2ª Avaliação de Cálculo II **15/05/2015**

1. Determine a equação do plano tangente à superfície
$$xy^2z^3 = 12$$
no ponto $(3, -2, 1)$.

2. Seja $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável com $h'(1) = 4$. Considere $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = h\left(\dfrac{x}{2y}\right)$. Determine $\nabla f(4, 2)$.

3. Considere $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(t^2, 2t) = t^3 - 3t$. Mostre que
$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = -\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2).$$

4. Considere $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função de classe $\mathcal{C}^1$ e $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ uma curva diferenciável cuja imagem está contida na curva de nível $f(x, y) = 1$. Pede-se:
   (a) Mostre que $\nabla f(\gamma(t)).\gamma'(t) = 0$.
   (b) Faça uma figura elucidativa com a interpretação geométrica do resultado do item anterior.

5. Seja $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável em $x_0 \in \mathbb{R}^n$, com $\nabla f(x_0) \neq \vec{0}$. Mostre que o valor máximo de $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{u}}(x_0)$ ocorre quando $\vec{u}$ é o versor do gradiente no ponto x_0.

6. Utilizando a definição de diferenciabilidade, prove que $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x, y) = x^2y$$
é diferenciável em todo ponto $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.