

Lista 5

☆ Funções

1. Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = |2x + 1|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , e classifique as afirmações abaixo em verdadeiras (V) ou falsas (F), justificando suas respostas:

- ① A função  $f$  é sobrejetora.
- ② A função  $f$  é injetora.
- ③ A imagem direta do conjunto  $(0, \infty)$  por  $f$  é o conjunto  $(1, \infty)$ .
- ④ Se

$$g: \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \rightarrow [0, \infty)$$

é a restrição de  $f$  ao intervalo  $I = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$  então  $g$  é uma função bijetora.

- ⑤ A inversa da função  $g$  do item anterior é dada por  $g^{-1}(y) = \frac{y-1}{2}$ ,  $y \in [0, \infty)$ .
- ⑥  $f^{-1}(\mathbb{Z}) = \left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{m}{2} \text{ para algum } m \in \mathbb{Z}\right\}$
- ⑦  $f(\mathbb{Z}) = \{k \in \mathbb{N} : k \text{ é ímpar}\}$

2. Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow (-1, \infty)$  dada por  $f(x) = x^2 - 1$ .

- ① Mostre que  $f$  é sobrejetora.
- ② Construa uma inversa à direita para  $f$ .

3. Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .

- ① Determine a imagem de  $f$ .
- ② Construa uma inversa à direita para  $f$ .
- ③  $f$  é injetora?
- ④ Determine  $f^{-1}(\{x \in \mathbb{R} : x < 3\})$

4. Mostre que  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x^3 + 2$  é uma função bijetora e determine sua inversa.

5. Mostre que  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x^3 + x$  é injetora.