

1. (1,5) Considere o conjunto $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \|(x, y) - (1, 2)\| = 1\}$. Pede-se:
 - (a) Represente geometricamente o conjunto X .
 - (b) Determine $\text{int}(X)$, o interior de X . O conjunto X é aberto? Justifique sua resposta.
 - (c) Determine ∂X , a fronteira do conjunto X . O conjunto X é fechado? Justifique sua resposta.
2. (2,0) Considere $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $\|\vec{F}(t)\| = 2$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Pede-se:
 - (a) Mostre que $\vec{F}(t) \cdot \frac{d\vec{F}}{dt}(t) = 0$, para todo $t \in \mathbb{R}$.
 - (b) Faça uma figura elucidativa do resultado do item anterior, indicando a imagem da trajetória $\vec{F}$ e os vetores $\vec{F}(\bar{t})$ e $\frac{d\vec{F}}{dt}(\bar{t})$, para algum $\bar{t} \in \mathbb{R}$.
3. (1,5) Considere a função definida por $f(x, y) = \frac{y}{x^2 - 4}$. Pede-se:
 - (a) Determine o domínio e a imagem de f .
 - (b) Esboce as curvas de nível 0, 1 e $-1/2$ de f .
4. (1,5) Calcule os limites, caso existam. Justifique sua resposta.
 - (a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy^2}{x^2 + 4y^2}$
 - (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy}{x^2 + 4y^2}$
5. (2,0) Prove pela definição de limite que $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x - 3y + 5) = 5$
6. (1,5) Seja $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \neq 2\}$. Determine as derivadas parciais de $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = 3 \cos(xy^2 + 1) + \frac{x^3}{y - 2}$$

Tipo II

1. (1,5) Considere o conjunto $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \|(x, y) - (3, 1)\| = 1\}$. Pede-se:
 - (a) Represente geometricamente o conjunto X .
 - (b) Determine $\text{int}(X)$, o interior de X . O conjunto X é aberto? Justifique sua resposta.
 - (c) Determine ∂X , a fronteira do conjunto X . O conjunto X é fechado? Justifique sua resposta.
2. (2,0) Considere $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $\|\vec{F}(t)\| = 3$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Pede-se:
 - (a) Mostre que $\vec{F}(t) \cdot \frac{d\vec{F}}{dt}(t) = 0$, para todo $t \in \mathbb{R}$.
 - (b) Faça uma figura elucidativa do resultado do item anterior, indicando a imagem da trajetória $\vec{F}$ e os vetores $\vec{F}(\bar{t})$ e $\frac{d\vec{F}}{dt}(\bar{t})$, para algum $\bar{t} \in \mathbb{R}$.

3. (1,5) Considere a função definida por $f(x, y) = \frac{y}{x-4}$. Pede-se:

(a) Determine o domínio e a imagem de f .

(b) Esboce as curvas de nível 0, 1 e $-1/2$ de f .

4. (1,5) Calcule os limites, caso existam. Justifique sua resposta.

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3xy}{x^2 + 3y^2}$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3xy^2}{x^2 + 3y^2}$

5. (2,0) Prove pela definição de limite que $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (2x - y - 3) = -3$

6. (1,5) Seja $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \neq 2\}$. Determine as derivadas parciais de $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = 5 \cos(x^3 y + 1) + \frac{y^4}{x-2}$$