3ª Avaliação de Cálculo II **19/06/2015**

1. Verifique se existe função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tal que, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $\nabla f(x, y) = F(x, y)$. Em caso afirmativo, exiba f. Caso contrário, justifique sua resposta.

   (a) $F(x, y) = (4xy^3 - 2x, 3x^2y^2 + 2y - 1)$.

   (b) $F(x, y) = (9x^2y^2 - \cos x, 6x^3y + 3y^2 - 7)$.

2. Determine o polinômio de Taylor p_2 de segunda ordem de f, em torno da origem da função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = 1 + x\cos y + y \operatorname{sen} x.$$

3. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 2$. Pede-se:

   (a) Determine os pontos críticos de f.

   (b) Classifique os pontos críticos em minimizadores, maximizadores locais ou pontos de sela.

4. Considere a função $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x, y, z) = \operatorname{sen}(3x^2 + 5z^2) + 7y$ e o conjunto $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \|(x, y, z)\| \leq 1\}$. Pergunta-se:

   (a) A função f tem minimizador global em $\mathbb{R}^3$? Justifique sua resposta.

   (b) A função f tem minimizador global em B? Justifique sua resposta.

5. Deseja-se construir uma caixa, sem tampa, com $16\,m^3$ de volume e com a forma de um paralelepípedo retângulo. O material a ser utilizado na confecção das **laterais é o dobro** do que será utilizado no fundo. Determine as dimensões da caixa que minimizam o custo do material.