

LISTA 1

Exercício 1 *Resolva os exercícios sugeridos em aula.*

Exercício 2 *Prove os resultados não demonstrados em sala.*

Exercício 3 *Para cada uma das matrizes abaixo obtenha uma base para o núcleo, uma para o espaço linha e uma para o espaço coluna.*

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 4 & 7 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ -3 & 8 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Exercício 4 *Determine uma base e a dimensão dos espaços gerados pelos conjuntos de vetores abaixo.*

$$S = \{(1, 2, -1, 0), (2, 5, -3, 2), (2, 4, -2, 0), (3, 8, -5, 4)\}$$
$$W = \{(1, 1, 1), (1, 2, 3), (2, 3, 1)\}$$

Exercício 5 *Nos itens abaixo verifique se o vetor b está no espaço coluna de A .*

$$(i) \ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad e \quad b = (1, 2, 3)$$
$$(ii) \ A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad e \quad b = (2, 5, 2)$$

Exercício 6 *Sejam $A_{5 \times 8} \in \mathbb{M}_{5 \times 8}(\mathbb{R})$ de posto 5 e $b \in \mathbb{R}^5$. Mostre que o sistema $Ax = b$ possui infinitas soluções.*

Exercício 7 *Sejam $A_{5 \times 3} \in \mathbb{M}_{5 \times 3}(\mathbb{R})$ de posto 3 e $\{v_1, v_2, v_3\}$ uma base de $\mathbb{R}^3$.*

(a) *Mostre que $N(A) = \{0\}$.*

(b) *Mostre que se $u_1 = Av_1$, $u_2 = Av_2$ e $u_3 = Av_3$, então $\{u_1, u_2, u_3\}$ é L.I.*

Exercício 8 *Sejam A, B matrizes reais $n \times n$. Mostre que $AB = 0$ se, e somente se, $\mathcal{E}_C(B)$ é subespaço de $N(A)$.*

Exercício 9 *Sejam $A_{m \times n} \in \mathbb{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$, $b \in \mathbb{R}^m$ e $x_0 \in \mathbb{R}^n$ uma solução de $Ax = b$. Mostre que*

(a) *Mostre que $y \in \mathbb{R}^n$ é solução de $Ax = b$ se, e somente se, $y = x_0 + z$, com $z \in N(A)$.*

(b) *Se $N(A) = \{0\}$, então a solução x_0 é única.*

Exercício 10 *Sejam A, B matrizes reais $n \times n$. Mostre que se $N(A - B) = \mathbb{R}^n$, então $A = B$.*