

Universidade Federal do Paraná

Setor de Ciências Exatas

Departamento de Matemática

Prof. Juan Carlos Vila Bravo

Nome:

Exercícios de cálculo II (Funções de várias variáveis)

Curitiba, 5 de Abril de 2017

1. Derivada direcional

- (i) Calcule a derivada direcional da função $f(x, y) = 3x^4 - xy + y^3$ no ponto $P(1, 2)$ na direção do vetor \vec{u} que forma com o eixo x um ângulo de 60° .
- (ii) Seja $f(x, y)$ uma função diferenciável. Se $D_{\vec{u}}f(1, 1) = 3$ e $D_{\vec{v}}f(1, 1) = -1$, onde $\vec{u} = (3, 4)$ e $\vec{v} = (4, -3)$. calcule: $\nabla f(1, 1)$ e $D_{\vec{w}}f(1, 1)$ onde $\vec{w} = (1, 1)$.

2. Derivadas parciais de ordem superior

- (iii) Seja $f(x, y) = 3x^4y^5 - 4x^3y + 4$. Calcule todas as derivadas parciais de segunda ordem $f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy}$
- (iv) Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Calcule $f_{xy}(0, 0)$ e $f_{yx}(0, 0)$.

3. Linearização Encontre as linearizações das seguintes funções nos pontos dados:

- (v) $f(x, y) = e^{2y-x}$ em $(1, 2)$.
- (vi) $f(x, y, z) = e^x + \cos(y + z)$ em $(0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

4. Diferenciais e sensibilidade à variações

- (vii) Próximo ao ponto $(1, 2)$, $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 3$ é mais sensível às variações em x ou às variações em y ? Como você sabe?
- (viii) Use as diferenciais para estimar a quantidade de tinta necessária para aplicar uma camada de $0,05 \text{ cm}$ de tinta a um cilindro circular reto com diâmetro de $0,5 \text{ m}$ e altura $1,5 \text{ m}$