

LISTA 2

Exercício 1 Encontre a solução geral de cada equação abaixo.

$$(a) \quad y'' - 2y' - 3y = 3e^{2t}$$

$$(e) \quad y'' + 9y = t^2 e^{3t} + 6$$

$$(b) \quad y'' + 2y' + 5y = 3\operatorname{sen}(2t)$$

$$(f) \quad 2y'' + 3y' + y = t^2 + 3\operatorname{sen}(t)$$

$$(c) \quad y'' - 2y' - 3y = 3te^{-t}$$

$$(g) \quad y'' + y = tg(t), \quad 0 < t < \pi/2$$

$$(d) \quad y'' + 2y' = 3 + 4\operatorname{sen}(2t)$$

$$(h) \quad y'' + 4y' + 4y = t^{-2}e^{-2t}, \quad t > 0$$

Exercício 2 Obtenha as soluções dos P.V.I's abaixo

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = 2t \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'' + 4y' = t^2 + 3e^t \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'' + 4y' = t^2 + 3\operatorname{sen}(2t) \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = -1 \end{cases}$$

Exercício 3 Demonstre o seguinte teorema

Teorema 1 Sejam p, q e g funções contínuas num intervalo aberto I e a equação

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = g(t). \quad (1)$$

Considere $\{y_1, y_2\}$ um conjunto fundamental de soluções da equação homogênea

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0. \quad (2)$$

Mostre que uma solução particular de (1) é

$$Y(t) = -y_1(t) \int \frac{y_2(t)g(t)}{W(y_1, y_2)(t)} dt + y_2(t) \int \frac{y_1(t)g(t)}{W(y_1, y_2)(t)} dt$$

e que a solução geral de (1) é

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + Y.$$

Exercício 4 Verifique que $\{y_1, y_2\}$ é um conjunto fundamental das equações homogêneas associadas. Depois, determine uma solução particular das equações não homogêneas.

$$\begin{cases} t^2 y'' - 2y = 3t^2 - 1, \quad t > 0 \\ y_1(t) = t^2, \quad y_2(t) = t^{-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 y'' - t(t+2)y' + (t+2)y = 2t^3, \quad t > 0 \\ y_1(t) = t, \quad y_2(t) = te^t \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 y'' - 3ty' + 4y = t^2 \ln(t), \quad t > 0 \\ y_1(t) = t^2, \quad y_2(t) = t^2 \ln(t) \end{cases}$$