UFPR - Universidade Federal do Paraná
Departamento de Matemática
CM314 - Cálculo IV - Engenharia Civil - 2026/2
Prof. José Carlos Eidam

Lista 2

✫ Equações diferenciais de primeira ordem

1. Determine as soluções das equações diferenciais de 1a. ordem abaixo:

   (1) $y' = y^2$

   (2) $xy' = y$

   (3) $yy' = x$

   (4) $y' = (1-y)(2-y)$

   (5) $(x+3y) - x\dfrac{dy}{dx} = 0$

   (6) $y' = 2y + e^x$

2. Determine as soluções das equações abaixo com condições iniciais dadas:

   (1) $y' = x + y,\ y(0) = 1$

   (2) $(\cos t)x' - (\operatorname{sen} t)x = 1,\ x(2\pi) = \pi$

   (3) $y' = x(1+y),\ y(0) = -1$

3. Resolva as equações diferenciais:

   (1) $y' = e^{x-2y}$

   (2) $x^2y^2\dfrac{dy}{dx} = 1 + x^2$

   (3) $y'\operatorname{sen} x + y\cos x = 1$

   (4) $y' = x^3 - 2xy$

   (5) $(1-xy) + (xy - x^2)\dfrac{dy}{dx} = 0$

   (6) $xy' = y + \sqrt{x^2+y^2}$

   (7) $\dfrac{dr}{d\theta} = \sec^2\theta \sec^3 r$

   (8) $3t^2x' = 2x(x-3)$

   (9) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + \cos^2\left(\dfrac{y}{x}\right)$

   (10) $(1-xy)y' = y^2$

   (11) $\left(3x^2\operatorname{tg} y - \dfrac{2y^3}{x^3}\right) + \left(x^3\sec^2 y + 4y^3 + \dfrac{3y^2}{x^2}\right)y' = 0$

   (12) $xy' = \sqrt{x^2+y^2},\ x > 0$

   (13) $y' = \dfrac{x+2y}{x}$

   (14) $y' = \dfrac{y^2 - 2xy}{x^2}$

   (15) $y' = \dfrac{y^2}{xy + y^2}$

   (16) $y' = y\ln x$

   (17) $y' = x - y$

   (18) $(1+t^2)y' + ty + (1+t^2)^{5/2} = 0$

4. Resolva as seguintes equações de Bernoulli:

(1) $y(6x^2y^2 - x + 1) + 2xy' = 0$

(2) $y' = y + e^{-3x}y^4$

(3) $2x^3y' = y(y^2 + 3x^2)$

(4) $x^3y' = 2y(\sqrt[3]{y} + 3x^2)$

(5) $y' = 5y - \dfrac{4x}{y}$

(6) $y' = y - y^3$

(7) $x^2y' + 2xy - y^3 = 0$

(8) $y' = y - y^2$

5. Resolva as equações:

(1) $(x + y)dx + x\,dy = 0$

(2) $(x + 2y)dx + (2x + 1)dy = 0$

(3) $\cos\,x\,dy = (1 - y - \operatorname{sen} x)dx$

(4) $y(x^2 + y^2)dx + x(3x^2 - 5y^2)dy = 0$

(5) $(x^2 + y^2)dx + (x^3 + 3xy^2 + 2xy)dy = 0$

(6) $dx + \cos y dy = 0$

(7) $(y - x^3)dx + (y^3 + x)dy = 0$

(8) $(3x^2 + y)dx + (x + 4)dy = 0$

(9) $(xe^y + y - x^2)dy = (2xy - e^y - x)dx$

(10) $y' = \dfrac{3x^2 - y}{x - 3y^2}$

(11) $(2x + \operatorname{sen} y)dx + x\cos y dy = 0$

(12) $(3y^2 - x^2 + 1)dx + 2xy = 0$

(13) $(xy^2 + 2)dx + 3x^2y = 0$

(14) $(2x + 3y)dx + x^3dy = 0$

(15) $e^{x+y^2}dx + 2ye^{x+y^2}dy = 0$

6. Fatores integrantes:

(a) Determine todas as funções f que tornam exata a equação diferencial

$$(y^2 \operatorname{sen} x)dx + yf(x)dy = 0\,.$$

(b) A equação $g(x)dy + (y + x)dx = 0$ tem $h(x) = x$ como fator integrante. Determine todas as possíveis funções g.

(c) A equação $e^x \sec y - \operatorname{tg} y + y' = 0$ tem um fator integrante da forma $f(x, y) = e^{ax}\cos y$. Determine a e resolva a equação.

(d) Determine um fator integrante da forma $h(x, y) = x^n y^m$ para a equação

$$y(y^2 + 1)dx + x(y^2 - 1)\ln x dy = 0$$

e resolva-a.

(e) Determine um fator integrante da forma $\mu = \mu(x + y^2)$ para a equação

$$(3x + 2y + y^2)dx + (x + 4xy + 5y^2)dy = 0\,.$$

(f) Determine um fator integrante da forma $\mu = \mu(x^2 + y^2)$ para a equação

$$xdx + ydy + x(xdy - ydx) = 0\,.$$

7. Determine uma função $y = f(x)$ definida em um intervalo I, cujo gráfico passe pelo ponto $(0, 5/4)$ e tal que para todo $t > 0$, $t \in I$, o comprimento do gráfico de $y = f(x)$, $0 \le x \le t$, seja igual à área do conjunto $0 \le y \le f(x)$, $0 \le x \le t$.

☆ Equações diferenciais lineares de segunda ordem (com coeficientes constantes)

8. Resolva as equações diferenciais abaixo:

(1) $y'' + 2y' + y = 0$

(2) $y'' - 4y' + 4y = 0$

(3) $y''' - y'' + y' - y = 0$

(4) $2y'' - 4y' - 8y = 0$

(5) $y'' - 9y' + 20y = 0$

(6) $2y'' + 2y' + 3y = 0$

(7) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$

(8) $y^{(iv)} + y = 0$

(9) $y^{(v)} + 2y''' + y' = 0$

(10) $y'' - 2y' + 2y = 0$

(11) $y'' + 4y = 0$

(12) $y'' + 4y' + 5y = 0$