

Proj. Cilíndrica Equivalente Normal

caso secante ou com 2 paralelos - padrão

(I)

Na projeção cilíndrica equivalente normal secante há dois paralelos que não sofrem distorção. Estes paralelos são também conhecidos como paralelos-padrão.

A classificação desta projeção é muito similar ao caso tangente:

SR - Esfera ($R, e=R^2, g=R^2 \cos^2 \varphi$)

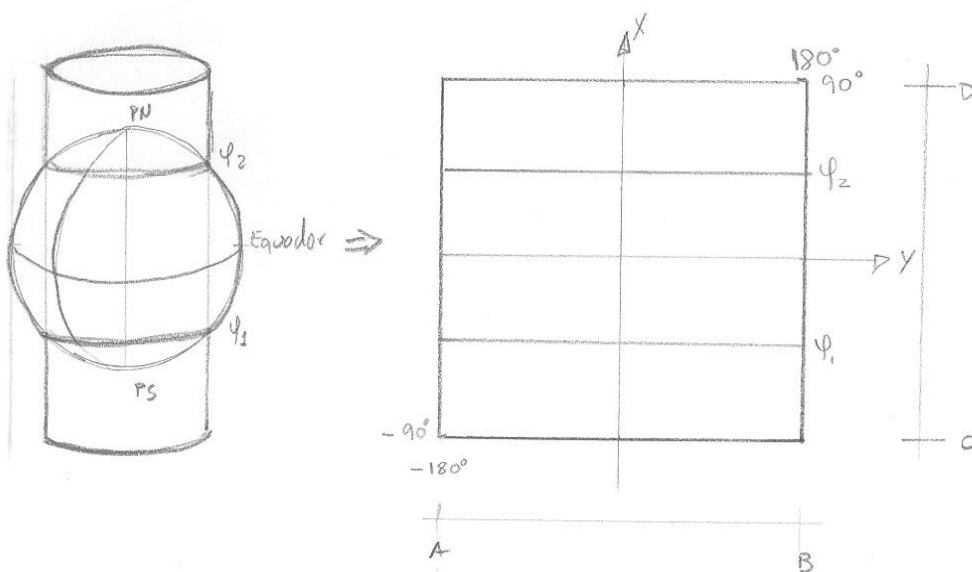
SP - Cilindro

Posição - Normal

contato - Secância

Propriedade - Equivalência

Geração - Analítica



A dimensão $\overline{AB}$ da figura (cilindro desenvolvido) ^{II} representa o comprimento do paralelo de latitude φ_1 ou φ_2 , desse modo a diferença entre os casos tangente e secante é que no caso secante o cilindro é mais "estrito" que no caso tangente.

Como o comprimento de um paralelo qualquer da esfera é dado por $C = 2\pi R \cos \varphi$, neste caso φ_1 ou φ_2^* , então $\overline{AB} = 2\pi R \cos \varphi_1$.

O comprimento de todos os paralelos é o mesmo dos paralelos-padrão, inclusive o comprimento do equador ($\varphi=0$). Como consequência disso o equador é comprimido ou sofre compressão, o que quer dizer que para $\varphi=0^\circ$ $m_\lambda < 1$, e como paralelos e meridianos se interceptam a ângulos retos em toda extensão da projeção, $m_\varphi > 1$, pois a projeção é equivalente ($m_{\max} \cdot m_{\min} = 1$ ou $m_\varphi \cdot m_\lambda = 1$ se $F=0$).

A coordenada Y de um ponto qualquer, portanto, é obtida como função do raio do paralelo ~~paralelo~~ de secância, e resulta:

$$Y = \Delta\lambda \cdot R \cdot \cos \varphi_1 \quad (1)$$

* se usará sempre φ_1 nas expressões apresentadas.

Como a quantidade Y é medida linear (III)
 $\Delta\lambda$ obrigatoriamente deve estar em radianos.

Desta expressão, imediatamente, se obtém:

$$\boxed{\frac{\partial Y}{\partial \varphi} = 0} \quad (2) \text{ e } \quad \boxed{\frac{\partial Y}{\partial \lambda} = R \cdot \cos \varphi_{\perp}} \quad (3)$$

O valor numérico de área de uma esfera é dado por:

$$V = 4\pi \cdot R^2$$

Para se obter este mesmo valor de área para o caso secante a partir das dimensões $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$, a quantidade $\overline{CD}/2$ deve ser igual a $R/\cos \varphi_{\perp}$, pois

$$2\pi \cdot R \cdot \cos \varphi_{\perp} \cdot 2 \cdot R / \cos \varphi_{\perp} = 4\pi \cdot R^2$$

Assim um valor de coordenada X se obtém de:

$$\boxed{X = R \cdot \sin \varphi / \cos \varphi_{\perp}} \quad (4)$$

Este raciocínio foi baseado no conhecimento do desenvolvimento do caso tangente já realizado.

Tal como para a expressão (1) que permitiu escrever (2) e (3), com a expressão (4) pode-se escrever as expressões (5) e (6).

IV

$$\frac{\partial X}{\partial \varphi} = R \cdot \cos \varphi / \cos \varphi_{\perp} \quad (5)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \lambda} = 0 \quad (6)$$

Se obtém E, F e G como :

$$E = \left(\frac{\partial X}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \varphi} \right)^2 = R^2 \cos^2 \varphi / (\cos \varphi_{\perp})^2$$

$$F = \frac{\partial X}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial X}{\partial \lambda} + \frac{\partial Y}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial Y}{\partial \lambda} = 0$$

$$G = \left(\frac{\partial X}{\partial \lambda} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \lambda} \right)^2 = R^2 (\cos \varphi_{\perp})^2$$

As distorções de escala m_{φ} e m_{λ} resultam:

$$m_{\varphi} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{R^2 \cos^2 \varphi}{R^2 (\cos \varphi_{\perp})^2}} = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_{\perp}} \quad (7),$$

$$m_{\lambda} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{R^2 (\cos \varphi_{\perp})^2}{R^2 \cos^2 \varphi}} = \frac{\cos \varphi_{\perp}}{\cos \varphi} \quad (8).$$

Como $F=0$ então $\{m_{\varphi}, m_{\lambda}\} = \{m_{\max}, m_{\min}\}$.

Como $m_{\varphi} \cdot m_{\lambda} = 1$, então a propriedade de equivalência é satisfeita.

Os semi-eixos das elipses de Tissot ficam orientados nas direções de paralelo e de meridianos representados.