

Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas

Departamento de Matemática

Prof. Juan Carlos Vila Bravo

3^{ra} prova/lista de cálculo III

Filme: "Vai Que Dá Certo "

Curitiba, 13 de Maio de 2019

1. Determine o raio de convergência e o intervalo de convergência da série de potência dada. Justificar sua resposta

(i)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n} x^n$$

(ii)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(n+1)3^{n+1}}$$

2. Para a seguinte equação diferencial, encontre duas soluções em séries de potências linearmente independentes em torno do ponto ordinário (não-singular) $x_0 = 0$.

(iii)
$$(x^2 + 1)y'' + xy' - y = 0$$

3. Determine os pontos singulares da equação diferencial dada. Classifique cada ponto como regular ou irregular.

(iv)
$$(1 - x^2)^2 y'' + x(1 - x)y' + (1 + x)y = 0$$

(v)
$$(x^2 + x - 6)^2 y'' + (x + 3)y' + (x - 2)y = 0$$

4. Mostre que $x_0 = 0$ é um ponto singular regular da equação diferencial dada. Determine a equação indicial, a relação de recorrência e as raízes da equação indicial. Mostre que as raízes indiciais não diferem por um inteiro. Use o método de Frobenius para obter duas soluções em séries linearmente independentes em torno do ponto singular regular $x_0 = 0$. Encontre a solução geral em $]0, +\infty[$.

(v)
$$2xy'' + 5y' + xy = 0$$

5. Mostre que $x_0 = 0$ é um ponto singular regular da equação diferencial dada. Determine a equação indicial, a relação de recorrência e as raízes da equação indicial. Mostre que as raízes indiciais diferem por um inteiro. Use o método de Frobenius para obter duas soluções em séries linearmente independentes em torno do ponto singular regular $x_0 = 0$. Encontre a solução geral em $]0, +\infty[$.

(vi)
$$xy'' + y' - 4xy = 0$$