

**Exercício 1** (20 pontos) Dados  $r > 0$  e  $p \in \mathbb{R}^n$  mostre que a bola

$$B(p, r) = \{x \in \mathbb{R}^n; \|x - p\| < r\}$$

é um subconjunto aberto de  $\mathbb{R}^n$ .

**Exercício 2** (30 pontos) Uma partícula desloca-se no espaço com equações paramétricas  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$  e  $z = z(t)$  de tal forma que

$$x'(t) = \sqrt{2}, \quad y'(t) = \sqrt{2} \quad \text{e} \quad z''(t) = -2.$$

Sabe-se ainda que  $z'(0) = 2$  e que  $(x(0), y(0), z(0)) = (0, 0, 0)$ .

- Qual a posição da partícula num instante  $t$ ?
- Determine o instante  $T$  no qual a partícula volta a tocar o plano  $xy$ .
- Qual o espaço percorrido entre os instantes  $t = 0$  e  $t = T$ ?

**Exercício 3** (20 pontos) Considere as funções

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- Estude a continuidade das duas funções.
- Estude a diferenciabilidade das duas funções.

**Exercício 4** (30 pontos) Determinado produto apresenta uma demanda  $y$  (em milhares) quando o preço, por unidade, é  $x$  (em reais). Foram observados os seguintes dados:

$x$	$y$
5	100
6	98
7	95
8	94

(A tabela diz que ao preço unitário de 5 reais a demanda foi de 100.000 unidades.)

- (15 pontos) Determine, pelo método dos mínimos quadrados, a reta que melhor se ajusta aos dados observados.
- (15 pontos) Utilizando a reta encontrada no item a), faça uma previsão para a demanda quando o preço, por unidade, for 10 reais.