mathbb{R}; p(x)$

(b) $\forall x \in \mathbb{R}; p(x)$

(c) $\forall x \in \mathbb{R}; q(x) \rightarrow p(x)$

(d) $\exists x \in \mathbb{R}; p(x) \wedge r(x)$

(e) $\forall x \in \mathbb{R}; q(x) \vee r(x)$

(f) $\forall x \in \mathbb{R}; q(x) \rightarrow \sim r(x)$

12. Determine a negação de cada uma das proposições do item anterior, tanto em linguagem lógica quanto em português.

13. Sendo $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, determine o valor lógico de cada uma das proposições a seguir:

- (a) $\exists x \in A; x + 3 = 10$ (d) $\forall x \in A; x + 3 \leq 7$
 (b) $\forall x \in A; x + 3 < 10$ (e) $\exists x \in A; 3^x > 72$
 (c) $\exists x \in A; x + 3 < 5$ (f) $\exists x \in A; x^2 + 2x = 15$

14. Dê a negação de cada uma das seguintes proposições:

- (a) $(\forall x \in A; p(x)) \wedge (\exists x \in A; q(x))$ (d) $(\exists x \in A; p(x)) \rightarrow (\forall x \in A; \sim q(x))$
 (b) $(\exists x \in A; p(x)) \vee (\forall x \in A; q(x))$ (e) $(\forall x \in \mathbb{N}; x + 2 \leq 7) \wedge (\exists x \in \mathbb{N}; x^2 - 1 = 3)$
 (c) $(\exists x \in A; \sim p(x)) \vee (\forall x \in A; \sim q(x))$ (f) $(\exists x \in \mathbb{N}; x^2 = 9) \vee (\forall x \in \mathbb{N}; 2x - 5 \neq 7)$

15. Encontre a proposição equivalente à negação de cada uma das seguintes proposições (escrever em linguagem lógica pode ajudar):

- (a) Todas as cobras são répteis.
 (b) Alguns cavalos são mansos.
 (c) Não há bebê que não seja fofo.
 (d) Algumas pessoas não gostam de matemática.
 (e) Milho é produzido apenas por fazendeiros.
 (f) Alguma criança tem medo de todos os palhaços.
 (g) Algumas fotos são velhas ou estão apagadas.
 (h) Ninguém é perfeito.
 (i) Todas as páginas da internet tem som ou vídeo.
 (j) Alguns fazendeiros produzem apenas milho.
 (k) Se é Novembro, então todos os dias fazem calor.

16. Usando a linguagem lógica e quantificadores adequados, escreva cada frase em português como uma proposição lógica, em que as sentenças abertas são (aqui o domínio é o conjunto de todos os objetos):

- $b(x)$: x é uma bola
- $r(x)$: x é redondo
- $f(x)$: x é uma bola de futebol

- (a) Todas as bolas são redondas.
 (b) Nem todas as bolas são bolas de futebol.
 (c) Todas as bolas de futebol são redondas.
 (d) Algumas bolas não são redondas.
 (e) Algumas bolas são redondas, mas as bolas de futebol não são
 (f) Toda bola redonda é uma bola de futebol.
 (g) Só bolas de futebol são bolas redondas.
 (h) Se as bolas de futebol forem redondas, então todas as bolas serão redondas.

17. Usando a linguagem lógica e quantificadores adequados, escreva cada frase em português como uma proposição lógica, em que as sentenças abertas são (aqui o domínio é o conjunto de todos os seres vivos):

- $a(x) : x$ é um animal
- $u(x) : x$ é um urso
- $f(x) : x$ está faminto
- $\ell(x) : x$ é um lobo

- (a) Ursos são animais.
- (b) Nenhum lobo é um urso.
- (c) Só ursos estão famintos.
- (d) Se os lobos estiverem famintos, os ursos também estarão.
- (e) Alguns animais são ursos famintos.
- (f) Os ursos estão famintos, mas alguns lobos não estão.
- (g) Se os lobos e os ursos estiverem famintos, então todos os animais também estarão.
- (h) Alguns lobos estão famintos, mas nem todos os animais estão famintos.

18. Determine a validade das seguintes equivalências lógicas por meio do Raciocínio Dedutivo.

- (a) $(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \iff p$
- (b) $\sim (p \wedge q \wedge r) \iff \sim p \vee \sim q \vee \sim r$
- (c) $(p \wedge \sim q) \rightarrow c \iff p \rightarrow q$
- (d) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \iff p \vee q \rightarrow r$
- (e) $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \iff p \rightarrow q \vee r$

19. Determine a validade dos seguintes argumentos dedutivos utilizando equivalências e inferências lógicas.

- (a) $q \wedge [(q \wedge r) \rightarrow \sim p] \wedge (q \rightarrow r) \implies \sim p$
- (b) $[p \rightarrow (q \vee r)] \wedge (\sim q) \wedge (\sim r) \implies \sim p$
- (c) $(\sim p) \wedge q \wedge [q \rightarrow (p \vee r)] \implies r$
- (d) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim r) \wedge r \implies \sim p$
- (e) $[p \rightarrow (q \vee r)] \wedge \sim r \implies (p \rightarrow q)$

20. Determine qual a regra de inferência que está sendo usada em cada um dos argumentos abaixo:

- (a) Se Marina for a autora, então o livro será de ficção. Mas o livro não é de ficção. Portanto, Marina não é a autora.
- (b) Se a firma falir, então os seus ativos terão que ser confiscados. A firma faliu. Segue que todos os seus ativos têm que ser confiscados.
- (c) O cachorro tem um pelo sedoso e adora latir. Portanto, o cachorro adora latir.
- (d) Se Paulo for um bom nadador, então ele será um bom corredor. Se Paulo for um bom corredor, então ele será um bom ciclista. Portanto, se Paulo for um bom nadador, então ele será um bom ciclista.
- (e) O programa é eficiente ou tem um *bug*. O programa não é eficiente. Portanto o programa tem um *bug*.

21. Escreva os argumentos abaixo utilizando notação lógica. Depois, mostre que o argumento é válido utilizando regras de equivalência e inferência.

- (a) Se Jane for mais popular, ela será eleita. Se Jane for mais popular, então Carlos renunciará. Portanto, se Jane for mais popular, ela será eleita e Carlos renunciará.

Exemplo: p: Jane é mais popular; q: Jane será eleita; r: Carlos renunciará.

$$“(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow (q \wedge r))”$$

$$\begin{aligned} (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) &\iff \sim (p \wedge \sim q) \wedge \sim (p \wedge \sim r) && \text{(Condicional)} \\ &\iff \sim ((p \wedge \sim q) \vee (p \wedge \sim r)) && \text{(De Morgan)} \\ &\iff \sim (p \wedge (\sim q \vee \sim r)) && \text{(Distributiva)} \\ &\iff \sim (p \wedge \sim (q \wedge r)) && \text{(De Morgan)} \\ &\iff p \rightarrow (q \wedge r) && \text{(Condicional)} \\ &\implies p \rightarrow (q \wedge r). && (A \implies A) \end{aligned}$$

- (b) Se houver frango no cardápio, não peça peixe, mas você deve pedir peixe ou salada. Logo, se houver frango no cardápio, peça salada.
- (c) A colheita é boa, mas não há água suficiente. Se houver muita chuva ou se não houver muito sol, então haverá água suficiente. Portanto, a colheita é boa e há muito sol.
- (d) Se o anúncio for bom, o volume de vendas aumentará. O anúncio é bom ou a loja vai fechar. O volume de vendas não vai aumentar. Portanto, a loja vai fechar.
- (e) Se José tivesse levado as joias, ou se a Sra. Krasov tivesse mentido, então um crime teria sido cometido. O Sr. Krasov não estava na cidade. Se um crime tivesse sido cometido, então o Sr. Krasov estaria na cidade. Portanto, José não levou as joias.
- (f) Se os pássaros estivessem migrando para o sul e as folhas estivessem mudando de cor, então estaríamos no outono. O outono traz tempo frio. As folhas estão mudando de cor, mas o tempo não está frio. Logo os pássaros não estão migrando para o sul.