

1ª prova de Cálculo I

Curitiba, 6 Março de 2014

1. Encontre o conjunto solução da seguinte desigualdade:

$$2x^2 + 5x < 12$$

2. Determine o domínio das seguintes funções:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+2}}$$

3. Seja $f(x) = ax + b$. Para que valores de a e b vale a seguinte identidade:

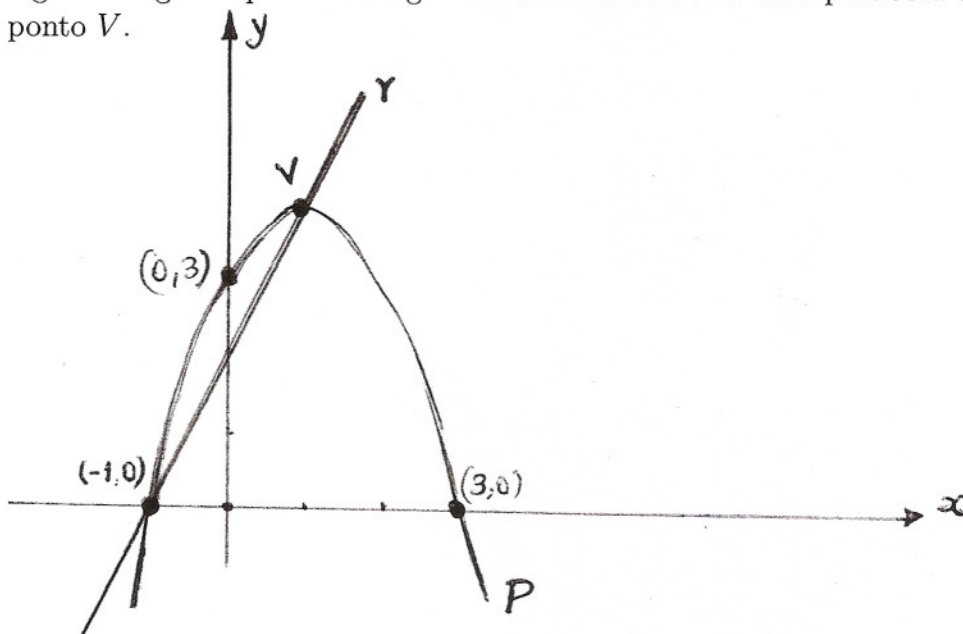
$$(f \circ f)(x) = 9x - 3$$

4. Determine a inversa da seguinte função

$$f(x) = 2 + \frac{3}{x+1}$$

5. Encontrar a equação da elipse com focos em $(0, 5)$ e $(6, 5)$ e que passa pelo ponto $(4, 6)$

6. A figura a seguir representa os gráficos de uma reta e de uma parábola cujo vértice é o ponto V .



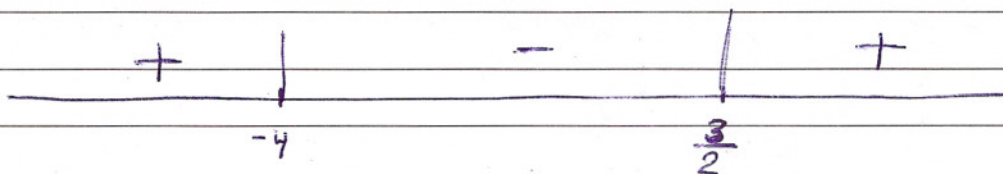
Determinar a equação da reta r e da parábola P :

1

$$2x^2 + 5x < 12$$

$$2x^2 + 5x - 12 < 0$$

$$(2x - 3)(x + 4) < 0$$

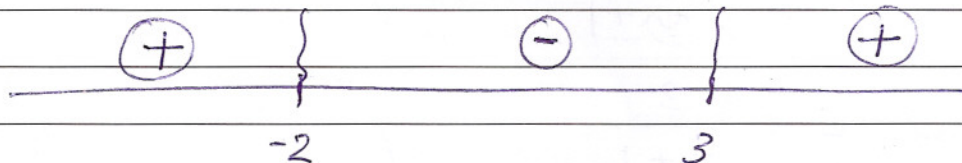


$$x \in]-4, \frac{3}{2}[$$

2

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+2}}$$

$$\text{Dom}(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} ; \frac{x-3}{x+2} \geq 0 \right\}$$



$$\text{Dom}(f) =]-\infty, -2[\cup [3, +\infty[$$

3

$$f(x) = ax + b$$

$$f(f(x)) = 9x - 3$$

$$a f(x) + b = 9x - 3$$

$$a[ax + b] + b = 9x - 3$$

$$a^2 x + ab + b = 9x - 3$$

$$a^2 = 9$$

$$ab + b = -3$$

$$a = \pm 3$$

$$(a+1)b = -3$$

$$\text{Se } a = 3 \Rightarrow b = \frac{-3}{4}$$

$$\text{Se } a = -3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

4

$$f(x) = 2 + \frac{3}{x+1}$$

Per tanto:

$$y = 2 + \frac{3}{x+1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3}{x-2} - 1$$

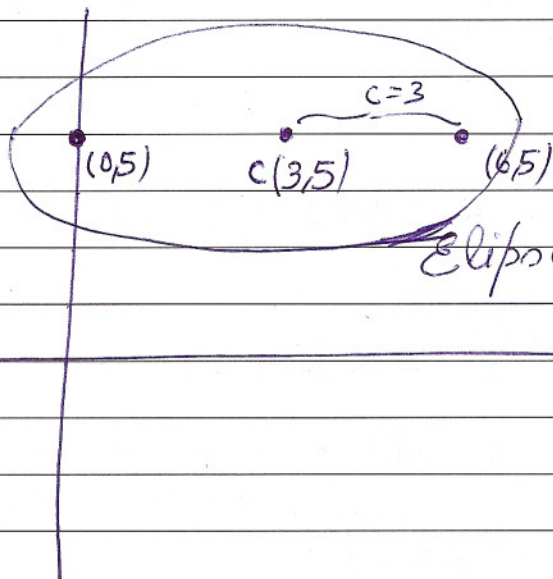
$$y - 2 = \frac{3}{x+1}$$

$$\frac{1}{y-2} = \frac{x+1}{3}$$

$$\frac{3}{y-2} = x+1$$

$$\left\{ x = \frac{3}{y-2} - 1 \right\}$$

15



Elipse: $\frac{(x-3)^2}{a^2} + \frac{(y-5)^2}{b^2} = 1$

$(4, 6) \in \text{elipse} \Rightarrow \frac{(4-3)^2}{a^2} + \frac{(6-5)^2}{b^2} = 1$

$\left\{ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \right\} \quad (1)$

Lembrar numa elipse temos:

$a^2 = b^2 + c^2$ onde neste caso $c = 3$

$\therefore \left\{ a^2 = b^2 + 9 \right\} \quad (2)$

De (1) $b^2 + a^2 = a^2 b^2$

Usando (2) $b^2 + (b^2 + 9) = (b^2 + 9) b^2$

$2b^2 + 9 = b^4 + 9b^2$

$b^4 + 7b^2 - 9 = 0$

~~$b^4 + 6b^2 - 9 + b^2 = 0$~~

$b^2 = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4(1)(-9)}}{2}$

$b^2 = \frac{-7 \pm \sqrt{85}}{2}$

$b^2 = \sqrt{85} - 7$

e $a^2 = \sqrt{85} + 11$

116 Da figura; temos que a equação da parábola

é:

$$P: y = -k(x+1)(x-3) \text{ onde } k > 0$$

$$(0,3) \in P \Rightarrow 3 = -k(0+1)(0-3)$$

$$3 = 3k$$

$$\therefore \boxed{k=1}$$

$$\therefore \boxed{P: y = -(x+1)(x-3)}$$

$$y = -(x^2 - 2x - 3)$$

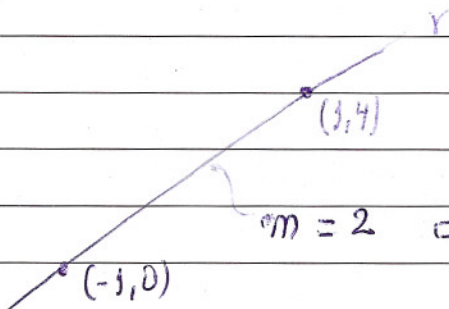
$$y = -[x^2 - 2x + 1 - 4]$$

$$y = -[(x-1)^2 - 4]$$

$$y = -(x-1)^2 + 4$$

$$y - 4 = -(x-1)^2$$

$\therefore V(1,4)$. Vertice da Parábola.



$$m = 2 \Rightarrow y = 2x + b$$

$$0 = -2 + b$$

$$b = 2$$

$$\boxed{r: y = 2x + 2}$$