CM077 – Introdução à geometria diferencial
Prof. Hudson Lima

Lista 01

1. Ache parametrizações pelo comprimento de arco para as seguintes curvas.
   (a) Parábola: $\alpha(t) = (t, t^2)$.
   (b) Helix: $\alpha(t) = (r\cos(t), r\sin(t), bt)$.
   (c) Elípse.
2. Um disco circular de raio 1 rola no plano xy sem deslizamento ao longo do eixo x. A figura descreve um ponto da circunferência do disco.

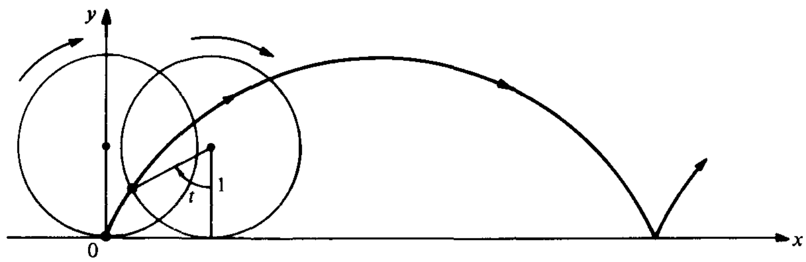

Figure 1-7. The cycloid.

Encontre uma parametrização para essa curva e ache o comprimento correspondente a uma volta completa do disco.

3. Seja $\alpha\colon I \to \mathbb{R}^n$ uma curva diferenciável e $[a, b] \subseteq I$ um intevalo fechado. Para toda partição

$$a = t_0 < t_1 < \cdots < t_n = b$$

de $[a, b]$, considere a soma $\sum_{i=1}^{n} |\alpha(t_i) - \alpha(t_{i-1})| = l(\alpha, P)$, onde P é a partição dada. A norma $|P|$ da partição é definida como

$$|P| = \max\{(t_i - t_{i-1}),\ i = 1, ..., n\}.$$

Prove que dado $\epsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que se $|P| < \delta$, então

$$\Big| \int_a^b |\alpha'(t)| dt - l(\alpha, P) \Big| < \epsilon.$$