EXERCÍCIOS 4.3

As respostas aos problemas ímpares começam na página RESP-6.

Nos problemas 1-14, determine a solução geral da equação diferencial de segunda ordem.

1. $4y'' + y' = 0$
2. $y'' - 36y = 0$
3. $y'' - y' - 6y = 0$
4. $y'' - 3y' + 2y = 0$
5. $y'' + 8y' + 16y = 0$
6. $y'' - 10y' + 25y = 0$
7. $12y'' - 5y' - 2y = 0$
8. $y'' + 4y' - y = 0$
9. $y'' + 9y = 0$
10. $3y'' + y = 0$
11. $y'' - 4y' + 5y = 0$
12. $2y'' + 2y' + y = 0$
13. $3y'' + 2y' + y = 0$
14. $2y'' - 3y' + 4y = 0$

Nos problemas 15-28, determine a solução geral da equação diferencial de ordem superior dada.

15. $y''' - 4y'' - 5y' = 0$
16. $y''' - y = 0$
17. $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = 0$
18. $y''' + 3y'' - 4y' - 12y = 0$
19. $\dfrac{d^3u}{dt^3} + \dfrac{d^2u}{dt^2} - 2u = 0$
20. $\dfrac{d^3x}{dt^3} - \dfrac{d^2x}{dt^2} - 4x = 0$
21. $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$
22. $y''' - 6y'' + 12y' - 8y = 0$
23. $y^{(4)} + y''' + y'' = 0$
24. $y^{(4)} - 2y'' + y = 0$
25. $16\dfrac{d^4y}{dx^4} + 24\dfrac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$
26. $\dfrac{d^4y}{dx^4} - 7\dfrac{d^2y}{dx^2} - 18y = 0$
27. $\dfrac{d^5u}{dr^5} + 5\dfrac{d^4u}{dr^4} - 2\dfrac{d^3u}{dr^3} - 10\dfrac{d^2u}{dr^2} + \dfrac{du}{dr} + 5u = 0$
28. $2\dfrac{d^5x}{ds^5} - 7\dfrac{d^4x}{ds^4} + 12\dfrac{d^3x}{ds^3} + 8\dfrac{d^2x}{ds^2} = 0$

Nos problemas 29-36, resolva o problema de valor inicial dado.

29. $y'' + 16y = 0,\quad y(0) = 2, y'(0) = -2$
30. $\dfrac{d^2y}{d\theta^2} + y = 0,\quad y\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 0, y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 2$
31. $\dfrac{d^2y}{dt^2} - 4\dfrac{dy}{dt} - 5y = 0,\quad y(1) = 0, y'(1) = 2$
32. $4y'' - 4y' - 3y = 0,\quad y(0) = 1, y'(0) = 5$
33. $y'' + y' + 2y = 0,\quad y(0) = y'(0) = 0$
34. $y'' - 2y' + y = 0,\quad y(0) = 5, y'(0) = 10$
35. $y''' + 12y'' + 36y' = 0,\quad y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = -7$
36. $y''' + 2y'' - 5y' - 6y = 0,\quad y(0) = y'(0) = 0, y''(0) = 1$

Nos problemas 37-40, resolva o problema de valor de contorno dado.

37. $y'' - 10y' + 25y = 0,\quad y(0) = 1, y(1) = 0$
38. $y'' + 4y = 0,\quad y(0) = 0, y(\pi) = 0$
39. $y'' + y = 0,\quad y'(0) = 0, y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$
40. $y'' - 2y' + 2y = 0,\quad y(0) = 1, y(\pi) = 1$

Nos problemas 41 e 42, resolva o problema dado usando primeiramente a solução geral dada em (10). Resolva novamente, dessa vez usando a forma dada em (11).

41. $y'' - 3y = 0, \quad y(0) = 1, y'(0) = 5$

42. $y'' - y = 0, \quad y(0) = 1, y'(1) = 0$

Nos problemas 43-48, cada figura representa o gráfico da solução particular de uma dentre as seguintes equações diferenciais:

a) $y'' - 3y' - 4y = 0$

b) $y'' + 4y = 0$

c) $y'' + 2y' + y = 0$

d) $y'' + y = 0$

e) $y'' + 2y' + 2y = 0$

f) $y'' - 3y' + 2y = 0$

Associe cada curva solução com uma equação diferencial. Explique seu raciocínio.

43.

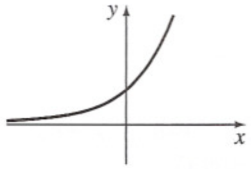

FIGURA 4.3.2 Gráfico para o Problema 43

44.

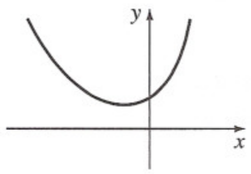

FIGURA 4.3.3 Gráfico para o Problema 44.

45.

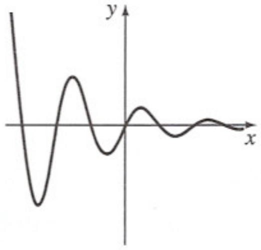

FIGURA 4.3.4 Gráfico para o Problema 45.

46.

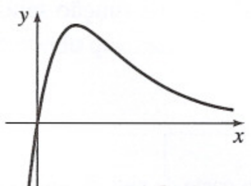

FIGURA 4.3.5 Gráfico para o Problema 46.

47.

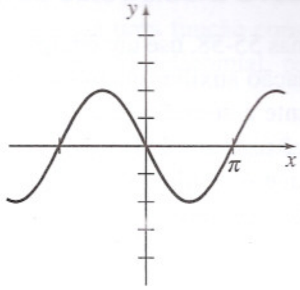

FIGURA 4.3.6 Gráfico para o Problema 47.

48.

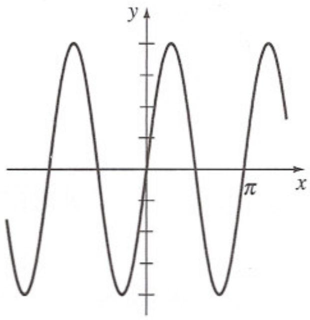

FIGURA 4.3.7 Gráfico para o Problema 48.

PROBLEMAS PARA DISCUSSÃO

49. As raízes de uma equação auxiliar cúbica são $m_1 = 4$ e $m_2 = m_3 = -5$. Qual é a equação diferencial linear homogênea correspondente? Discuta: essa é a única resposta?

50. Duas raízes de uma equação auxiliar cúbica com coeficientes reais são $m_1 = -1/2$ e $m_2 = 3 + i$. Qual é a equação diferencial linear homogênea correspondente?

51. Ache a solução geral de $y''' + 6y'' + y' - 34y = 0$, sabendo que $y_1 = e^{-4x}\cos x$ é uma solução.

52. Para resolver $y^{(4)} + y = 0$, precisamos encontrar as raízes de $m^4 + 1 = 0$. Esse é um problema trivial para um SAC, mas pode ser resolvido à mão, utilizando números complexos. Observe que $m^4 + 1 = (m^2 + 1)^2 - 2m^2$. Como isso pode ajudar? Resolva a equação diferencial.

53. Verifique que $y = \operatorname{senh} x - 2\cos(x + \pi/6)$ é uma solução particular de $y^{(4)} - y = 0$. Compatibilize esta solução particular com a solução geral da ED.

54. Considere o problema de valor de contorno $y'' + \lambda y = 0$, $y(0) = 0$, $y(\pi/2) = 0$. Discuta se é possível determinar valores de λ de tal forma que o problema tenha **(a)** soluções triviais, **(b)** soluções não triviais.