

Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas

Departamento de Matemática

Prof. Juan Carlos Vila Bravo

1^{ra} Prova de Cálculo I
Curitiba, 04 de Abril de 2016

1. Determine, se possível, os valores de A e B para que:

$$\frac{x+1}{x^2-4x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-4}$$

2. Especifique os domínios das seguintes funções:

(i) $h(x) = \sqrt{9-x^2}$

(ii) $r(x) = \ln(2x^2+x)$

3. Determine o limite pedido ou informe que o limite não existe. Se o limite for infinito, indique se é $+\infty$ ou $-\infty$.

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0^-} x \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$

4. Identifique as assíntotas verticais e horizontais da curva das seguinte funções:

(i) $g(x) = \frac{3x-1}{x+2}$

(ii) $h(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$

5. Determine o valor da constante A para que a função $f(x)$ seja contínua para qualquer valor de x

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1}, & \text{para } x < -1 \\ Ax^2+x-3, & \text{para } x \geq -1 \end{cases}$$

6. **Problema quente:** Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x-1| - |2x+1|}{x}$

1

$$\frac{x+1}{x^2-4x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-4}$$



$$\begin{cases} A+B=1 \\ -4A=1 \end{cases}$$

$$\frac{x+1}{x(x-4)} = \frac{(A+B)x - 4A}{x(x-4)}$$

$$A = -\frac{1}{4} \text{ e } B = \frac{5}{4}$$

2. (i) $h(x) = \sqrt{9-x^2}$

$$\text{Dom}(h) = \{x \in \mathbb{R}; 9-x^2 \geq 0\}$$

$$9-x^2 = 0$$

$$x = \pm 3$$



$$\text{Dom}(h) = [-3, 3]$$

(ii) $r(x) = \ln(2x^2+x)$

$$\text{Dom}(r) = \{x \in \mathbb{R}; 2x^2+x > 0\}$$

$$2x^2+x = 0$$

$$x(2x+1) = 0$$



$$\text{Dom}(r) = \langle -\infty, -\frac{1}{2} \rangle \cup \langle 0, +\infty \rangle$$

3. (i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1} = \left(\frac{0}{0}\right) = ?$

$$\frac{x^2+x-2}{x^2-1} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+2}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x+1} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{ii} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} x \sqrt{1 - \frac{1}{x}} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} -|x| \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} -\sqrt{x^2} \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} -\sqrt{x^2 - x} = 0
 \end{aligned}$$

$$\boxed{4} \quad \textcircled{i} \quad g(x) = \frac{3x-1}{x+2}$$

$$\text{DOM}(g) = \{x \in \mathbb{R} ; x+2 \neq 0\}$$

$$\therefore x+2=0 \Rightarrow \boxed{x=-2} \text{ "Asintota Verticale"}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 3$$

$$\therefore \boxed{y=3} \text{ "Asintota Horizontale"}$$

$$\textcircled{ii} \quad h(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{-1}{x(x-1)}$$

$$\text{Asintota Verticale } x=0 \text{ e } x=1$$

$$\text{Asintota Horizontale } y=0.$$

$\boxed{5}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1}, & x < -1 \\ \Delta x^2 + x - 3, & x \geq -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} Ax^2 + x - 3 = A - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} x - 1 = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \Leftrightarrow A - 4 = -2$$

$$\boxed{A = 2}$$

$$\therefore \exists \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = -2$$

$$f(-1) = 2(-1)^2 + (-1) - 3 = 2 - 4 = -2$$

$$\therefore f \text{ é contínua} \Leftrightarrow A = 2$$

6

$$y = 2x - 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$f(x) = \frac{|2x-1| - |2x+1|}{x}$$

* Se $x > 0$ (x - Próximo de 0)

$$f(x) = \frac{-(2x-1) - (2x+1)}{x} = \frac{-4x}{x} = -4$$

* Se $x < 0$ (x - Próximo de 0)

$$f(x) = \frac{-(2x-1) - (2x+1)}{x} = \frac{-4x}{x} = -4$$

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4}$$

