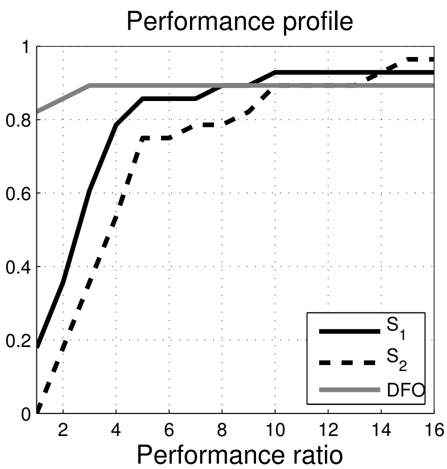
PPGM - Otimização I - Terceira avaliação - 12/06/2018

1. Com base no gráfico abaixo de perfil de desempenho referente ao tempo de CPU de 3 estratégias ($\mathtt{S}_1$, $\mathtt{S}_2$ e DFO) para resolver 100 problemas, pede-se:

   (a) Ordenação decrescente das estratégias em relação à eficiência.

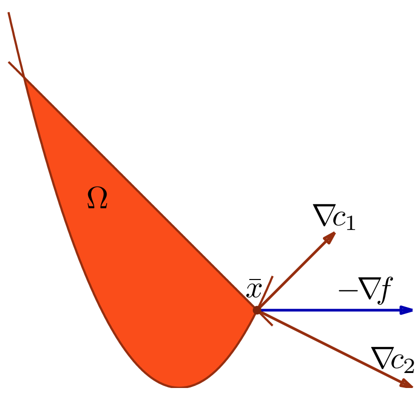
   (b) Ordenação decrescente das estratégias em relação à robustez.

   (c) Número aproximado de problemas resolvidos por cada uma das 3 estratégias permitindo utilizar até 8 vezes o menor tempo de CPU entre as estratégias.

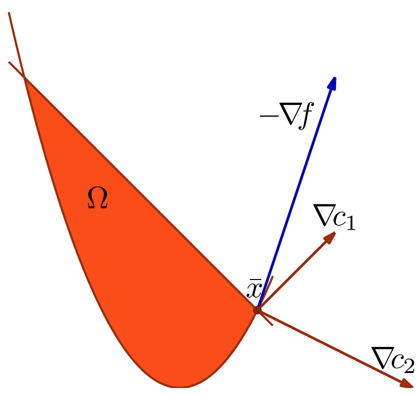


2. Em cada figura, classifique o ponto $\bar{x}$ em maximizador, minimizador ou nenhum dos dois casos. Se for minimizador, faça uma representação geométrica dos multiplicadores de Lagrange.

(a)



(b)



3. Considere $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Determine o cone polar de $C = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq 0\}$. Faça uma figura elucidativa.

4. Considere o problema

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & x_1 \\ \text{sujeito a} & (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 1 \\ & (x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2 \leq 1. \end{array}$$

   Pede-se:

   (a) Resolva o problema graficamente.

   (b) Verifique se existem os multiplicadores de Lagrange associados à solução do problema.

   (c) Isto contradiz o teorema das condições de KKT?

5. Sejam $f, c_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ funções convexas de classe $\mathcal{C}^1$, para $i \in \mathcal{I}$. Considere o problema de

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(x) \\ \text{sujeito a} & c_{\mathcal{I}}(x) \leq 0. \end{array} \tag{1}$$

   Prove que se $\bar{x}$ satisfaz as condições de Karush-Kuhn-Tucker, então $\bar{x}$ é minimizador global do problema (1).

6. Considere o problema

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & \frac{1}{2} x^T B x + c^T x \\ \text{sujeito a} & Ax = b, \end{array}$$

   onde $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz simétrica, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $c \in \mathbb{R}^n$ e $b \in \mathbb{R}^m$. Suponha que x^* é um minimizador local deste problema. Pede-se:

   (a) Prove que x^* satisfaz a condição necessária de segunda ordem, que neste caso significa que,

$$d^T B d \geq 0, \qquad \text{para todo} \qquad d \in \mathcal{N}(A).$$

   (b) Prove que x^* é um minimizador global.