Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Matematica

1) Esboce o gráfico da função f(x) = 2x + 3 e responda qual é a taxa de variação média dessa função quando x varia de 0 para 4?

2) Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função, no ponto de abscissa dada:

a) $f(x) = 5x - 3$, em $x = 2$
b) $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$, em $x = 0$
c) $f(x) = x^3 + 3x - 1$, em $x = 1$
d) $f(t) = 10t^2 + 5t$, em $t = 0$
e) $f(x) = 5x^2 - 4x$, em $x = 2$
f) $f(x) = 4 - 2x$, em $x = 1$

3) Encontre a equação da reta tangente à curva $f(x) = x^2 - 2x + 1$ no ponto (0, 1).

4) Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = sen\, x$ no ponto de abscissa $x = 0$ rad.

5) Encontre os pontos sobre a curva $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ onde a reta tangente é horizontal.

6) Quais os valores de x onde o gráfico de $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 87$ tem tangentes horizontais?

7) Mostre que a curva $f(x) = 6x^3 + 5x - 3$ não tem reta tangente com inclinação 4.

8) Mostre que as curvas $2x^2 + y^2 = 3$ e $x = y^2$ são ortogonais.

9) Determine e classifique os pontos críticos das seguintes funções:

a) $f(x) = x^2 - 6x + 8$
b) $f(x) = -x^2 + 6x - 8$
c) $f(x) = x^2 - 12x + 35$
d) $f(x) = -x^2 + 12x - 35$

10) Estude o comportamento da função $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$, ou seja, determine:

a) Intervalo(s) de crescimento.
b) Intervalo(s) de decrescimento.
c) Ponto(s) de Máximo relativo (local), caso existam.
d) Ponto(s) de Mínimo relativo (local), caso existam.

11) Para as funções a seguir, ache os pontos críticos de f (se houver), encontre o(s) intervalo(s) aberto(s) onde a função seja crescente ou decrescente e aplique o Teste da Primeira Derivada para identificar todos os extremos relativos.

(a) $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$

(b) $f(x) = \frac{x^5 - 5x}{5}$

(c) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

(d) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x+1}$

12) Encontre os pontos de inflexão e discuta a concavidade do gráfico da função

(a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$

(b) $f(x) = x(x-4)^3$

(c) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

(d) $f(x) = x + 2\cos x \; x \in [0, 2\pi]$

13) Nos itens abaixo ache: (a) os intervalos nos quais f é crescente, (b) os intervalos nos quais f é decrescente, (c) os intervalos abertos nos quais f é côncava pra cima, (d) os intervalos abertos nos quais f é côncava para baixo, (e) as coordenadas x de todos os pontos de inflexão.

(a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

(b) $f(x) = \frac{x^2}{x^2+2}$

(c) $f(x) = xe^{x^2}$

(d) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

(e) $f(x) = \cos x \quad x \in [0, 2\pi]$

14) Se uma função par $f(x)$ possui um valor máximo local em $x = c$, pode-se dizer algo quando $x = -c$? Justifique sua resposta.

15) Se uma função ímpar $f(x)$ possui um valor máximo local em $x = c$, o que se pode dizer quando $x = -c$? Justifique sua resposta.

16) Para que valores de a, m e b a função $f(x) = \begin{cases} 3, x = 0 \\ -x^2 + 3x + a, 0 < x < 1 \\ mx + b, 1 \le x \le 2 \end{cases}$ satisfaz a hipótese do Teorema do Valor Médio no intervalo [0, 2]?

17) Faça um esboço do gráfico das funções abaixo:

(a) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 1$

(b) $y = \frac{2x}{x-3}$

(c) $y = \frac{x^2 - 1}{x^3}$

(d) $y = \frac{x-1}{x^2-4}$

(e) $f(x) = 2x + 3x^{\frac{2}{3}}$

18) Ache os valores de máximo e de mínimo absoluto de f no intervalo dado e indique onde estes valores ocorrem.

(a) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1 \quad [0,1]$

(b) $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{4x^2+1}} \quad [-1,1]$

(c) $f(x) = 2\sin x - \cos 2x \quad [0,2\pi]$

(d) $f(x) = x^3 - 3x - 2 \quad (-\infty, +\infty)$

(e) $f(x) = 4x^3 - 3x^4 \quad (-\infty, +\infty)$

19) Um fazendeiro deve cercar dois pastos retangulares, de dimensões a e b, com um lado comum a. Se cada pasto deve medir 400 m^2 de área, determinar as dimensões a e b, de forma que o comprimento da cerca seja mínimo.

20) Usando uma folha quadrada de cartolina, de lado 12 cm, deseja-se construir uma caixa sem tampa, cortando em seus cantos quadrados iguais e dobrando convenientemente a parte restante. Determinar o lado dos quadrados que devem ser cortados de modo que o volume da caixa seja o maior possível.

21) Um fabricante precisa produzir caixas de papelão, com tampa, tendo na base um retângulo com comprimento igual ao triplo da largura. Calcule as dimensões que permitem a máxima economia de papelão para produzir caixas de volume de 36 m^3.

22) Um atleta percorre uma pista de 100 m de modo que a distância S(t) percorrida após t segundos é $s(t) = \frac{1}{5}t^2 + 8t$. Determine a velocidade do atleta quando $t = 5$ seg.

23) Um projétil é lançado verticalmente do solo com velocidade inicial de 112 m/s. Após t segundos, sua distância do solo é de $112 - 4{,}9t^2$ metros. Determine a velocidade e a aceleração instantânea em t = 2 seg.

24) A posição de um ponto material que se desloca ao longo de uma reta é definida por $x = t^3 - 6t^2 - 15t + 40$, onde x é expresso em metros e t em segundos. Determine:
a) O instante no qual a velocidade será nula.
b) A posição e a distância percorrida pela partícula até este instante.
c) A aceleração da partícula neste instante.

25) Dois corpos tem movimento em mesma reta segundo as equações $s_1(t) = t^3 + 4t^2 + t - 1$ e $s_2(t) = 2t^3 - 5t^2 + t + 2$. Determine as velocidades e posições desses corpos quando as suas acelerações são iguais considerando s em metros e t em segundos.

26) Se a posição de uma partícula é definida como $s = 2 \cdot sen\left(\frac{\pi}{5} \cdot t\right) + 4$, onde t é expresso em segundos, determine a velocidade e a aceleração no instante t.

27) O deslocamento de uma partícula sobre uma corda vibrante é dado pela equação $s(t)=10+\frac{1}{4}\cdot sen\left(10\pi t\right)$, onde s é medido em centímetros e t em segundos. Encontre a velocidade da partícula após t segundos.

28) A posição de uma partícula é dada por $s(t)=2t^3-40t^2+200t-50$, onde s está em metros e t em segundos. Determine o tempo no qual a velocidade se anula.

29) A velocidade de uma partícula é dada por $v(t)=25t^2-80t-200$, onde v está em metros por segundo e t em segundos. Calcule a velocidade quando a aceleração é nula.

30) A coordenada de posição de uma partícula movendo-se ao longo de uma linha reta é dada por $s(t)=2t^3-24t+6$, onde s é medido em metros a partir de uma origem e t está em segundos. Determine:

a) o tempo necessário para a partícula alcançar uma velocidade de 72m/s a partir de sua condição inicial em t = 0.
b) A aceleração da partícula quando v = 30m/s.
c) O deslocamento resultante durante o intervalo de t = 1 s até t = 4 s.

31) Uma partícula move-se segundo a trajetória $s(t)=-2t^3+7t^2-3$. Determine:

a) A equação da velocidade.
b) A equação da aceleração.
c) A velocidade no instante t = 3 seg.
d) A aceleração no instante t = 1 seg.

RESPOSTAS

1. [f(4)-f(0)]/[4-0] = **2**
2.
a) y =5x – 3
b) y = - 3x + 5
c) y = 6x-3
d) y = 5t
e) y = 16x –20
f) y = -2x+4

3. $y=-2x+1$
4. y = x.
5. (1, 0) e $\left(-\frac{1}{3},\frac{32}{27}\right)$
6. x = 2 e x = -1
7. .
8. .
9. a) Ponto Crítico: P(3, -1) que é um ponto de mínimo local.
b) Ponto Crítico: P(3, 1) que é um ponto de máximo local.
c) Ponto Crítico: P(6, -1) que é um ponto de mínimo local.
d) Ponto Crítico: P(6, 1) que é um ponto de máximo local.

10.

a) $]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[$

b) $[1, 3]$

c) $(1, 5)$

d) $(3, 1)$

11. (a) Pontos Críticos: $x = 1$; f é crescente em$(-\infty, 1)$; f é decrescente em $(1, \infty)$; $x = 1$ é ponto de máximo.

(b) Pontos Críticos: $x = 1$ e $x = -1$; f é crescente em $(-\infty, -1)$ e $(1, \infty)$; f é decrescente em $(-1,1)$; $x = 1$ é ponto de mínimo relativo.

(c) Pontos Críticos: $x = 1, x = 0$ e $x = -1$; f é crescente em $(-\infty, -1)$ e $(1, \infty)$; f é decrescente em $(-1,0)$ e $(0,1)$; $x = -1$ é ponto de máximo relativo $x = 1$ é ponto de mínimo relativo.

(d) Pontos Críticos: $x = 1, x = 3$ e $x = -1$; f é crescente em $(-\infty, -3)$ e $(1, \infty)$; f é decrescente em $(-3,1)$; $x = -3$ é ponto de máximo relativo $x = 1$ é ponto de mínimo relativo.

12. (a) Ponto de inflexão: $x = 2$; f é côncava pra cima em $(2, \infty)$; f é côncava pra baixo em $(-\infty, 2)$;

(b) Ponto de inflexão: $x = 2$ e $x = 4$; f é côncava pra cima em $(-\infty, 2)$ e $(4, \infty)$; f é côncava pra baixo em $(2,4)$;

(c) Ponto de inflexão: $x = 1$; f é côncava pra cima em $(-\infty, -1)$; f é côncava pra baixo em $(-1, \infty)$;

(d) Ponto de inflexão: $x = \frac{\pi}{2}$ e $x = \frac{3\pi}{2}$; f é côncava pra cima em $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ e $(4, \infty)$; f é côncava pra baixo em $(0, \frac{\pi}{2})$ e $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$;

13. (a) f é crescente em $\left(\frac{5}{2}, \infty\right)$; f é decrescente em $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$; f é côncava pra cima em $(-\infty, \infty)$; Não há ponto de inflexão.

(b) f é crescente em $(0, \infty)$; f é decrescente em $(-\infty, 0)$; f é côncava pra cima em $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$; f é côncava pra baixo em $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ e $\left(\frac{\sqrt{6}}{3}, \infty\right)$; Pontos de inflexão $x = \frac{\sqrt{6}}{3}$ e $x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

(c) f é crescente em $(-\infty, \infty)$; f é côncava pra cima em $(0, \infty)$; f é côncava pra baixo em $(-\infty, 0)$ Pontos de inflexão $x = 0$;

(d) f é crescente em $(0, \infty)$; f é decrescente em $(-\infty, 0)$; f é côncava pra cima em $(-1,1)$; f é côncava pra baixo em $(0, \frac{\pi}{2})$ e $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$; Pontos de inflexão $x = -1$ e $x = 1$

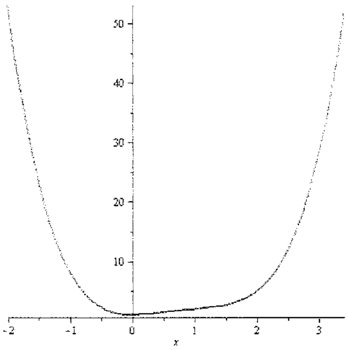
(e) f é crescente em $(\pi, 2\pi)$; f é decrescente em $(0, \pi)$; f é côncava pra cima em $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$; f é côncava pra baixo em $(-\infty, -1)$ e $(1, \infty)$; Pontos de inflexão : $x = \frac{\pi}{2}$ e $x = \frac{3\pi}{2}$

14.

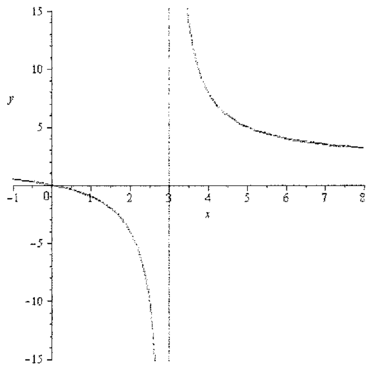
15.

16. a=3, m=1 e b=4

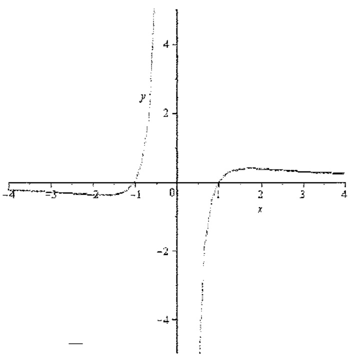
17.



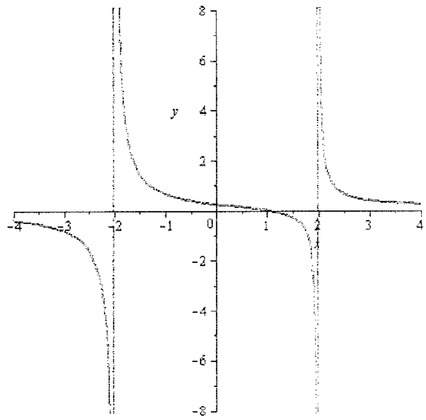
a)



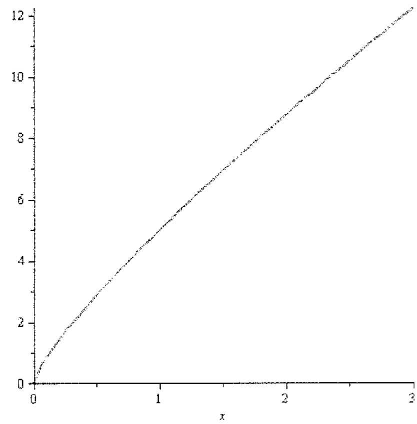
b)



c)



d)



e)

18. (a) Valor máximo 1 em $x = 0$ e valor mínimo 0 em $x = \frac{1}{2}$

(b) Valor máximo $\frac{3}{\sqrt{5}}$ em $x = 1$ e valor mínimo $-\frac{3}{\sqrt{5}}$ em $x = -1$

(c) Valor máximo 3 em $x = \frac{\pi}{2}$ e valor mínimo $-\frac{3}{2}$ em $x = \frac{7\pi}{6}$ e $x = \frac{11\pi}{6}$

(d) Não tem máximo e nem mínimo

(a) Valor máximo 1 em $x = 1$ e não há mínimo

19. $a = \dfrac{40\sqrt{3}}{3}, b = 10\sqrt{3}$

20.

21. Comprimento: 6 m, Largura: 2 m e altura: 3m

22. v(5) = 10 m/s

23. v(2) = - 19,6 m/s e a(2) = -9,8 m/s^2.

24.

a) t = 5 seg.

b) Posição = - 60 e distância percorrida = 100 m

c) a = 18 m/s^2

25. Dica: $s_1''(t) = s_2''(t)$ => $v_1(3)$= 52 m/s, $s_1(3)$= 65 m, $v_2(3)$= 25 m/s e $s_2(3)$= 14 m

26.

27. $v(t)=\frac{2\pi}{5}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{5}\cdot t\right)$, $a(t)=-\frac{2\pi^2}{5}\cdot sen\left(\frac{\pi}{5}\cdot t\right)$

$v(t)=\left(\frac{5\pi}{2}\right)\cdot\cos\,(10\,\pi\, t)\, cm/s$

28. t = 10 seg. e t = 10/3 seg.

29. v = -264 m/s

30.

a) t = 4 s	b) a = 36 m/s^2	c) 54 m

31.

a) v(t)= - 6t^2 + 14t	c) -12 m/s

b) a(t) = - 12t + 14	d) 2 m/s^2