

Introdução

Nesta disciplina estudaremos os conceitos do Cálculo Diferencial e Integral para as funções

$$f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m \quad (n, m \in \mathbb{N}, \text{ não simultaneamente iguais a } 1)$$

Casos particulares:

1. Se $m = n = 1$, obtem-se a função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.

Estas funções designam-se por **funções reais de variável real** e foram estudadas em Cálculo I.

Programa de Cálculo I (CM-041):

- Função real de uma variável real. Números reais. Intervalo. Módulo. Funções. Limite e continuidade: definição de limite, teoremas e aplicações; limites laterais; limites infinitos; limites no infinito; assíntotas verticais e horizontais. Continuidade: definição, teoremas e aplicações; continuidade com função composta, aplicações; teorema do valor intermediário, aplicações.
- Derivada: definição, teoremas e aplicações; derivabilidade e continuidade; derivada de função composta (regra da cadeia); derivação implícita; derivadas de ordem superior. Aplicações: máximos e mínimos absolutos e relativos; teorema de Rolle e do valor médio; funções crescentes e decrescentes, teste da derivada primeira; concavidade e pontos de inflexão; teste da derivada segunda para extremos relativos; traçado do gráfico de funções algébricas; outras aplicações. Diferencial: definição e aplicações; anti-diferenciação, integrais indefinidas e aplicações.
- Integrais. Área: definição, teoremas e aplicações; teorema do valor médio para integrais definidas; teorema fundamental do cálculo; cálculo de áreas, volumes e comprimentos de curvas por integral definida. Funções logarítmica e exponencial: definições, limites, derivadas e integrais. Funções trigonométricas inversas e hiperbólicas: definições, derivadas e integrais. Técnicas de integração: integração por partes, integração das potências de seno, co-seno, tangente, co-tangente, secante, co-secante, integração por substituição trigonométrica, integração das funções racionais. Aplicações. Formas indeterminadas, integrais impróprias e fórmulas de Taylor e de MacLaurin.

2. Se $m = 1$ estas funções designam-se por **campos escalares** ou **funções escalares**.

$$f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R} \quad (n > 1)$$

3. Se $m > 1$ estas funções designam-se por **campos vectoriais** ou **funções vectoriais**.

$$\vec{f} : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m \quad (n \geq 1)$$

Exemplos:

1. $f : D \subset \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x, y, z) = x + y + z$
2. $\vec{f} : D \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ tal que $\vec{f}(x, y) = \left(x + y, x - y, xy, \frac{x}{y} \right)$
3. $f : D \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $\vec{f}(t) = (t, t^2)$
4. $\vec{f} : D \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $\vec{f}(t) = (\cos t, \sin t, t^2)$
5. $\vec{f} : D \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $\vec{f}(x, y) = xy$
6. $\vec{f} : D \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $\vec{f}(x, y) = (-y, x)$
7. $\vec{f} : D \subset \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, 3)$

Programa de Cálculo II (CM-042):

- Funções Vetoriais de uma Variável Real. Limites, derivadas e integrais. Comprimento de arco. Vetores unitários da tangente e da normal: interpretação física. Comprimento de arco como parâmetro. Curvatura.
- Cálculo Diferencial de Funções de Mais de Uma Variável. Limites, continuidade. Gráfico, curvas de nível. Derivadas parciais, diferenciabilidade. Regra da cadeia. Derivadas parciais de ordem superior. Derivadas direcionais e gradientes. Planos tangentes e normais a superfícies. Extremos de funções de várias variáveis. Derivação de funções implícitas. Multiplicadores de Lagrange. Obtenção de uma função a partir do seu gradiente e diferencial exata. Aplicações.
- Integração Múltipla. Integrais duplas; cálculo de áreas e volumes. Integração tripla. Mudança de variáveis em integrais múltiplas. Aplicações.
- Cálculo Vetorial. Campos vetoriais. Integrais de linha. Integrais de superfície. Teoremas de Green, Gauss e Stokes. Aplicações.

Objetivos: Identificar, representar e interpretar funções de várias variáveis reais. Resolver problemas e interpretar os resultados, utilizando tópicos do programa.

Avaliação: A avaliação será feita mediante a 4 provas ao longo do semestre e possíveis provas substitutivas.

Referências Bibliográficas:

- Diomara Pinto e Maria C. F. Morgado, Cálculo Diferencial e Integral de Funções de Várias Variáveis, 3^{ra} edição. Editora UFRJ.

- STEWART, James - Cálculo, vol.2 - 5a. ou 6a. ed., São Paulo, Pioneira /Thomson Learning
- LEITHOLD, L. - O Cálculo com Geometria Analítica, v. 2. Harbra, RJ, 1994.
- SWOKOWSKI, E. - Cálculo com Geometria Analítica, v.2. Makron, SP, 1994.