CMI 022 Álgebra Linear

Professor: **Fernando de Ávila Silva**

Departamento de Matemática - UFPR

LISTA 3

Exercício 1 *Resolva os exercícios sugeridos em aula.*

Exercício 2 *Prove os resultados não demonstrados em sala.*

Exercício 3

- *Resolva os exercícios de 1 a 10 da seção 3.5 (páginas)143, da referência Leon (oitava edição).*
- *Resolva os exercícios de 1,2,4,5,6,8,10 da seção 3.6 (páginas)148-149, da referência Leon (oitava edição).*

Exercício 4 *Obtenha* $[S]_{A\to B}$ *e* $[S]_{B\to A}$ *sendo*

$$A = \{(1,0),(0,1)\} \quad e \quad A = \{(1,1),(0,1)\}$$

Exercício 5 *Obtenha* $[S]_{A\to B}$ *e* $[S]_{B\to A}$ *sendo*

$$A = \{(-1,1),(1,1)\} \quad e \quad A = \{(-3,-1),(-1,3)\}$$

Exercício 6 *Obtenha* $[S]_{A\to B}$ *e* $[S]_{B\to A}$ *sendo*

$$A = \{(1,1,1),(-1,1,0),(1,0,-1)\} \quad e \quad A = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$$

Exercício 7 *Considere em* $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ *as bases*

$$A = \{3, x\} \quad e \quad B = \{2, 2-x\}$$

Obtenha $[S]_{A\to B}$ *e* $[S]_{B\to A}$.

Exercício 8 *Considere* $\theta \in \mathbb{R}$ *fixado e os vetores*

$$u_1 = \{(cos(\theta), sen(\theta))\} \quad e \quad u_2 = \{(-sen(\theta), cos(\theta))\}$$

(a) Mostre que $A = \{u_1, u_2\}$ *é uma base de* $\mathbb{R}^2$.

(b) Obtenha $[S]_{A\to B}$ *e* $[S]_{B\to A}$*, sendo* $B = \{(1,0),(0,1)\}$.

Exercício 9 *Considere em* $\mathbb{R}^3$ *as bases* $A = \{u_1,u_2,u_3\}$ *e* $B = \{v_1,v_2,v_3\}$ *tais que*

$$\begin{cases} v_1 = u_1 + u_3 \\ v_2 = u_1 - u_2 \\ v_3 = u_2 - u_3 \end{cases}$$

Obtenha $[S]_{A\to B}$.

Exercício 10 *Considere em* $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ *as bases*

$$A = \{1, 1+x, 1+x^2\} \quad e \quad B = \{1, x, x^2\}$$

Obtenha $[S]_{A\to B}$ *e* $[S]_{B\to A}$.

Exercício 11 *Considere o seguinte subespaço de* $\mathbb{M}_2(\mathbb{R})$:

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} ; x - y - z = 0 \right\}$$

(a) *Mostre que os conjuntos*

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

e

$$B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

são bases de W.

(b) *Obtenha* $[S]_{A\to B}$ *e* $[S]_{B\to A}$.

(c) *Obtenha uma base* C *de* W *tal que*

$$[S]_{C\to B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercício 12 *Considere em* $\mathbb{R}^2$ *as bases* $A = \{(1,1), (2,0)\}$ *e* $B = \{v_1, v_2\}$ *tais que*

$$[S]_{B\to A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Obtenha v_1 *e* v_2.

Exercício 13 *Sejam* A *e* B *suas bases em* $\mathbb{R}^2$. *Mostre que* $[S]_{A\to B}$ *tem determinante não nulo e que* $[S]_{B\to A} = [S]^{-1}_{A\to B}$.

Exercício 14 *Sejam* A *e* B *suas bases em um espaço vetorial* V *de dimensão* n. *Mostre que* $[S]_{A\to B}$ *tem determinante não nulo e que* $[S]_{B\to A} = [S]^{-1}_{A\to B}$.