

LISTA 3

Exercício 1 Obtenha $[S]_{A,B}$ e $[S]_{B,A}$ sendo

$$A = \{(1, 0), (0, 1)\} \quad e \quad A = \{(1, 1), (0, 1)\}$$

Exercício 2 Obtenha $[S]_{A,B}$ e $[S]_{B,A}$ sendo

$$A = \{(-1, 1), (1, 1)\} \quad e \quad A = \{(-3, -1), (-1, 3)\}$$

Exercício 3 Obtenha $[S]_{A,B}$ e $[S]_{B,A}$ sendo

$$A = \{(1, 1, 1), (-1, 1, 0), (1, 0, -1)\} \quad e \quad A = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$$

Exercício 4 Considere em $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ as bases

$$A = \{3, x\} \quad e \quad B = \{2, 2 - x\}$$

Obtenha $[S]_{A,B}$ e $[S]_{B,A}$.

Exercício 5 Considere $\theta \in \mathbb{R}$ fixado e os vetores

$$u_1 = \{(\cos(\theta), \sin(\theta))\} \quad e \quad u_2 = \{(-\sin(\theta), \cos(\theta))\}$$

(a) Mostre que $A = \{u_1, u_2\}$ é uma base de $\mathbb{R}^2$.

(b) Obtenha $[S]_{A,B}$ e $[S]_{B,A}$, sendo $B = \{(1, 0), (0, 1)\}$.

Exercício 6 Considere em $\mathbb{R}^3$ as bases $A = \{u_1, u_2, u_3\}$ e $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ tais que

$$\begin{cases} v_1 = u_1 + u_3 \\ v_2 = u_1 - u_2 \\ v_3 = u_2 - u_3 \end{cases}$$

Obtenha $[S]_{A,B}$.

Exercício 7 Considere em $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ as bases

$$A = \{1, 1 + x, 1 + x^2\} \quad e \quad B = \{1, x, x^2\}$$

Obtenha $[S]_{A,B}$ e $[S]_{B,A}$.

Exercício 8 Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{M}_2(\mathbb{R})$:

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} ; x - y - z = 0 \right\}$$

(a) Mostre que os conjuntos

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

e

$$B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

são bases de W .

(b) Obtenha $[S]_{A,B}$ e $[S]_{B,A}$.

(c) Obtenha uma base C de W tal que

$$[S]_{C,B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercício 9 Considere em $\mathbb{R}^2$ as bases $A = \{(1,1), (2,0)\}$ e $B = \{v_1, v_2\}$ tais que

$$[S]_{B,A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Obtenha v_1 e v_2 .

Exercício 10 Sejam A e B suas bases em $\mathbb{R}^2$. Mostre que $[S]_{A,B}$ tem determinante não nulo e que $[S]_{B,A} = [S]_{A,B}^{-1}$.

Exercício 11 Sejam A e B suas bases em um espaço vetorial V de dimensão n . Mostre que $[S]_{A,B}$ tem determinante não nulo e que $[S]_{B,A} = [S]_{A,B}^{-1}$.