

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
COLÉGIO ESTADUAL HILDEBRANDO DE ARAÚJO
CNPQ – PROCESSO 442132/2018-2**

**DAYANE STEFANE DE VARGAS BUENO
LARISSA BRAGA DE FREITAS CUNHA
LETÍCIA DE JESUS SAMPAIO**

**CURSO PREPARATÓRIO PARA VESTIBULARES DE UNIVERSIDADES PÚBLICAS /
GEOMETRIZANDO**

Relatório Final do Trabalho associado ao projeto Meninas na Matemática: procuram-se Arletes e desenvolvido no período de Março/2019 a Fevereiro/2020, sob a orientação do Prof CARLOS CESAR DE CARVALHO COVO e supervisão da Profa Dra XIMENA MUJICA SERDIO.

CURITIBA

2020

Sumário

1 Resumo.....	03
2 Introdução.....	03
3 Primeiro semestre.....	03
4 Segundo semestre.....	04
4.1 Perímetro e área de regiões escolhidas no Google Maps.....	04
4.2 Volume de edifícios do Google Maps através do GeoGebra e representação em RA...06	
5 Eventos ocorridos durante o curso.....	07
Conclusão.....	08
Referências Bibliográficas.....	08
Anexo 1.....	10
Anexo 2.....	15
Anexo 3.....	18
Anexo 4.....	21
Anexo 5.....	25

1 RESUMO

O curso teve como objetivos: preparar as alunas para as provas de seleção para o ingresso em universidades públicas, motivá-las a estudar matemática e desenvolver estratégias para resolução de problemas. No primeiro semestre do projeto foram estudadas questões de vestibulares organizadas por listas de exercícios com conteúdos específicos, visando a discussão e apresentação das resoluções das questões pelas alunas nos encontros presenciais (anexos 1, 2, 3 e 4). No segundo semestre foram abordados os conteúdos de geometria plana e espacial, através da oficina “Geometrizando”, que consiste em uma modelagem geométrica para estimar comprimentos, áreas e volumes em regiões e edifícios encontrados no “Google Maps”, utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra e outros recursos tecnológicos (anexo 5).

2 INTRODUÇÃO

As atividades desenvolvidas durante o curso foram divididas em duas partes: a primeira parte, mais teórica, desenvolvida no 1º semestre do curso, contemplou questões múltipla escolha com o foco na resolução de problemas. A segunda parte, mais prática, desenvolvida no segundo semestre do curso, contemplou a modelagem geométrica, dando ênfase a investigação matemática através do uso de ferramentas computacionais.

3 PRIMEIRO SEMESTRE

A primeira parte do projeto teve como objetivo trabalhar conteúdos de matemática estudados no ensino fundamental e médio, em uma dificuldade acima do que normalmente se trabalha em uma sala de aula convencional, focando o trabalho na resolução de problemas. As atividades foram organizadas em listas de exercícios, em um total de 4 listas, organizadas por conteúdos específicos que foram discutidos e os exercícios resolvidos em conjunto com as alunas do projeto. Cada lista de exercícios foi trabalhada durante duas semanas, em dois encontros presenciais, nas quartas-feiras, no horário das 13 h às 15 h.

A primeira lista contém questões múltipla escolha sobre matemática básica, estudada no ensino fundamental. Trata-se de problemas envolvendo porcentagens, razões e proporções, e problemas diversos com frações. Para a resolução das questões necessitam-se como requisitos: as 4 operações básicas, operações com frações, porcentagem, grandezas proporcionais, sequências, números racionais, etc. Consideradas as questões com menos pré-requisitos para resolução nas diversas provas onde são encontradas (mais fáceis). Porém são questões que requerem um raciocínio lógico aprimorado, uma contextualização comumente não aplicada no ensino fundamental, uma abstração matemática que só é desenvolvida na prática (anexo 1).

A segunda lista de exercícios apresenta questões relacionadas com funções afins. Essas questões utilizam, em geral, como resoluções: a determinação do zero da função, do coeficiente linear ou taxa de variação, da lei de formação de uma função afim, de um ponto de interseção de retas, e de coordenadas de um ponto da reta determinada por uma função

afim. Para resolver as questões envolvendo funções afins foram requeridas, em geral, a resolução de equações polinomiais do 1º grau ou de sistemas de equações polinomiais do 1º grau com duas equações e duas incógnitas (anexo 2).

A terceira lista de exercícios apresenta questões envolvendo funções quadráticas. Em geral, requerem como resoluções: a determinação das raízes da função quadrática, das coordenadas do vértice da parábola determinada por uma função quadrática, da lei de formação ou dos coeficientes da lei de formação de uma função quadrática. Para resolver as questões envolvendo funções quadráticas o requisito básico, em geral, foi a resolução de equações polinomiais do 2º grau e, em alguns casos, sistemas de equações polinomiais do 1º grau com três equações e três incógnitas (coeficientes) (anexo 3).

A quarta lista de exercícios apresenta questões envolvendo equações e funções exponenciais. São resolvidas, em geral, através da resolução de equações exponenciais utilizando propriedades da potenciação e radiciação. Em algumas questões é necessário também a resolução de um sistema de equações não lineares. Durante a resolução da quarta lista de exercícios foi preciso fazer algumas intervenções, para rever conteúdos tidos como requisitos básicos, como as propriedades da potenciação e radiciação (anexo 4).

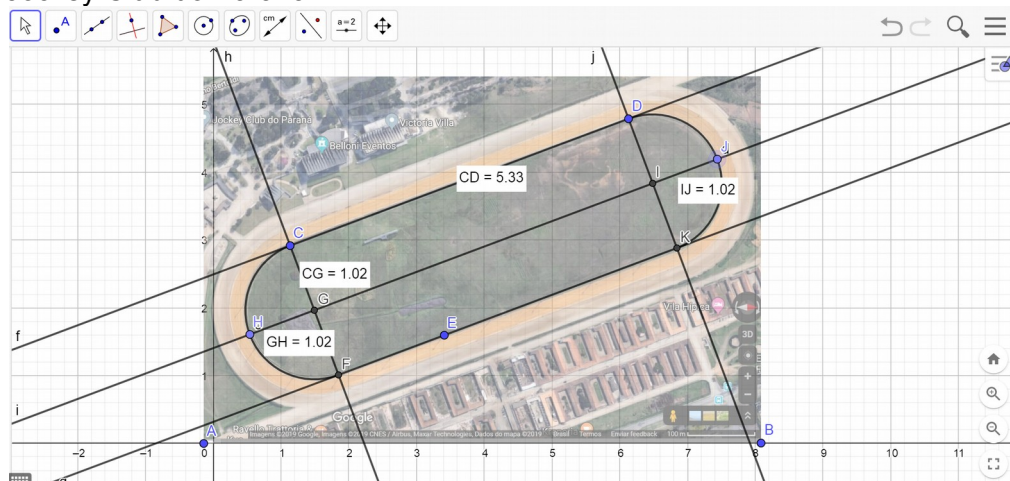
4 SEGUNDO SEMESTRE

Com o objetivo de estimular o interesse e a participação das alunas, teve-se o foco do projeto alterado no segundo semestre. No lugar de trabalhar somente com questões de concurso, escolheu-se trabalhar com modelagem geométrica, procurando tornar o estudo da geometria em algo prático e interessante, usando ferramentas computacionais como: o GeoGebra, Google maps, Google Earth, planilha eletrônica, Blender 3D, e aplicativos de realidade aumentada. Dentre as diversas atividades desenvolvidas no segundo semestre, destacam-se:

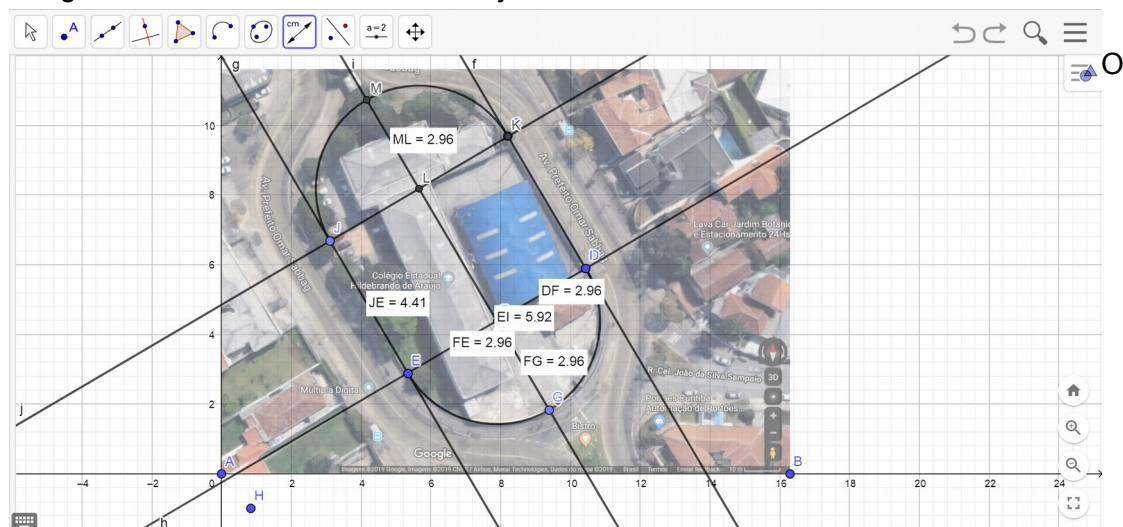
4.1 CÁLCULO DE PERÍMETRO E ÁREA DE REGIÕES ESCOLHIDAS NO GOOGLE MAPS

Foi solicitado que as alunas procurassem locais no Google Maps que tivessem formas geométricas bem definidas, como polígonos regulares, formas circulares e composições de figuras planas que tivessem algum padrão na forma. Posteriormente foi feita a inserção dessas imagens do Google Maps no GeoGebra, ajustando a escala com a dos eixos do plano cartesiano. Utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra para delimitar as regiões de interesse para obter as medidas necessárias e efetuar os cálculos de área, perímetro e outras medidas de interesse. Seguem alguns exemplos de figuras capturadas no Google Maps e inseridas no GeoGebra:

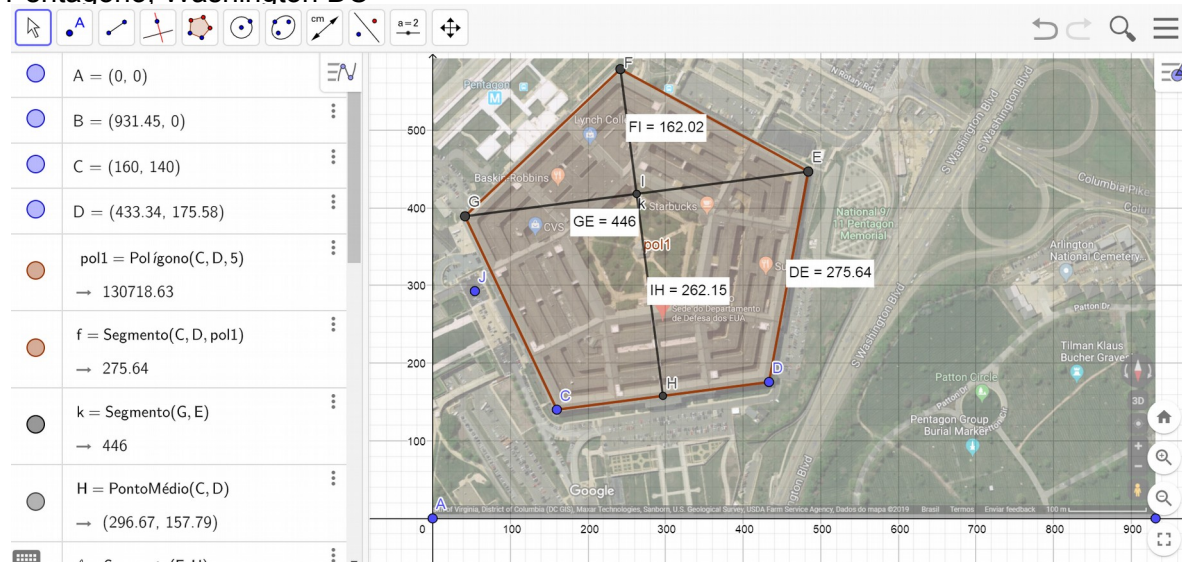
Jockey Club do Paraná



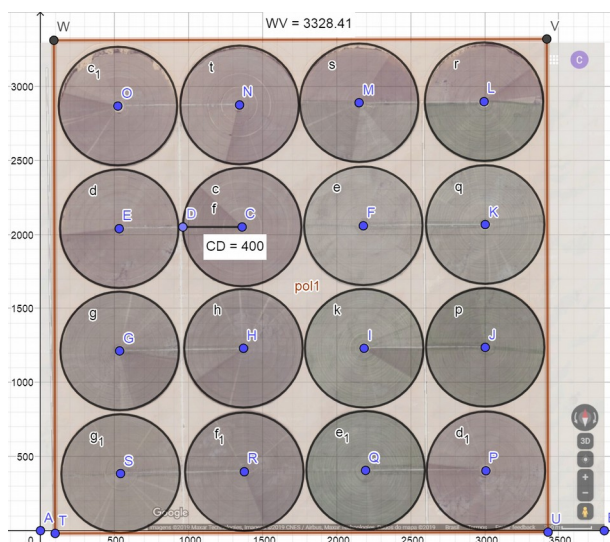
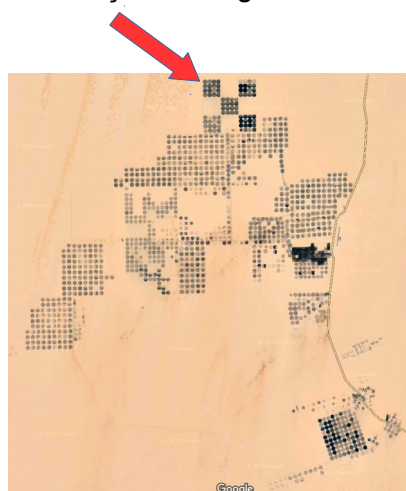
Colégio Estadual Hildebrando de Araújo



Pentágono, Washington DC



Plantações no Egito

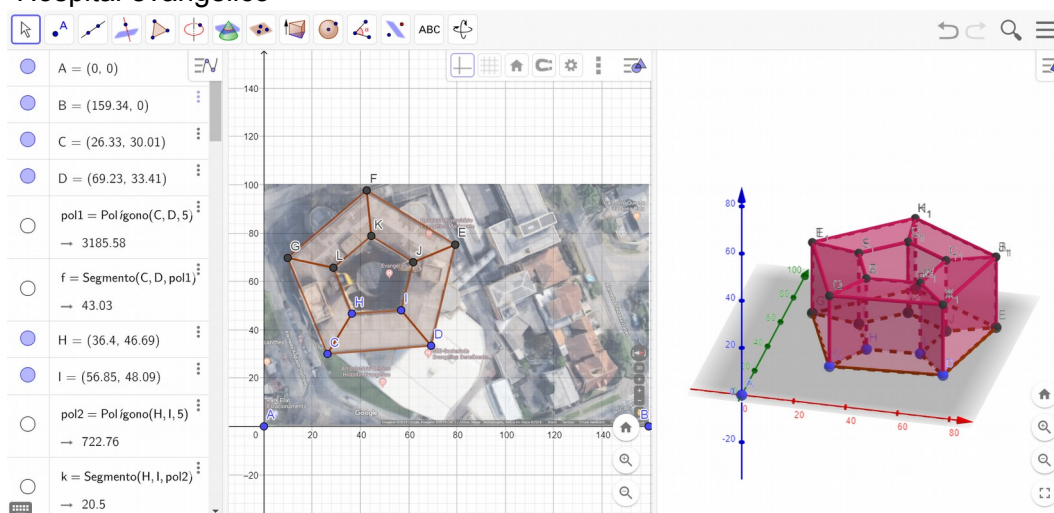


Os conteúdos trabalhados foram cálculo de área e perímetro de figuras planas poligonais e composições geométricas circulares, entre outras medidas de interesse, utilizando-se de aplicações da geometria plana e analítica.

4.2 CÁLCULO DE VOLUME DE EDIFÍCIOS DO GOOGLE MAPS ATRAVÉS DO GEOGEBRA E REPRESENTAÇÕES EM REALIDADE AUMENTADA

Para o estudo de geometria espacial, em especial para o estudo do volume de prismas e composições geométricas, foi utilizada a modelagem geométrica para a reconstrução, em ambiente virtual, de edificações escolhidas no Google Maps. Posteriormente, utilizando o software de realidade aumentada “Calculadora Gráfica GeoGebra 3D” no Smartphone, foram feitas as projeções em realidade aumentada das construções geométricas em uma superfície plana. Segue abaixo um exemplo:

Hospital evangélico



Como resultado das atividades desenvolvidas no 2º semestre do projeto Meninas na Matemática pelo colégio Hildebrando de Araújo, teve-se a elaboração de uma oficina intitulada “Geometrizando”, que consiste em um tutorial para a aplicação da referida modelagem geométrica. Essa oficina foi apresentada ao público no evento “Meninas nas exatas: por elas para todos” no dia 11 de fevereiro de 2020, Dia Internacional das Mulheres e Meninas na Ciência, promovido pelo Setor de Ciências Exatas da UFPR (anexo 5).

5 EVENTOS OCORRIDOS DURANTE O CURSO

Além das atividades semanais ocorridas durante o curso, teve significativa importância também para o projeto a participação das alunas nos seguintes eventos oferecidos pela Universidade Federal do Paraná (UFPR) e instituições associadas, a saber:

- Participaram do evento “UM DIA NA MATEMÁTICA”, promovido pelo PET Matemática e com o apoio do Departamento e da Coordenação do Curso de Matemática da UFPR. Realizado no dia 05/06/2019 no centro politécnico da UFPR.
- Prepararam uma apresentação para o Seminário de Acompanhamento do Projeto Meninas na Matemática, no dia 15/07/19, ocorrido no centro politécnico da UFPR.
- Participaram do “XV BRINCANDO DE MATEMÁTICO”, ocorrido entre os dias 16 e 19 de julho de 2019 no Centro Politécnico. Sendo as atividades promovidas pelos acadêmicos do PET (Programa de Educação Tutorial) Matemática da UFPR.
- Participaram de dois eventos científicos no Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), o “I ENCONTRO BRASILEIRO DE MULHERES MATEMÁTICAS (I EBMM)” e o “32º COLÓQUIO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA”. As atividades aconteceram de 27 a 31 de julho de 2019, no Rio de Janeiro.
- Participaram do evento “MATEMATICATIVA”, sob coordenação das professoras do departamento de matemática da UFPR: Dra Paula Rogeria Lima Couto e Dra Ximena Mujica. Evento realizado no Colégio Estadual Hildebrando de Araújo, no dia 25/09/2019, nos períodos matutino e noturno.

- Apresentaram uma oficina e participaram do evento “Meninas nas exatas: por elas para todos” no dia 11 de fevereiro de 2020, Dia Internacional das Mulheres e Meninas na Ciência, promovido pelo Setor de Ciências Exatas da UFPR.

CONCLUSÃO

O curso, como um todo, teve como objetivo trabalhar conteúdos de matemática do ensino fundamental e médio de uma forma normalmente não trabalhada no ensino convencional, tentando suprir as lacunas existentes no aprendizado já obtido dos conteúdos abordados. O objetivo concomitante foi também o de motivar as alunas a se interessarem por matemática, procurando torná-las protagonistas dos conteúdos estudados, e os resultados foram mais significativos quando os conteúdos foram trabalhados através de investigação e modelagem matemáticas. A elaboração da oficina sobre modelagem geométrica e a participação nos eventos oferecidos durante o curso contribuíram para o envolvimento significativo das alunas ao estudo de matemática e demais ciências exatas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Provas de vestibulares da UFPR - Disponível em:

<http://www.nc.ufpr.br/vestant/center_vestant.htm>. Acessado em 12/03/2019.

Provas de vestibulares da UFSC - Disponível em:

<<http://vestibular2019.ufsc.br/provasanteriores/>>. Acessado em 12/03/2019.

Provas de vestibulares da UFRGS - Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/coperse/provas-eservicos/baixar-provas>>. Acessado em 12/03/2019.

Provas de vestibulares da UNICAMP - Disponível em:

<<http://www.comvest.unicamp.br/vestibulares-anteriores/>>. Acessado em 12/03/2019.

A matemática do ensino médio – volume 1 / Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. - 9 ed. Rio de Janeiro: SBM 2006.

A matemática do ensino médio – volume 2 / Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. - 7 ed. Rio de Janeiro: SBM 2016.

A matemática do ensino médio – volume 3 / Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. - 7 ed. Rio de Janeiro: SBM 2016.

Temas e Problemas Elementares / Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. - 12.ed. - Rio de Janeiro: SBM, 2006.

Site “Projeto Medicina” - Disponível em: <<https://projetomedicina.com.br/materias/matematica/>> Acessado em 28/04/2020.

ANEXO 1

Lista 1
Matemática básica

1) UFPR- 2016/2017

67 - Rafaela e Henrique participaram de uma atividade voluntária que consistiu na pintura da fachada de uma instituição de caridade. No final do dia, restaram duas latas de tinta idênticas (de mesmo tamanho e cor). Uma dessas latas estava cheia de tinta até a metade de sua capacidade e a outra estava cheia de tinta até $\frac{3}{4}$ de sua capacidade. Ambos decidiram juntar esse excedente e dividir em duas partes iguais, a serem armazenadas nessas mesmas latas. A fração que representa o volume de tinta em cada uma das latas, em relação à sua capacidade, após essa divisão é:

- a) $\frac{1}{3}$.
- b) $\frac{5}{8}$.
- c) $\frac{5}{6}$.
- d) $\frac{4}{3}$.
- e) $\frac{5}{2}$.

2) UFPR – 2012/2013

47 - De acordo com a Organização Mundial de Saúde, um Índice de Massa Corporal inferior a 18,5 pode indicar que uma pessoa está em risco nutricional. Há, inclusive, um projeto de lei tramitando no Senado Federal, e uma lei já aprovada no Estado de Santa Catarina, proibindo a participação em eventos de modelos que apresentem esse índice inferior a 18,5. O Índice de Massa Corporal de uma pessoa, abreviado por IMC, é calculado através da expressão

$$IMC = \frac{m}{h^2}$$

em que m representa a massa da pessoa, em quilogramas, e h sua altura, em metros. Dessa forma, uma modelo que possua $IMC = 18,5$ e massa corporal de 55,5 kg, tem aproximadamente que altura?

- a) 1,85 m.
- b) 1,81 m.
- c) 1,77 m.
- d) 1,73 m.
- e) 1,69 m.

3) UFPR- 2015/2016

55 - O aplicativo de celular de um aeroporto apresenta o tempo que falta, em minutos, até a decolagem de cada voo. Às 13h37min., Marcelo usou o aplicativo e descobriu que faltavam 217 minutos para a decolagem de seu voo. Supondo que não haja atrasos, a que horas o voo de Marcelo deverá decolar?

- a) 15h54min.
- b) 16h14min.
- c) 16h34min.
- d) 17h14min.
- e) 17h54min.

4) UFPR- 2015/2016

57 - Na seguinte passagem do livro *Alice no País das Maravilhas*, a personagem Alice diminui de tamanho para entrar pela porta de uma casinha, no País das Maravilhas.

“...chegou de repente a um lugar aberto, com uma casinha de cerca de um metro e vinte centímetros de altura... e não se aventurou a chegar perto da casa antes de conseguir se reduzir a vinte e dois centímetros de altura”.

Carrol, L. *Aventuras de Alice no País das Maravilhas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

Suponha que, no mundo real e no País das Maravilhas, a proporção entre as alturas de Alice e da casa sejam as mesmas. Sabendo que a altura real de Alice é de 1,30 m, qual seria a altura aproximada da casa no mundo real?

- a) 3,5 m.
- b) 4,0 m.
- c) 5,5 m.
- d) 7,0 m.
- e) 8,5 m.

5)UFPR- 2014//2015

- 55 - O motivo de uma pessoa ser destra ou canhota é um dos mistérios da ciência. Acredita-se que 11% dos homens e 9% das mulheres são canhotos. Supondo que 48% da população brasileira é constituída de homens, e que essa crença seja verdadeira, que percentual da população brasileira é constituído de canhotos?

a) 9,60 %.
 ► b) 9,96 %.
 c) 10,00 %.
 d) 10,40 %.
 e) 10,56 %.

6)UFPR -2013/2014

- 30 - O artigo 33 da lei brasileira 11343 de 2006, sobre drogas, prevê a pena de reclusão de 5 a 15 anos para qualquer pessoa condenada por tráfico ilícito ou produção não autorizada de drogas. Entretanto, caso o condenado seja réu primário com bons antecedentes, essa pena pode sofrer uma redução de um sexto a dois terços. Se um réu primário com bons antecedentes for condenado pelo artigo 33 da lei brasileira sobre drogas, após o benefício da redução de pena, sua pena poderá variar:

► a) de 1 ano e 8 meses a 12 anos e 6 meses.
 b) de 1 ano e 8 meses a 5 anos.
 c) de 3 anos e 4 meses a 10 anos.
 d) de 4 anos e 2 meses a 5 anos.
 e) de 4 anos e 2 meses a 12 anos e 6 meses.

7)UFPR – 2012/2013

- 48 - Numa pesquisa com 500 pessoas, 50% dos homens entrevistados responderam “sim” a uma determinada pergunta, enquanto 60% das mulheres responderam “sim” à mesma pergunta. Sabendo que, na entrevista, houve 280 respostas “sim” a essa pergunta, quantas mulheres a mais que homens foram entrevistadas?

a) 40.
 b) 70.
 ► c) 100.
 d) 120.
 e) 160.

8) UFRGS – 2019

26. Considere as afirmações sobre números inteiros.

I - Todo número primo é ímpar.

II - Se a é um número múltiplo de 3, então $2a$ é múltiplo de 6.

III- Se a é um número par, então a^2 é um número par.

Quais estão corretas?

(A) Apenas I.
 (B) Apenas II.
 (C) Apenas III.
 (D) Apenas II e III.
 (E) I, II e III.

9)

- 42) (PUC-SP) Em um exame vestibular, 30 % dos candidatos eram da área de Humanas. Dentre esses candidatos, 20% optaram pelo curso de Direito. Do total dos candidatos, qual a porcentagem dos que optaram por Direito

a) 50% b) 20% c) 10% d) 6% e) 5%

10)

43) (PUC-SP) Dentre os inscritos em um concurso público, 60% são homens e 40% são mulheres. Já tem emprego 80% dos homens e 30% das mulheres. Qual a porcentagem dos candidatos que já têm emprego

- a) 60% b) 40% c) 30% d) 24% e) 12%

11)

-(ENEM/2009)

Um comerciante contratou um novo funcionário para cuidar das vendas. Combinou pagar a essa pessoa R\$ 120,00 por semana, desde que as vendas se mantivessem em torno dos R\$ 600,00 semanais e, como um estímulo, também propôs que na semana na qual ele vendesse R\$ 1.200,00, ele receberia R\$ 200,00, em vez de R\$ 120,00.

Ao término da primeira semana, esse novo funcionário conseguiu aumentar as vendas para R\$ 990,00 e foi pedir ao seu patrão um aumento proporcional ao que conseguiu aumentar nas vendas. O patrão concordou e, após fazer algumas contas, pagou ao funcionário a quantia de

- a) R\$ 160,00.
b) R\$ 165,00.
c) R\$ 172,00.
d) R\$ 180,00.
e) R\$ 198,00.

12)

20) (Vunesp-2003) Um advogado, contratado por Marcos, consegue receber 80% de uma causa avaliada em R\$ 200 000,00 e cobra 15% da quantia recebida, a título de honorários. A quantia, em reais, que Marcos receberá, descontada a parte do advogado, será de

- a) 24 000.
b) 30 000.
c) 136 000.
d) 160 000.
e) 184 000.

13)

34) (Unirio-1995) Num grupo de 400 pessoas, 30% são homens e 65% das mulheres têm mais de 20 anos. Quantas mulheres ainda não comemoraram seu 20º aniversário?

- a) 260
b) 182
c) 120
d) 105
e) 98

14)

35) (Unirio-1995) Para comprar um tênis de R\$70,00, Renato deu um cheque pré-datado de 30 dias no valor de R\$74,20. A taxa de juros cobrada foi de:

- a) 0,6% ao mês
b) 4,2% ao mês
c) 6% ao mês
d) 42% ao mês
e) 60% ao mês

15)

79) (UFMG-2003) Um fabricante de papel higiênico reduziu o comprimento dos rolos de 40m para 30m. No entanto o preço dos rolos de papel higiênico, para o consumidor, manteve-se constante. Nesse caso, é CORRETO afirmar que, para o consumidor, o preço do metro de papel higiênico teve um aumento

- a) inferior a 25%
- b) superior ou igual a 30%
- c) igual a 25%
- d) superior a 25% e inferior a 30%

16)

16) (ETEs) Para uma viagem, a capacidade de passageiros de um barco de turismo é equivalente ou a 30 adultos ou a 36 crianças. Se 24 crianças já estão a bordo desse barco, o número máximo de adultos que ainda podem embarcar é de

- a) 6.
- b) 8.
- c) 10.
- d) 12.
- e) 14.

17)

30) (Fuvest) O Sr. Reginaldo tem dois filhos, nascidos respectivamente em 1/1/2000 e 1/1/2004. Em testamento, ele estipulou que sua fortuna deve ser dividida entre os dois filhos, de tal forma que (1) os valores sejam proporcionais às idades; (2) o filho mais novo receba, pelo menos, 75% do valor que o mais velho receber. O primeiro dia no qual o testamento poderá ser cumprido é:

- a) 1/1/2013
- b) 1/1/2014
- c) 1/1/2015
- d) 1/1/2016
- e) 1/1/2017

18)

01.(Fuvest-SP) No alto da torre de uma emissora de televisão, duas luzes "piscam" com frequências diferentes. A primeira "pisca" 15 vezes por minuto e a segunda "pisca" 10 vezes por minuto. Se, num certo instante, as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a "piscar" simultaneamente?

- a. 12
- b. 10
- c. 20
- d. 15
- e. 30

19)

10.(UEL- PR/2010) Três ciclistas percorrem um circuito saindo todos ao mesmo tempo, do mesmo ponto, e com o mesmo sentido.

O primeiro faz o percurso em 40 s, o segundo em 36 s e o terceiro em 30 s.

Com base nessas informações, depois de quanto tempo os três ciclistas se reencontrarão novamente no ponto de partida pela primeira vez, e quantas

voltas terá dado o primeiro, o segundo e o terceiro ciclistas, respectivamente?

- a) 5 minutos, 10 voltas, 11 voltas e 13 voltas.
- b) 6 minutos, 9 voltas, 10 voltas e 12 voltas.
- c) 7 minutos, 10 voltas, 11 voltas e 12 voltas.
- d) 8 minutos, 8 voltas, 9 voltas e 10 voltas.
- e) 9 minutos, 9 voltas, 11 voltas e 12 voltas.

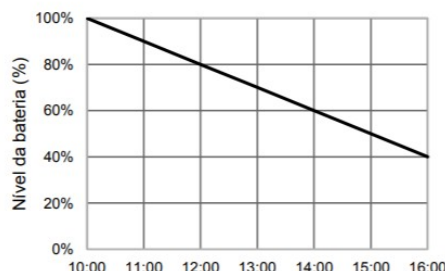
ANEXO 2

Lista 2 - Funções afins

1-UFPR- 2016//2017

68 - O gráfico ao lado representa o consumo de bateria de um celular entre as 10 h e as 16 h de um determinado dia. Supondo que o consumo manteve o mesmo padrão até a bateria se esgotar, a que horas o nível da bateria atingiu 10%?

- a) 18 h.
- b) 19 h.
- c) 20 h.
- d) 21 h.
- e) 22 h.



2-UFPR -2014/2015

59 - O ângulo de visão de um motorista diminui conforme aumenta a velocidade de seu veículo. Isso pode representar riscos para o trânsito e os pedestres, pois o condutor deixa de prestar atenção a veículos e pessoas fora desse ângulo conforme aumenta sua velocidade. Suponha que o ângulo de visão A relaciona-se com a velocidade v através da expressão $A = k v + b$, na qual k e b são constantes. Sabendo que o ângulo de visão a 40 km/h é de 100° , e que a 120 km/h fica reduzido a apenas 30° , qual o ângulo de visão do motorista à velocidade de 64 km/h?

- a) 86° .
- b) 83° .
- c) 79° .
- d) 75° .
- e) 72° .

3- (Ufes) Uma produtora pretende lançar um filme em fita de vídeo e prevê uma venda de 20.000 cópias. O custo fixo de produção do filme foi R\$150.000,00 e o custo por unidade foi de R\$20,00 (fita virgem, processo de copiar e embalagem). Qual o preço mínimo que deverá ser cobrado por fita, para não haver prejuízo?

- a) R\$ 20,00 b) R\$ 22,50 c) R\$ 25,00 d) R\$ 27,50 e) R\$ 35,00

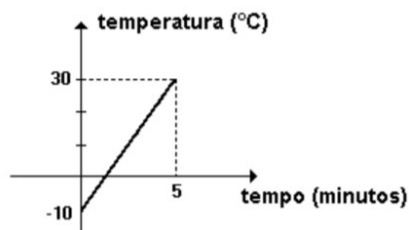
4- (Fuvest) A função que representa o valor a ser pago após um desconto de 3% sobre o valor x de uma mercadoria é:

- a) $f(x) = x - 3$ b) $f(x) = 0,97x$ c) $f(x) = 1,3x$ d) $f(x) = -3x$ e) $f(x) = 1,03x$

5- (Unirio) O gráfico da função $y=mx+n$, onde m e n são constantes, passa pelos pontos $A(1,6)$ e $B(3,2)$. A taxa de variação média da função é:

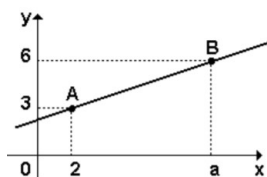
- a) -2 b) -1/2 c) 1/2 d) 2 e) 4

6- (Cesgranrio) Uma barra de ferro com temperatura inicial de -10°C foi aquecida até 30°C . O gráfico anterior representa a variação da temperatura da barra em função do tempo gasto nessa experiência. Calcule em quanto tempo, após o início da experiência, a temperatura da barra atingiu 0°C .

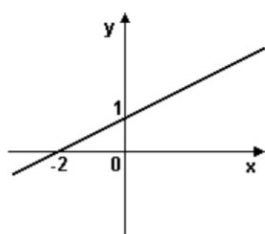


- a) 1 min
- b) 1 min 5 seg
- c) 1 min e 10 seg
- d) 1 min e 15 seg
- e) 1 min e 20 seg

- 7-(Ufsm) A figura representa o gráfico de uma função do 1º Grau que passa pelos pontos A e B, onde $a \neq 2$. O ponto de interseção da reta AB com eixo x tem abscissa igual a
- a) $1 - a$ b) $a - 2$ c) $(3a - 12)/(a - 2)$ d) $4 - a$ e) $12 - 3a$



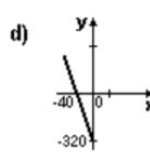
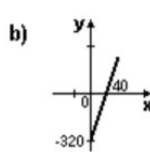
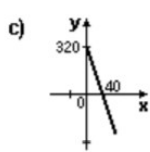
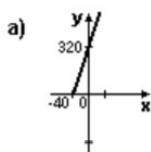
- 8 - (Pucmg) O gráfico da função $f(x) = ax + b$ está representado na figura.



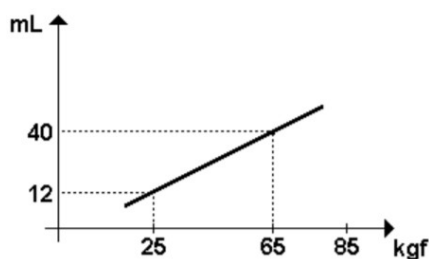
O valor de $a + b$ é:

- a) -1
b) $2/5$
c) $3/2$
d) 2

- 9- (Ufrn) Um comerciante decidiu fabricar camisetas de malha para vendê-las na praia, ao preço de R\$8,00 a unidade. Investiu no negócio R\$320,00. Sabendo que o lucro(y) obtido é função da quantidade de unidades vendidas(x), o gráfico que mais se aproxima da representação dessa função é:



- 10- (Ufrn) Na figura a seguir, tem-se o gráfico de uma reta que representa a quantidade, medida em mL, de um medicamento que uma pessoa deve tomar em função de seu peso, dado em kgf, para tratamento de determinada infecção. O medicamento deverá ser aplicado em seis doses.



Assim, uma pessoa que pesa 85kgf receberá em cada dose:

- a) 7 ml
b) 9 ml
c) 8 ml
d) 10 ml

11- (Fgv) Um terreno vale hoje R\$ 40.000,00 e estima-se que daqui a 4 anos seu valor seja R\$ 42.000,00. Admitindo que o valor do imóvel seja função do 1º grau do tempo (medido em anos e com valor zero na data de hoje), seu valor daqui a 6 anos e 4 meses será aproximadamente:

- a) R\$ 43.066,00
- b) R\$ 43.166,00
- c) R\$ 43.266,00
- d) R\$ 43.366,00
- e) R\$ 43.466,00

12- (Fgv) Uma função polinomial f do 1º grau é tal que $f(3) = 6$ e $f(4) = 8$. Portanto, o valor de $f(10)$ é:

- a) 16
- b) 17
- c) 18
- d) 19
- e) 20

ANEXO 3

Lista 3
Funções Quadráticas

1) (Enem) Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo R a rapidez de propagação, P o público-alvo e x o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se: $R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$, onde k é uma constante positiva característica do boato.

Considerando o modelo acima descrito, se o público-alvo é de 44.000 pessoas, então a máxima rapidez de propagação ocorrerá quando o boato for conhecido por um número de pessoas igual a:

- a) 11.000. b) 22.000. c) 33.000. d) 38.000. e) 44.000.

2) A 100 m de um semáforo, o motorista de um automóvel aplica os freios de modo suave e constante, a fim de imprimir uma força de frenagem constante até o repouso. Após a freada, foram coletados os seguintes dados:

Intervalo de tempo	Distância percorrida pelo automóvel
entre 0 e 1s	30m
entre 1 e 2s	25m

Considerando que a distância do automóvel ao semáforo, no instante de tempo t , é dada pela função quadrática $s(t) = (1/2)at^2 - vt + 100$, onde a é a aceleração constante imprimida no instante da freada e v , a velocidade no instante da freada, o tempo necessário para o automóvel atingir a posição onde está localizado o semáforo é, em segundos,

- a) 4,5 b) 4,6 c) 4,8 d) 4,9 e) 5

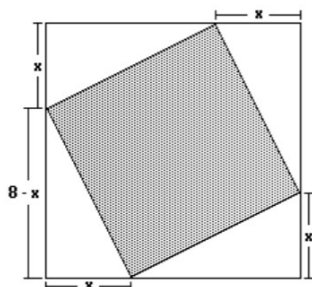
3)(Ita) Os dados experimentais da tabela a seguir correspondem às concentrações de uma substância química medida em intervalos de 1 segundo. Assumindo que a linha que passa pelos três pontos experimentais é uma parábola, tem-se que a concentração (em moles) após 2,5 segundos é:

Tempo (s)	Concentração (moles)
1	3,00
2	5,00
3	1,00

- a) 3,60 b) 3,65 c) 3,70 d) 3,75 e) 3,80

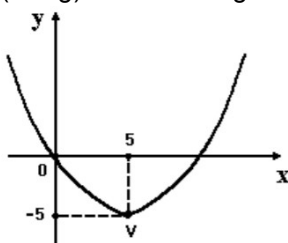
4) 17. (Ufpe) O custo C , em reais, para se produzir n unidades de determinado produto é dado por: $C = 2510 - 100n + n^2$. Quantas unidades deverão ser produzidas para se obter o custo mínimo?

- 5) 18. (Puccamp) Na figura a seguir tem-se um quadrado inscrito em outro quadrado. Pode-se calcular a área do quadrado interno, subtraindo-se da área do quadrado externo as áreas dos 4 triângulos. Feito isso, verifica-se que A é uma função da medida x . O valor mínimo de A é
- a) 16 cm^2 b) 24 cm^2 c) 28 cm^2 d) 32 cm^2 e) 48 cm^2



- 6) (Uel) A função real f , de variável real, dada por $f(x) = -x^2 + 12x + 20$, tem um valor
- a) mínimo, igual a -16 , para $x = 6$
 b) mínimo, igual a 16 , para $x = -12$
 c) máximo, igual a 56 , para $x = 6$
 d) máximo, igual a 72 , para $x = 12$
 e) máximo, igual a 240 , para $x = 20$

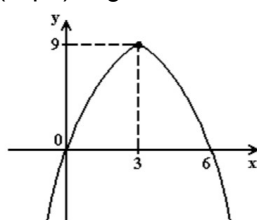
- 7) (Ufmg) Observe a figura.



Nessa figura, está representada a parábola de vértice V , gráfico da função de segundo grau cuja expressão é

- a) $y = (x^2/5) - 2x$ b) $y = x^2 - 10x$ c) $y = x^2 + 10x$ d) $y = (x^2/5) - 10x$
 e) $y = (x^2/5) + 10x$

- 8) (Ufpe) O gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ é a parábola da figura a seguir.



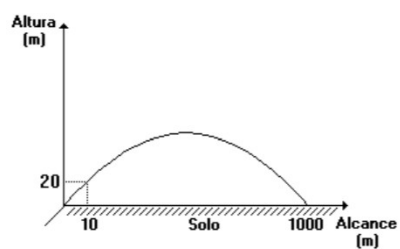
Os valores de a , b e c são, respectivamente:

- a) $1, -6$ e 0
 b) $-5, 30$ e 0
 c) $-1, 3$ e 0
 d) $-1, 6$ e 0
 e) $-2, 9$ e 0

- 9) (Fuvest) O gráfico de $f(x) = x^2 + bx + c$, onde b e c são constantes, passa pelos pontos $(0,0)$ e $(1,2)$. Então $f(-2/3)$ vale
- a) $-2/9$ b) $2/9$ c) $-1/4$ d) $1/4$ e) 4

10) A figura a seguir representa a trajetória parabólica de um projétil, disparado para cima, a partir do solo, com uma certa inclinação. O valor aproximado da altura máxima, em metros, atingida pelo projétil é:

- a) 550 b) 535 c) 510 d) 505 e) 500



ANEXO 4

Lista 4 – Equações exponenciais e funções exponenciais

1)

19) (Mack-2005) Se os inteiros x e y satisfazem a equação $3^{x+1} + 2^y = 2^{y+2} - 3^x$, então o valor de 3^x é:

- a) 1
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{9}$
- d) 3
- e) 9

2)

18) (Fuvest-2002) Seja $f(x) = 2^{2x+1}$. Se a e b são tais que $f(a) = 4f(b)$, pode-se afirmar que:

- a) $a + b = 2$
- b) $a + b = 1$
- c) $a - b = 3$
- d) $a - b = 2$
- e) $a - b = 1$

3)

20) (UEL-1995) Se o número real K satisfaz à equação $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$, então K^2 é igual a:

- a) 0 ou $\frac{1}{2}$
- b) 0 ou 1
- c) $\frac{1}{2}$ ou 1
- d) 1 ou 2
- e) 1 ou 3

4)

22) (Mack-2002) Se $\frac{2^x 3^{x+2}}{3 \cdot 5^{1-x}} = \frac{1}{50}$ então $x^2 - 3$ é igual a:

- a) -2 _____ b) -1 _____ c) 1 _____ d) 2 _____ e) 3 _____

5)

25) (Fuvest-1998) Qual desses números é igual a 0,064?

- a) $\left(\frac{1}{80}\right)^2$
- b) $\left(\frac{1}{8}\right)^2$
- c) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$
- d) $\left(\frac{1}{800}\right)^2$
- e) $\left(\frac{8}{10}\right)^3$

6)

47) (UFSC-1996) Determinar o valor de x na equação $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 775$.

7)

53) (UEL-1994) Considere as soluções reais de $3^a \cdot 3^{7x} \cdot 3^{12} = 1$. Se $a = x^2$, então a diferença entre a maior e a menor dessas raízes é:

- a) 4
- b) 3
- c) 2
- d) 1
- e) 0

8)

66) (UDESC-1996) A solução da equação exponencial $25^x - 26 \cdot 5^x + 25 = 0$ é:

- a) 0 e 2
- b) 1 e 2
- c) -1 e 2
- d) 0 e -1
- e) 0 e 1

9)

67) (UFPB-1977) A solução da equação da $2^{x+1} - 2^{x-1} + 2^{x-2} = 14$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

10)

75) (Uneb-1998) A expressão $P(t) = K \cdot 2^{0,05t}$ fornece o número P de milhares de habitantes de uma cidade, em função do tempo t, em anos. Se em 1990 essa cidade tinha 300 000 habitantes, quantos habitantes, aproximadamente, espera-se que ela tenha no ano 2000?

- a) 352 000
- b) 401 000
- c) 423 000
- d) 439 000
- e) 441 000

11)

32) (UFSCar-2003) O par ordenado (x,y), solução do sistema

$$\begin{cases} 4^{x+y} = 32 \\ 3^{y-x} = \sqrt{3} \end{cases} \text{ é}$$

- a) $(5, \frac{3}{2})$
- b) $(5, -\frac{3}{2})$
- c) $(3, \frac{2}{3})$
- d) $(1, \frac{3}{2})$
- e) $(1, \frac{1}{2})$

12)

24) (Vunesp-2003) Resolva as equações exponenciais, determinando os correspondentes valores de x.

a) $7^{(x-3)} + 7^{(x-2)} + 7^{(x-1)} = 57$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = -207$

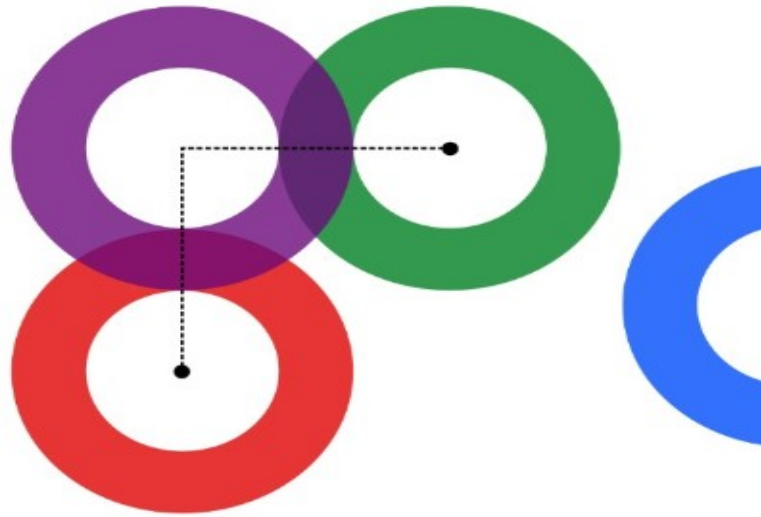
13)

11) (FGV-2005) Um computador desvaloriza-se exponencialmente em função do tempo, de modo que seu valor y , daqui a x anos, será $y = A \cdot k^x$, em que A e k são constantes positivas. Se hoje o computador vale R\$ 5000,00 e valerá a metade desse valor daqui a 2 anos, seu valor daqui a 6 anos será:

- a) R\$ 625,00 b) R\$ 550,00 c) R\$ 575,00
d) R\$ 600,00 e) R\$ 650,00

Meninas nas exatas,
por elas para todos

Centro Politécnico - UFPR
Av. Cel. Francisco J. dos Santos, 100 - Jardim das Américas



Apoio:



Promoção:



Geometrizando

Larissa Braga de Freitas Cunha
Dayane Stefane de Vargas Bueno
Letícia de Jesus Sampaio

Colégio Estadual Hildebrando de Araújo – EFM PROF

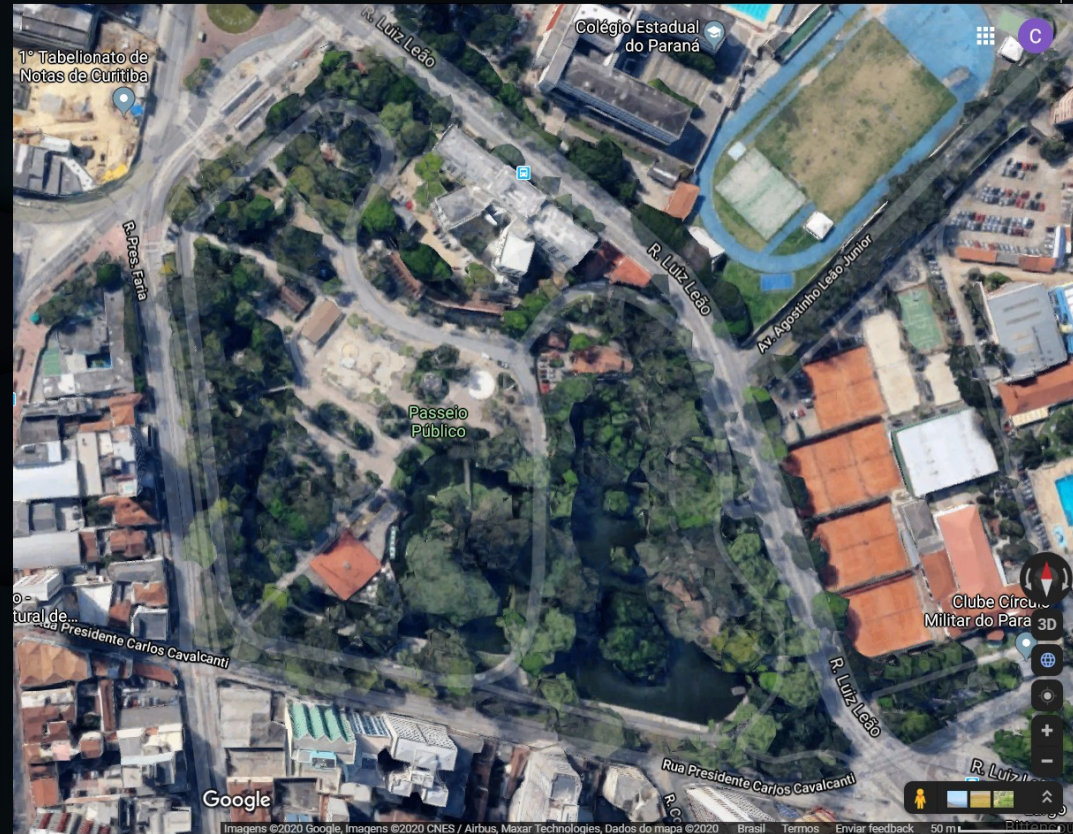
- Calcular a área de uma região escolhida no Google Maps utilizando o GeoGebra.
- Calcular o perímetro de uma região escolhida no Google Maps utilizando o GeoGebra.
- Calcular o volume de um edifício escolhido no Google Maps com o auxílio do GeoGebra.
- Projetar em realidade aumentada a construção do edifício realizada no GeoGebra.

Área de uma região poligonal

Exemplo:

Qual é a área do Passeio Público?

- Escolher no Google Maps a região que deseja-se calcular a área.
- Fazer a captura de tela da imagem da região escolhida



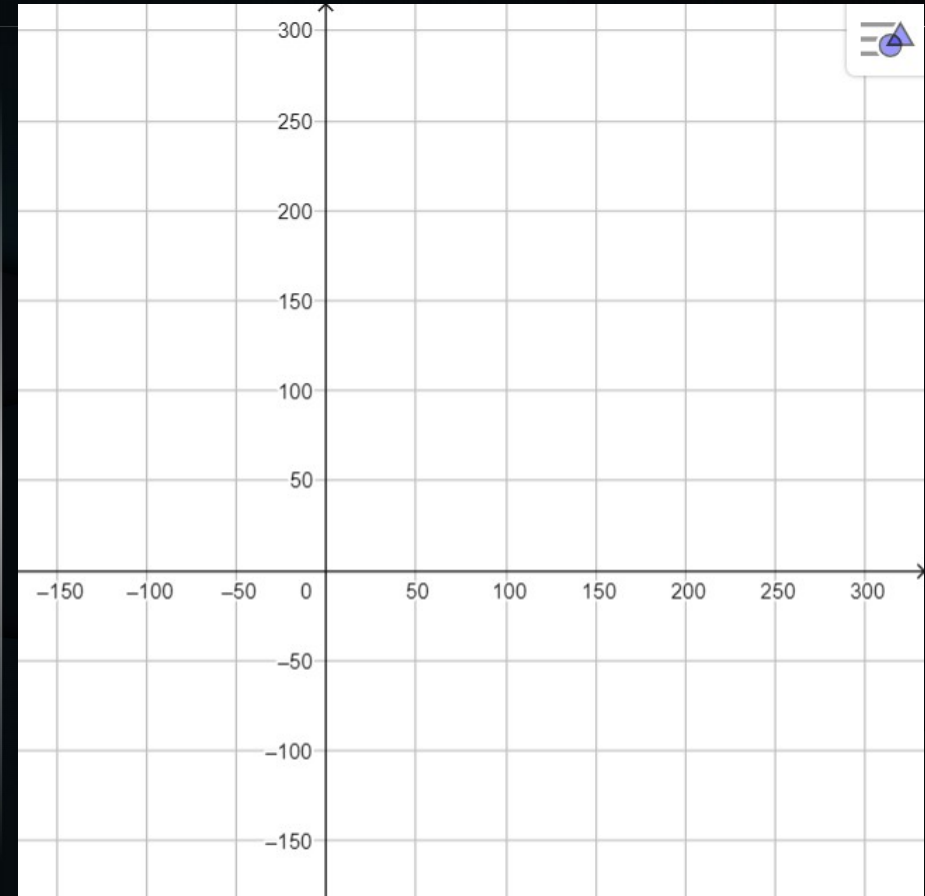
GeoGebra Clássico 6

29

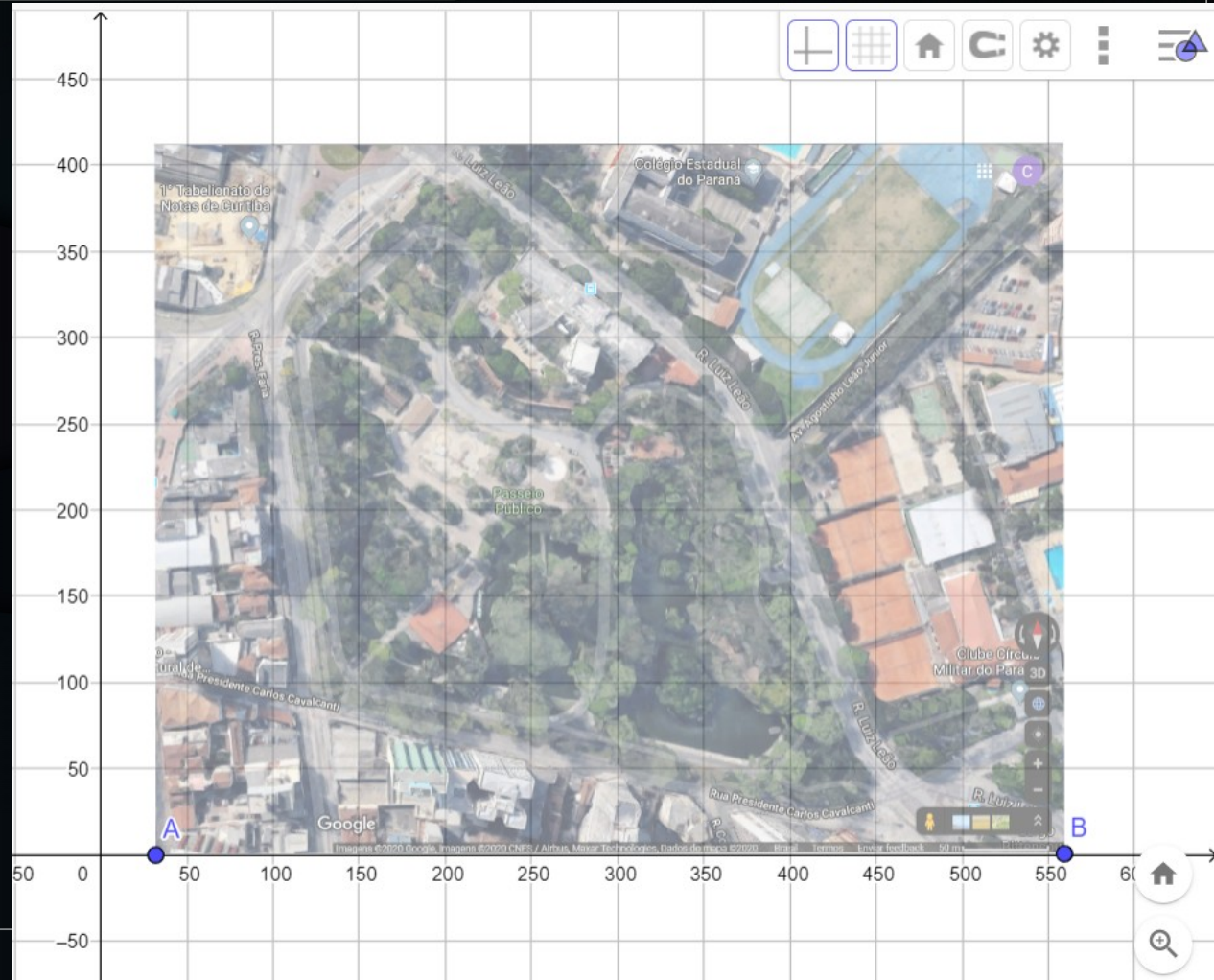
The screenshot displays the GeoGebra Clássico 6 web application interface. At the top, a browser address bar shows the URL `geogebra.org/classic`. Below the address bar is a toolbar with various icons for geometric construction, including a selection tool, a point tool, a line tool, a circle tool, and a compass tool. A sidebar on the left contains a search bar and a list of tools. The main workspace is a coordinate plane with a grid. The x-axis is labeled from -11 to 5, and the y-axis is labeled from -6 to 6. A sidebar on the right, titled "GeoGebra Clássico", contains a list of tools: Gráfico (selected), Geometria, Janela 3D, Janela CAS, Planilha de Cálculos, Probabilidade, and Download. The interface is clean and professional, with a light gray background and a white grid.

Ajustar a escala dos eixos coordenados do GeoGebra

30

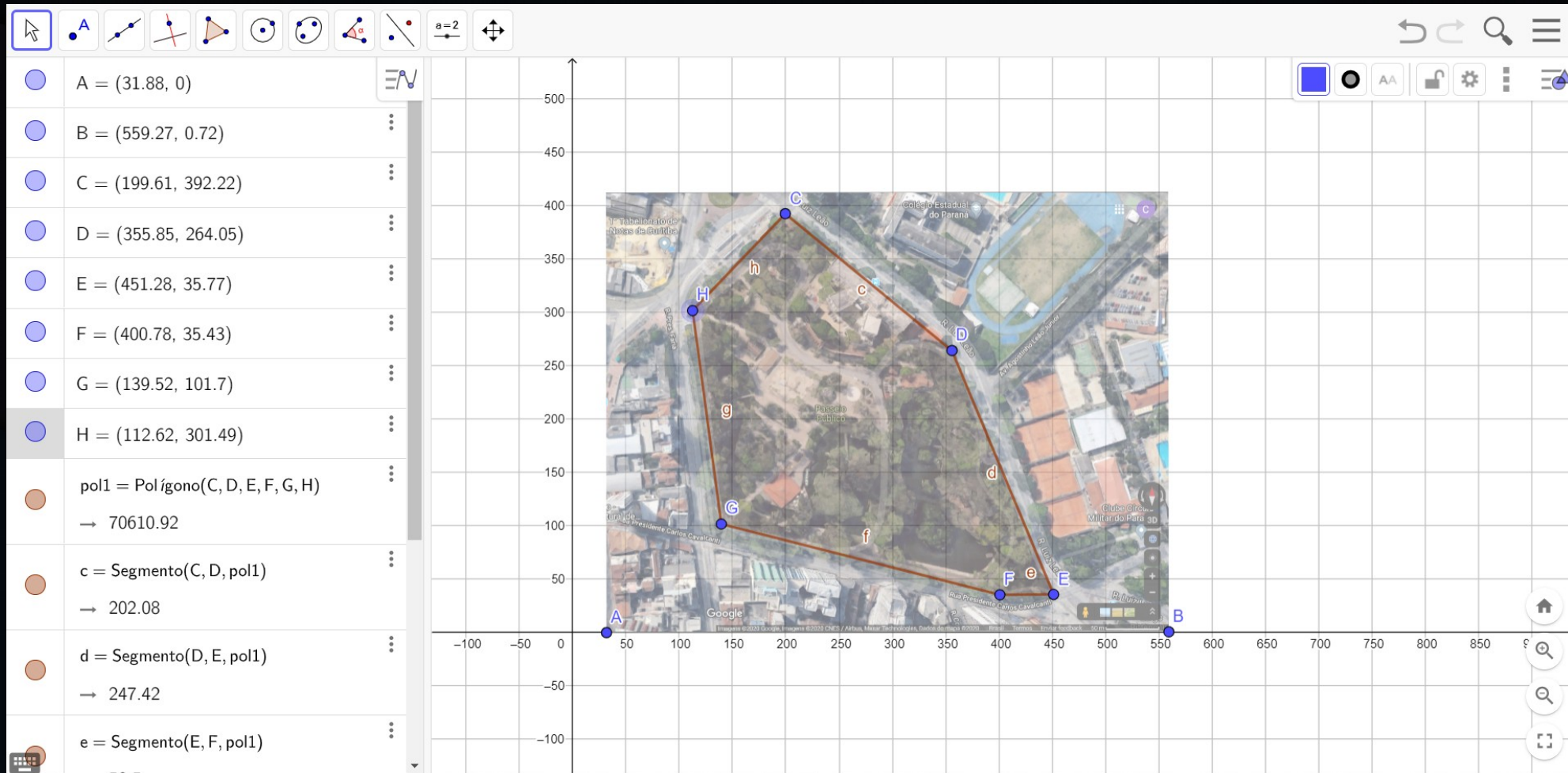


- Inserir a imagem capturada no GeoGebra.
- Configurar a imagem para transparência em 50%.
- Alinhar a escala da imagem com a dos eixos coordenados.

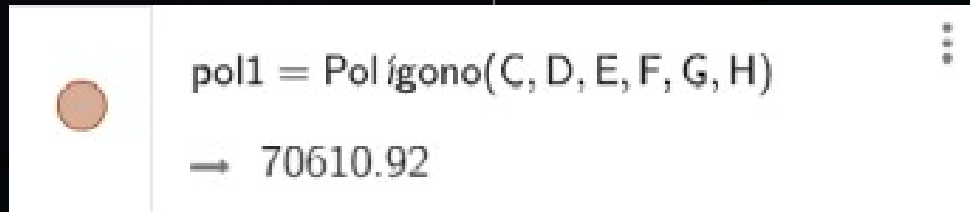


Construir um polígono delimitando a região que deseja-se calcular a área

32



A área do polígono aparecerá na janela esquerda do polígono.



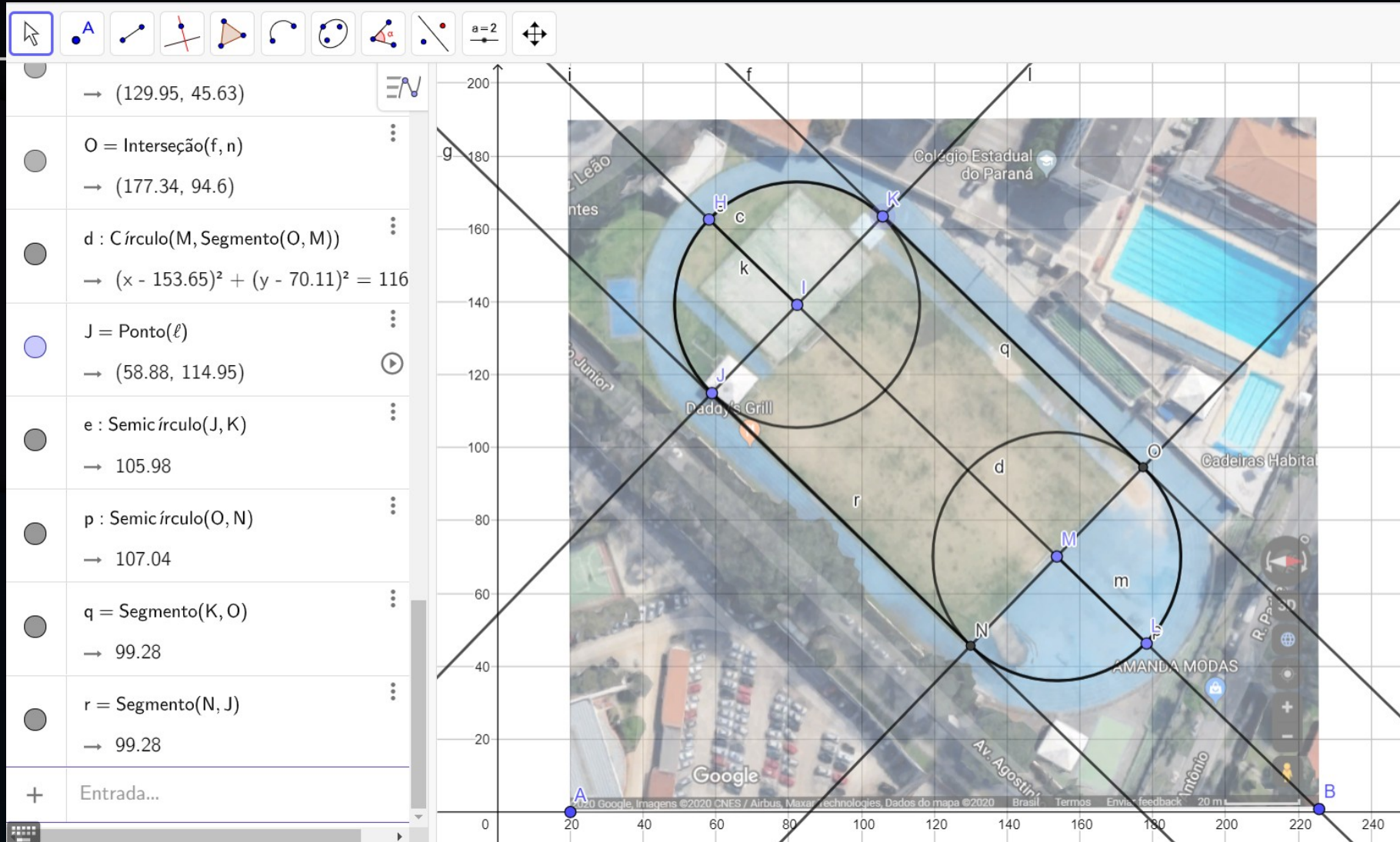
Área = 70610,92 m²

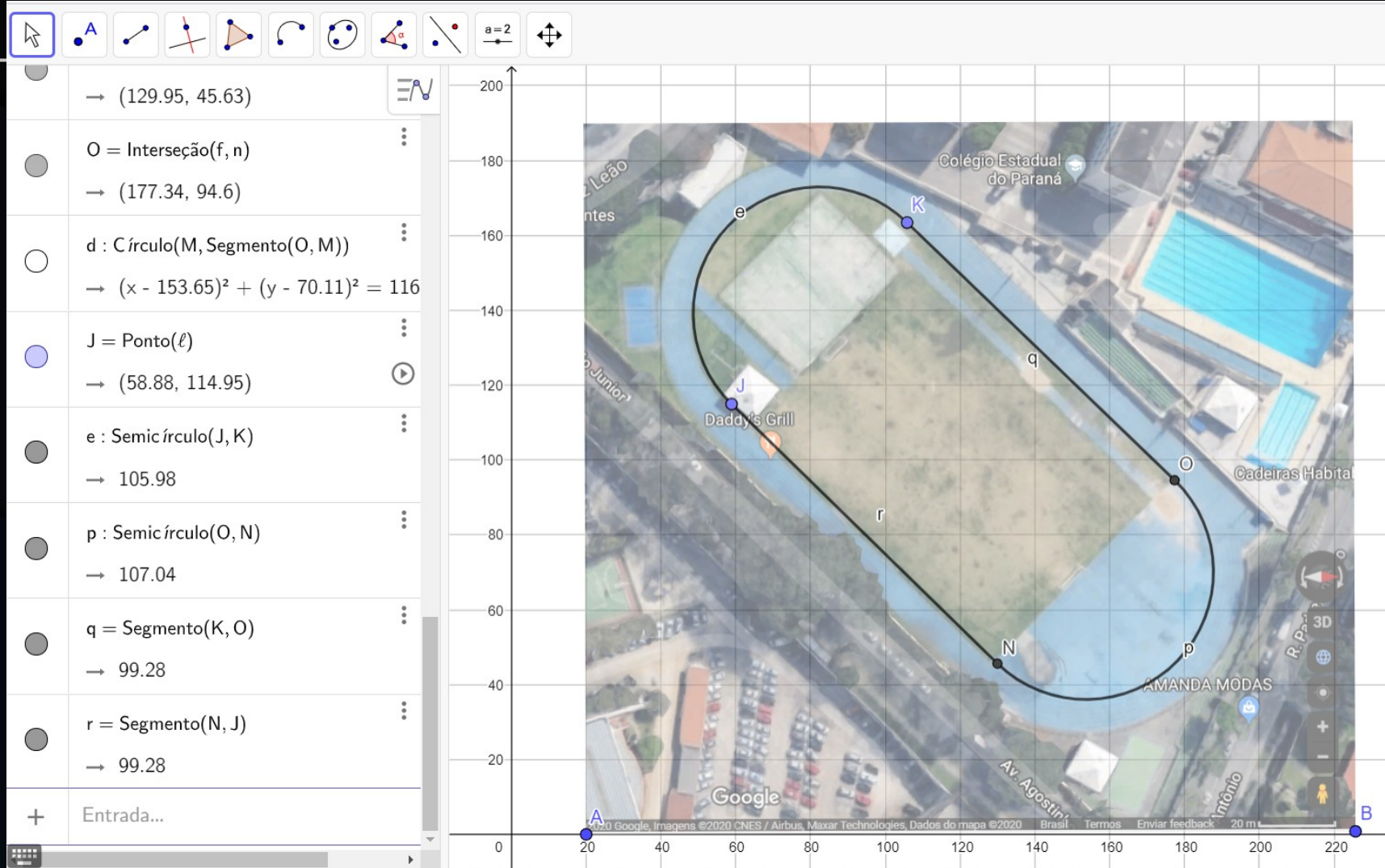


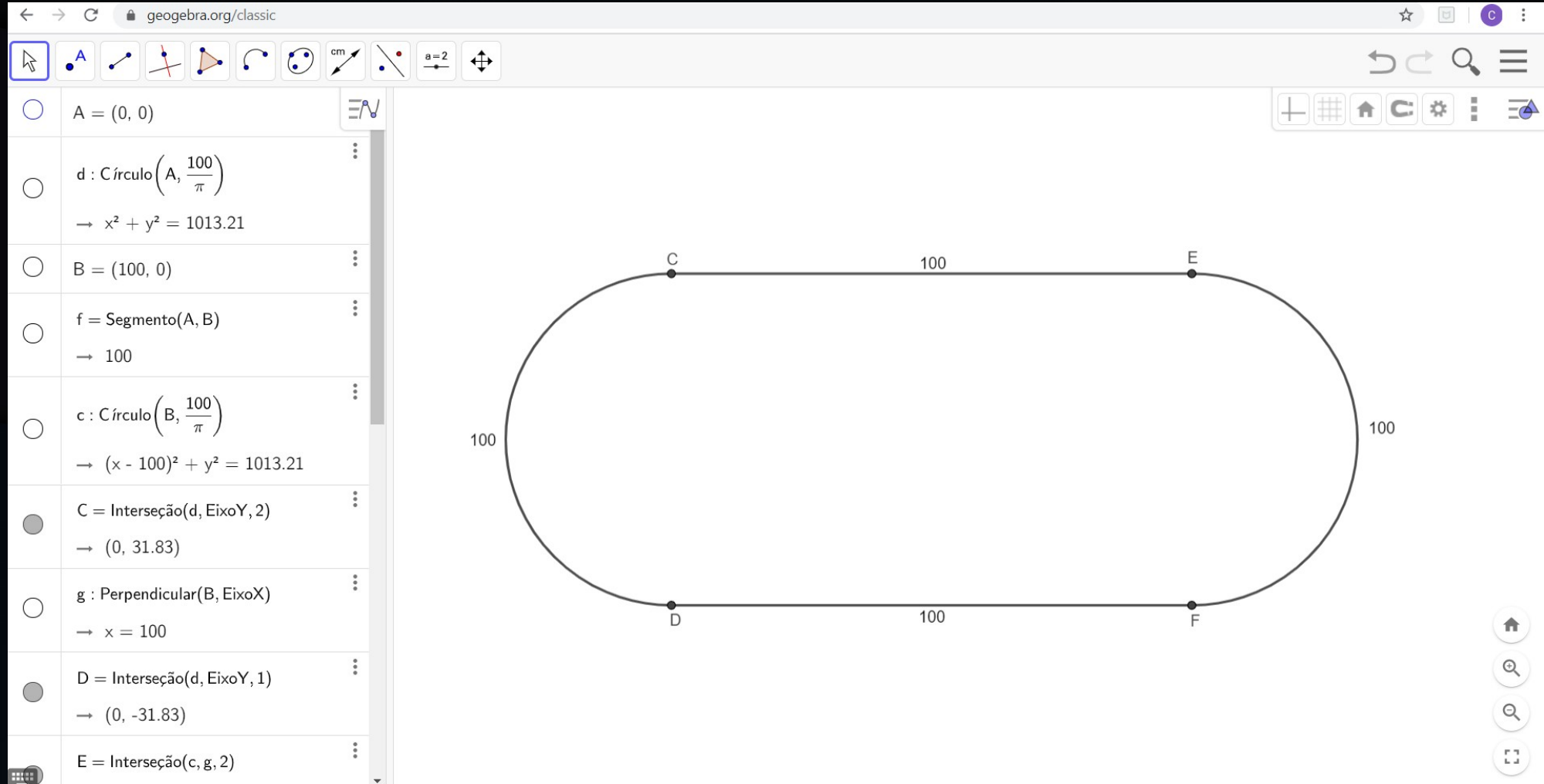
Perímetro de uma região não poligonal

Exemplo:

Qual é o comprimento da pista de atletismo do Colégio Estadual do Paraná?







Volume de um Sólido Geométrico

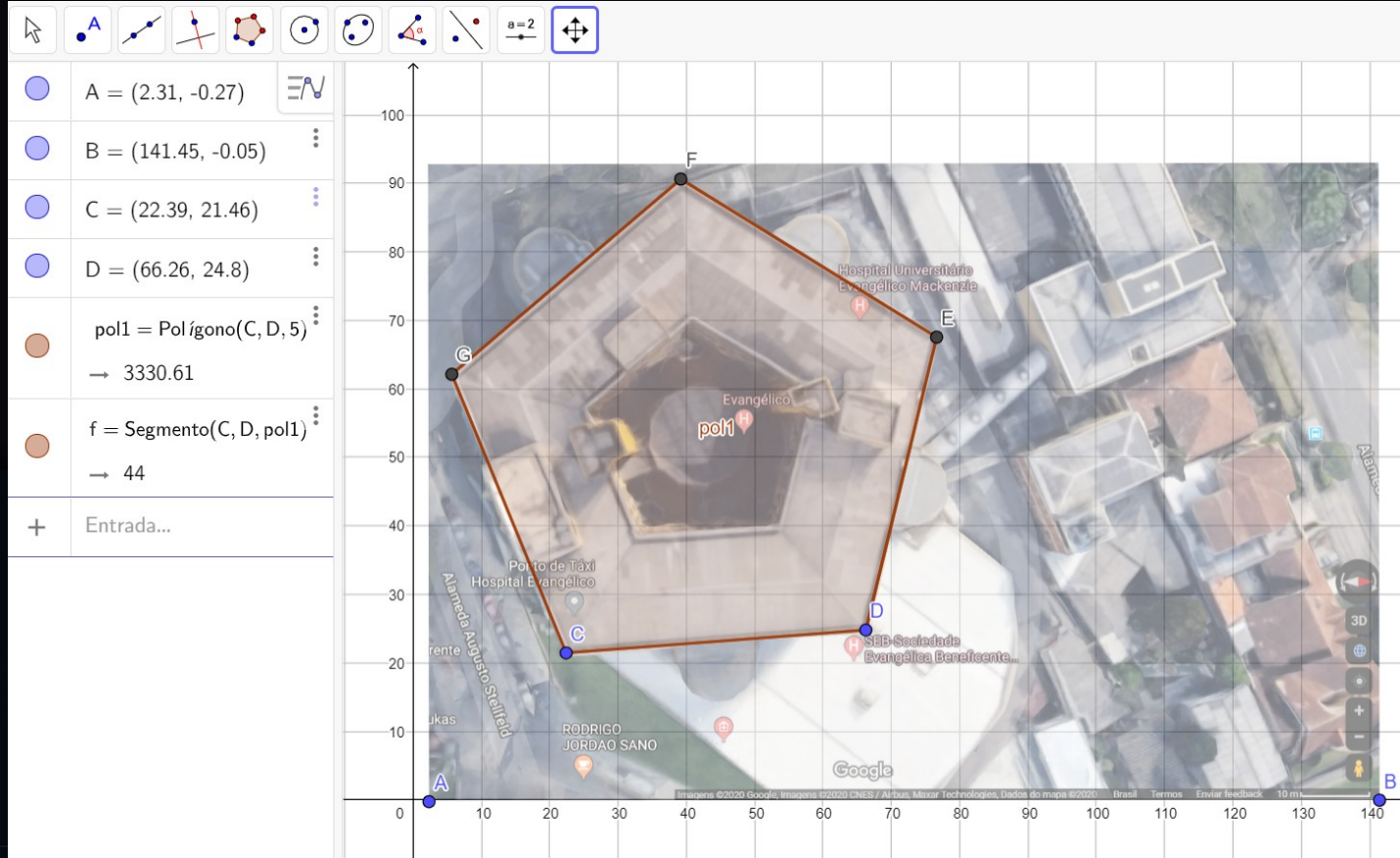
Exemplo:

Qual é o volume do prédio principal do Hospital Evangélico de Curitiba?



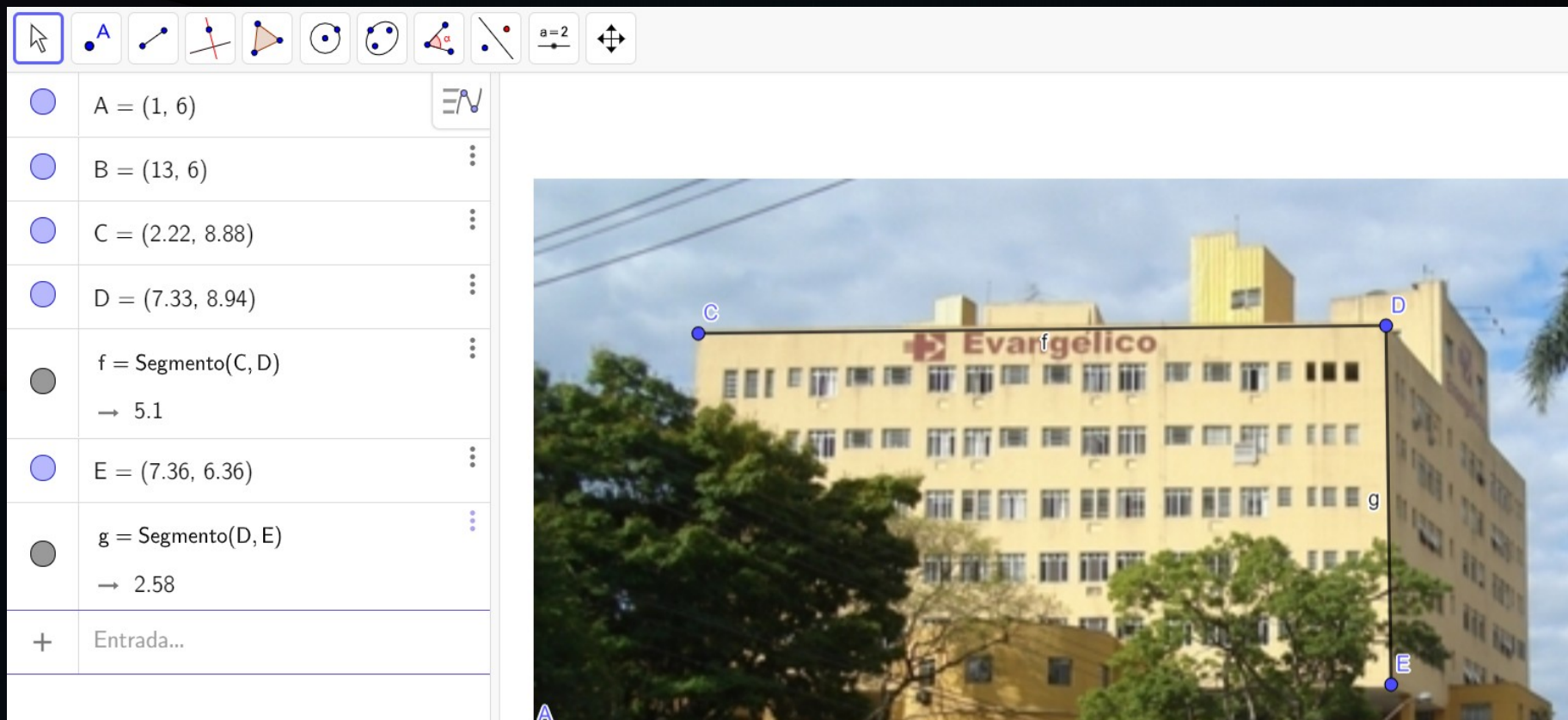
Estimar a altura do prédio

- Determinar a largura de uma lateral do prédio



Utilizando uma foto frontal, através de uma regra de três simples, determinar a altura aproximada

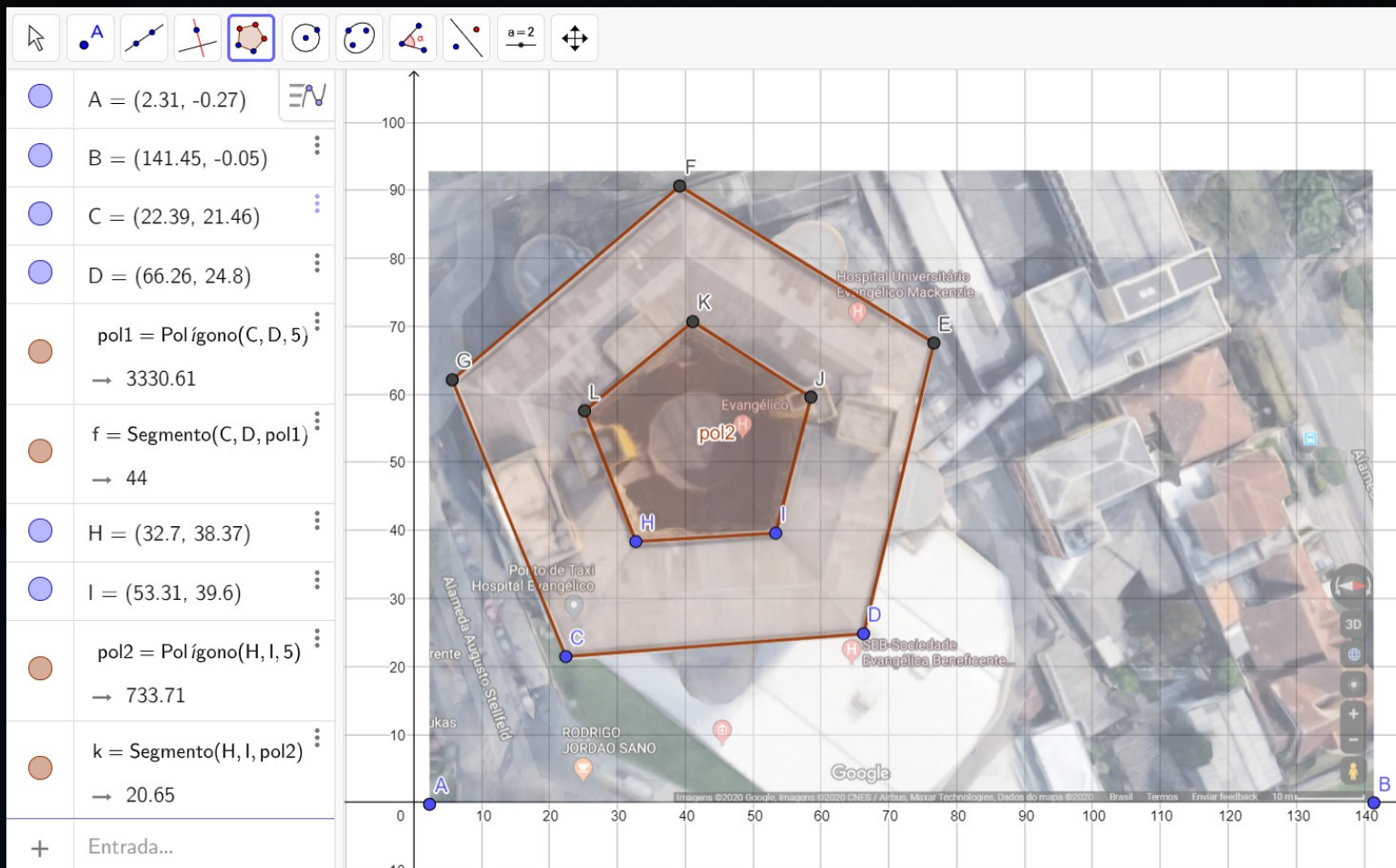
42



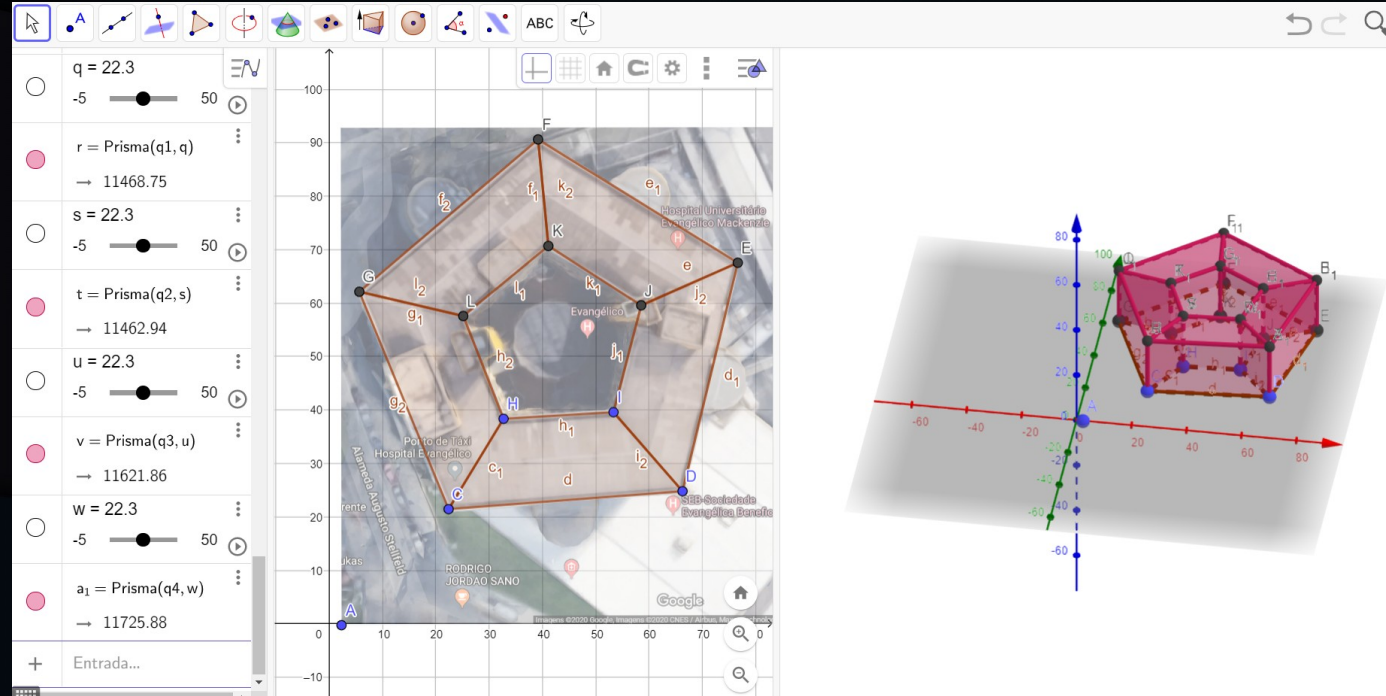
$$\frac{44}{x} = \frac{5,1}{2,58} \quad x \simeq 22,3$$

Construir no GeoGebra os pentágonos regulares

44



Utilizando os vértices dos pentágonos, construir os trapézios que compõem a base do prédio.



Através da janela de visualização em 3D, fazer a extrusão da base do prédio para a altura obtida.

Cálculo do volume do prédio:

46

Área da base = $2596,9 \text{ m}^2$

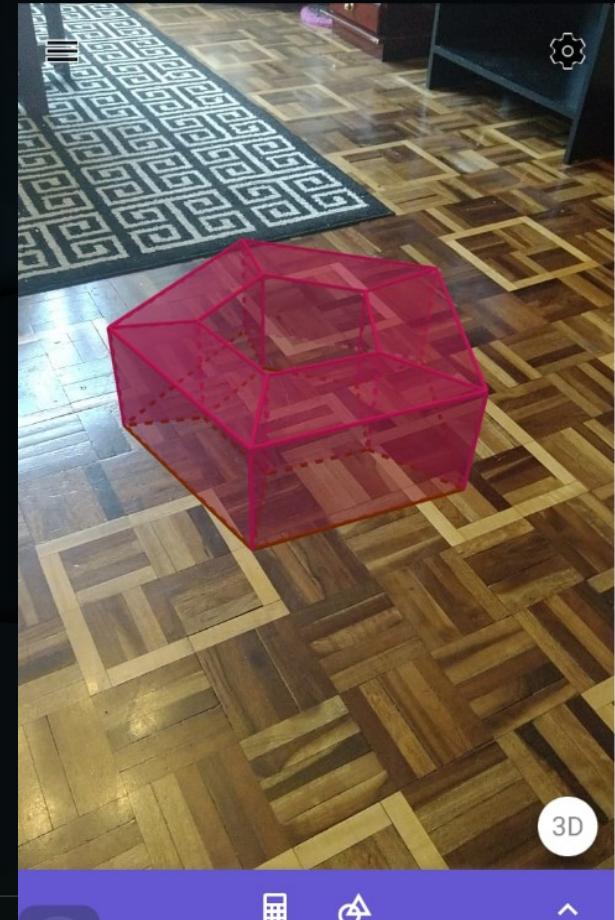
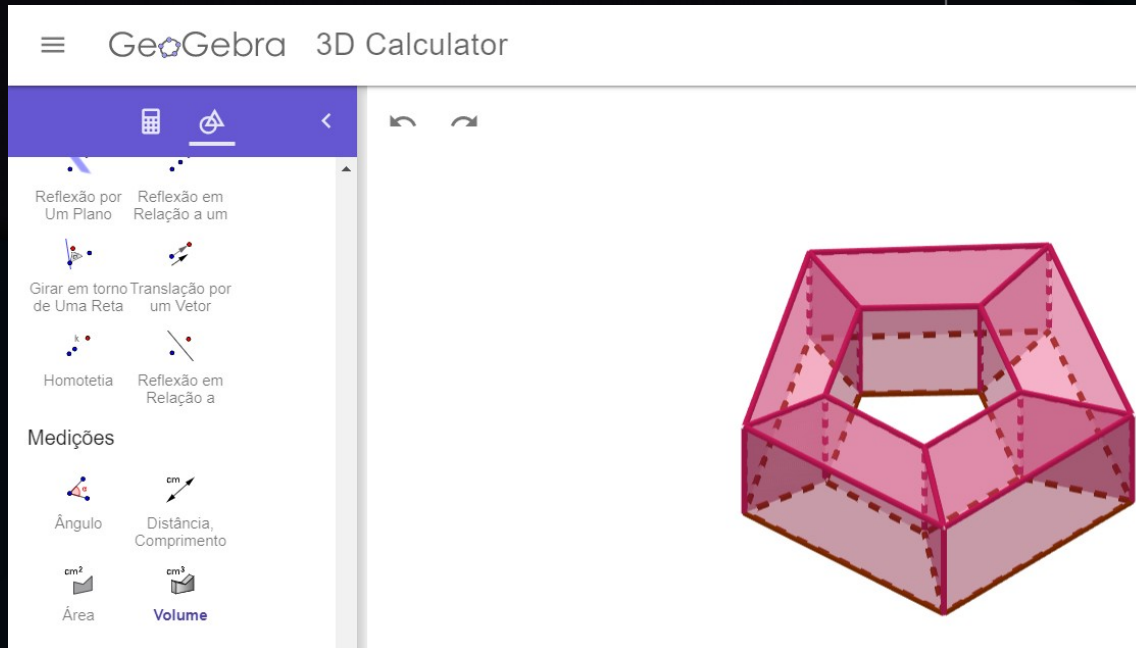
Altura = $22,3 \text{ m}$

Volume = área da base x altura

Volume = $57919,87 \text{ m}^3$

Representação do sólido construído em realidade aumentada

Salve o arquivo no Geogebra Classic e abra-o na Calculadora Gráfica GeoGebra 3D no Smartphone. Projetar o sólido em uma superfície plana.



Atividades:

Utilizando o Google Maps e o GeoGebra, vamos calcular a área do passeio público e construir o sólido do prédio do Hospital Evangélico.

Obrigado pela atenção!