
Lista de Exercícios de Cálculo I

Curitiba, 13 de Fevereiro de 2014

1. Encontre o conjunto solução das seguintes desigualdades

$$(a) -7 \leq 5x - 3 \leq 12 \quad (b) -1 < \frac{3 - 7x}{4} \leq 6$$

$$(c) \frac{5}{7 - 2x} > 0 \quad (d) \left| \frac{7 - 3x}{2} \right| \leq 1$$

$$(e) 41 \leq |3 - 11x| \quad (f) 3x^2 + 5x - 2 < 0$$

$$(g) 2x^2 + 9x + 4 \geq 0 \quad (h) 5 + \sqrt{x} < 1$$

$$(i) \frac{1}{x^2} < 100 \quad (j) \frac{3}{x - 9} > \frac{2}{x + 2}$$

2. Determine o domínio e imagem da função f

$$(a) f(x) = \sqrt{3x - 5} \quad (b) f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

$$(c) f(x) = \frac{x + 1}{x^3 - 9x} \quad (d) f(x) = \frac{4x + 7}{6x^2 + 13x - 5}$$

$$(e) f(x) = \frac{1}{x} \quad (f) f(x) = \sqrt[3]{x - 4}$$

3. Determine $(f \circ g)(x)$ e $(g \circ f)(x)$,

$$(a) f(x) = 2x^2 + 5, \quad g(x) = 4 - 7x \quad (b) f(x) = \frac{1}{3x + 1}, \quad g(x) = \frac{2}{x^2}$$

4. Prove que f e g são inversas uma da outra

$$(a) f(x) = 9x + 2, \quad g(x) = \frac{x - 2}{9} \quad (b) f(x) = x^3 + 1, \quad g(x) = \sqrt[3]{x - 1}$$

$$(c) f(x) = \frac{1}{x - 1}, \quad x > 1; \quad g(x) = \frac{1 + x}{x}, \quad x > 0$$

5. Determine a função inversa de f

$$(a) f(x) = 8 + 11x \quad (b) f(x) = 6 - x^2, \quad \text{com } x \in [0, \sqrt{6}]$$

$$(c) f(x) = \sqrt{1 - 4x^2} \quad \text{com } x \in [0, 1/2] \quad (d) f(x) = 7 - 3x^3$$

6. Uma função f com domínio X é (i) **par** se $f(-a) = f(a)$ para todo a em X e (ii) **ímpar** se $f(-a) = -f(a)$ para todo a em X . Em cada um dos seguintes exercícios determine se f é par, ímpar, ou nem par nem ímpar.

(a) $f(x) = 3x^3 - 4x$

(b) $f(x) = 9 - 5x^2$

(c) $f(x) = 2x^3 + x^2$

(d) $f(x) = \frac{4x + 7}{6x^2 + 13x - 5}$

(e) $f(x) = |x|$

(f) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 4}$

A equação da reta

7. encontre a equação da reta com as seguintes características:

(a) Que passe pelo ponto $(1, 1)$ e que tenha inclinação de -1 . Rpta: $y = -x + 2$

(b) Que passe pelos pontos $(1, 1), (2, 1)$. Rpta $y = 1$.

(c) Que passe pelo ponto $(1, 5)$ e seja paralela a reta $y = x + 3$. Rpta: $y = x + 4$

(d) Que passe pelo ponto $(2, 1)$ e faça um ângulo de 45° com a reta $y = 3x - 2$

Rpta: $y = \frac{x}{2}$

8. Encontre os pontos de interseção das seguintes retas:

(a) $3x - 2y + 1 = 0, \quad x + 3y - 1 = 0$. Rpta: $(-\frac{1}{11}, \frac{4}{11})$

(b) $2y - x + 1 = 0, \quad y = x + 3$. Rpta: $(-1, -2)$

9. Encontre o ponto da reta $y = 2x + 1$ mais próximo do ponto $(1, 1)$. Rpta: $(\frac{1}{5}, \frac{7}{5})$

10. Encontre o ponto da reta que passa pelos pontos $(0, 3), (2, 5)$ mais próximo do ponto $(2, 1)$. Rpta $(0, 3)$.

11. Calcule a distância entre as seguintes retas e pontos.

(a) $3y + 2x - 1 = 0, \quad (1, 0)$ Rpta $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(b) $y = 4x - 1 = 0, \quad (1, 3)$ Rpta $\frac{12}{\sqrt{17}}$

12. Calcular o ângulo que fazem as seguintes retas:

(a) $2y + 2x - 1 = 0, \quad y = 2$ Rpta 45°

(b) $8y + 4x - 1 = 0, \quad y - 2x - 1 = 0$ Rpta 90°

A Parábola

13. Encontrar a equação da parábola com as seguintes características:

(a) Que passe pelos pontos $(3, 1), (2, 5), (1, 5)$ e reta diretriz horizontal.

Rpta $y = -2x^2 + 6x + 1$

- (b) Com foco no ponto $(0, 2)$ e com reta diretriz $y = 5$. Rpta: $6y = x^2 - 21$
- (c) que passe pelos pontos $(1, 0)$, $(2, 3)$, $(4, 5)$ e reta diretriz vertical.
14. Encontre os vertices das seguintes parábolas :
- (a) $y^2 = 2x = 1$
- (b) $2y + x^2 + 2x - 5 = 0$
15. Encontre os pontos de interseção entre as seguintes parábolas e retas:
- (a) $y + 2x^2 = 1$, $x + y + 1 = 0$.
- (b) $2y + x^2 + x - 5 = 0$, $2x - 2y + 1 = 0$
16. Encontre o valor de m de tal forma que a parábola $y = x^2$ e a reta $y = mx - 4$ tenham somente um ponto de interseção

Equação do círculo

17. Encontre a equação do círculo com centro no ponto $(1, 1)$ e raio igual a $r = 1$.
18. Encontre a equação do círculo com centro no ponto da reta $y = x + 1$ mais proximo da origem e raio $r = 1$.
19. Encontre a equação do círculo que passe pelos pontos $(0, 0)$, $(2, 3)$, $(1, 5)$.
20. Mostre que o círculo que passa pelos pontos $(0, 0)$, $(0, a)$, $(b, 0)$ é dado por

$$\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{4}$$

A elipse

21. Encontrar a equação da elipse com centro no ponto $(0, 1)$ e com focos em $(-3, 1)$, $(3, 1)$ e passa pelo ponto $(0, 3)$.
22. Encontrar a equação da elipse de eixos paralelos aos eixos coordenados com focos nos pontos $(-2, 5)$, $(6, 5)$ e que passa pelo ponto $(0, 6)$.
23. Encontrar os pontos de interseção da reta que passa pelos pontos $(-1, 0)$, $(1, 4)$ e a elipse $9x^2 + y^2 = 1$

Equação da Hipérbole

24. Determine o centro, os vértices, os focos , os eixos de simetria e desenhe o gráfico das hipérboles com as suas assíntotas:
- (a) $5x^2 - 4y^2 - 20x - 8y - 4 = 0$
- (b) $-4x^2 + y^2 + 8x + 4y + 4 = 0$