Universidade Federal do Paraná

Setor de Ciências Exatas

Departamento de Matematica Prof. Juan Carlos Vila Bravo

4^{ta} prova de cálculo II

Curitiba, 12 de Dezembro de 2013

1. Determine se os seguintes campos são conservativos e, em caso afirmativo, ache seu potencial

   a) $\vec{F}(x,y) = (e^{x+y}+1, e^{x+y})$

   b) $\vec{F}(x,y,z) = (2xz+y^2,\ 2xy,\ e^z+x^2)$

2. Dado o campo $\vec{F}(x,y) = (2xy,\ x^2+3y^2)$. Calcule $\int_{\mathcal{C}} \vec{F}\cdot d\,\vec{r}$ onde $\mathcal{C}$ é o arco de circunferência $(x-1)^2+(y-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$, com $x \geq 1$ que vai de $(1,0)$ a $(1,1)$.

3. Use o Teorema de Green para calcular a integral de linha ao longo da curva dada com orientação positiva.

$$\oint_{\mathcal{C}} \left(y + e^{\sqrt{x}}\right)dx + \left(2x + \cos(y^2)\right)dy$$

   $\mathcal{C}$ é a fronteira da região delimitada pelas parábolas $y = x^2$ e $x = y^2$.

4. Aplique o teorema de Gauss para obter o fluxo do campo
   $\vec{F}(x,y,z) = (xy^2+\cos z,\ x^2y + \text{sen } z,\ e^y)$ através de S, orientada positivamente.
   Onde S é a superfície do W limitado pelo paraboloide $z = x^2+y^2$ e pelo plano $z = 4$.

5. Use o teorema de Stokes para calcular $\int_{\mathcal{C}} \vec{F}\cdot d\,\vec{r}$, onde $\vec{F}(x,y,z) = (yz, xy, xz)$ e C é a fronteira do triângulo de vértices $(1,0,2)$, $((1,1,0)$ e $(0,1,1)$, percorrido nessa ordem;

6. **Problema Quente:** Dentre todas as curvas fechadas, simples e lisas no plano XY orientadas no sentido anti-horário, encontre aquela ao longo da qual o trabalho realizado por $\vec{F}(x,y) = (y^3-y, -2x^3)$ é maior.