

Lista de Exercícios sobre reta, plano e distâncias - Geometria Analítica

1. Considere o ponto $A = (1, 1, 2)$ e o plano $\pi : x + 2y - 2z - 4 = 0$.
 - (a) Encontre as equações paramétricas da reta que passa por A e é perpendicular ao plano π .
 - (b) Determine o ponto de interseção desta reta com o plano.
 - (c) Calcule a distância do ponto A ao plano π .
2. Determine a projeção ortogonal da reta $r : x + 1 = y + 2 = 3z - 3$ sobre o plano $\pi : x - y + 2z = 0$.
3. Em que consiste o conjunto de todos os pontos do espaço equidistantes de $A = (1, 0, 2)$ e $B = (1, 4, 0)$? Determine a equação geral deste conjunto.
4. Sejam $A(1, 2, 5)$ e $B(0, 1, 0)$. Determine o ponto P da reta AB tal que $|\overrightarrow{PB}| = 3|\overrightarrow{PA}|$.
5. Sejam $A(0, 2, 1)$ e $r : X = (0, 2, -2) + \lambda(1, -1, 2)$. Obtenha os pontos de r que distam $\sqrt{3}$ de A . Em seguida, verifique se a distância do ponto A à reta r é maior, menor ou igual a $\sqrt{3}$ e justifique sua resposta.
6. Sejam $A(1, 1, 1)$, $B(0, 0, 1)$ e $r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 1)$. Determine os pontos de r equidistantes de A e B .
7. Obtenha uma equação vetorial da reta r que contém $A(0, 0, 3)$, dista 3 de $0y$ e está contida em $\pi : x + z = 3$.
8. Dentre os planos que distam 2 de $\pi : x - y + z = 0$, qual é o que está mais próximo de $P(2, 1, 1)$?
9. Encontre os pontos da reta $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}$ distantes 2 unidades do ponto $A = (2, 1, 5)$.
10. Obtenha uma equação geral do plano que contém a reta $r : x = -y = 1 - z$, equidista de $A(1, 0, 0)$ e $B(0, 1, 0)$, e separa A e B .
11. Determine a medida angular entre a reta r e o plano π , em que:
$$r : P = (1, 0, 0) + t(1, 1, -2) \quad \text{e} \quad \pi : x + y - z - 1 = 0.$$
12. Obtenha uma equação vetorial da reta que contém o ponto $P(0, 2, 1)$ e forma ângulos congruentes com as retas $r : X = (0, 0, 0) + \lambda(1, 2, 2)$, $s : X = (1, 2, 3) + \lambda(0, 3, 0)$ e $t : X = (1, 2, 0) + \lambda(0, 0, 3)$.
13. A diagonal BD de um quadrado está contida em $r : x - 1 = y - z = 0$. Sendo O um dos vértices, determine os outros três.
14. O paralelogramo $ABCD$ tem os lados AB e CD paralelos à reta $r : P = (0, 0, 0) + t(3, 4, 5)$ e os outros dois lados paralelos a $\pi : x + y + 3z = 0$. Sabendo-se que $A(0, 0, 0)$ e $D(1, 1, 1)$, determine B e C .

15. Em relação a um sistema ortogonal de coordenadas, sejam

$$r : P = (1, 1, 2) + \lambda(0, 1, 1) \quad s : x + 2 = y + z = z + 1 \quad t : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ x - 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

Mostre que existe um único ponto comum a essas três retas e calcule o volume do tetraedro determinado por elas e pelo plano $\pi : x + y - 3z = 0$.

16. Os vértices de um tetraedro são $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ e $C(0, 0, 3)$. Obtenha uma equação geral do plano que dista $3/7$ da face ABC e intercepta o tetraedro.
17. O triângulo ABC é retângulo em B e está contido em $\pi_1 : x + y + z = 1$. O cateto BC está contido em $\pi_2 : x - 2y - 2z = 0$ e a hipotenusa mede $2\sqrt{6}/3$, sendo $A(0, 1, 0)$, determine B e C .
18. As retas r, s e t determinam, com o plano π , um tetraedro. Calcule a altura relativa à face situada em π , sendo

$$\pi : x + y - z + 1 = 0, \quad r : x = y = z + 1, \quad s : x - y = z + 1 = 0, \quad t : x - y - z = 1 + x = 1.$$