

LISTA 0

Esta lista é apenas para **REVISÃO** de Integral Indefinida, Integral Definida, do Teorema Fundamental do Cálculo e Integração por Substituição, tópicos estudados na disciplina Cálculo I.

Nos exercícios 1. a 20. resolva as integrais imediatas ou aplique uma ou mais de uma vez a técnica de substituição simples para encontrar as primitivas.

- | | | |
|--|---|--|
| 1. $\int \sin x \cos x \, dx$ | 2. $\int \frac{\arctan x}{1+x^2} \, dx$ | 3. $\int \sec x \tan x \, dx$ |
| 4. $\int \tan x \, dx$ | 5. $\int \cot x \, dx$ | 6. $\int \frac{1}{4+3x^2} \, dx$ |
| 7. $\int \sqrt{x} \sin(x^{3/2}-1) \, dx$ | 8. $\int \frac{e^x}{\cos^2(e^x-2)} \, dx$ | 9. $\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+1}} \, dx$ |
| 10. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x} \sqrt{\cos^3 \sqrt{x}}} \, dx$ | 11. $\int \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right)^2 \sin \frac{x}{2} \, dx$ | 12. $\int \frac{e^{2/x^2}}{x^3} \, dx$ |
| 13. $\int x(1+x)^{4/3} \, dx$ | 14. $\int \frac{1+e^{2x}}{e^x} \, dx$ | 15. $\int \frac{18 \tan^2 x \sec^2 x}{(2+\tan^3 x)^2} \, dx$ |
| 16. $\int 5^{2x} \, dx$ | 17. $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} \, dx$ | 18. $\int \frac{dx}{x \ln x^3}$ |
| 19. $\int \frac{1+\ln^2 x + \ln^3 x}{x \ln x} \, dx$ | 20. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ | |

Resolva as integrais definidas dos exercícios 21. a 28.

- | | | |
|--|---|---|
| 21. $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x-1}} \, dx$ | 22. $\int_1^2 \frac{e^x}{e^x+e} \, dx$ | 23. $\int_0^{\sqrt{\ln \pi}} 2xe^{x^2} \cos(e^{x^2}) \, dx$ |
| 24. $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)} \, dx$ | 25. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} \, dx$ | 26. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x \, dx$ |
| 27. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1+e^{\tan x}) \sec^2 x \, dx$ | 28. $\int_{\ln \frac{\pi}{6}}^{\ln \frac{\pi}{2}} 2e^x \cos(e^x) \, dx$ | |

29. Se aplicarmos o Teorema Fundamental do Cálculo em $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} \, dx$, obteremos a seguinte igualdade:

$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^1 = -2$. Como a função $f(x) = \frac{1}{x^2} > 0$, isto não faz sentido. O que está errado?

30. Verifique que as funções $\sin^2 x$ e $-\cos^2 x$ são primitivas de uma mesma função. Porque isso é possível?

RESPOSTAS DA LISTA 0

1. $\frac{1}{2} \sin^2 x + C$ 2. $\frac{1}{2} \arctan^2 x + C$ 3. $\sec x + C$ 4. $\ln |\sec x| + C$ 5. $-\ln |\csc x| + C$
6. $\frac{\sqrt{3}}{6} \arctan \frac{\sqrt{3}x}{2} + C$ 7. $-\frac{2}{3} \cos \left(x^{\frac{3}{2}} - 1\right) + C$ 8. $\tan(e^x - 2) + C$ 9. $\frac{3}{2} (x^2 + 1)^{\frac{2}{3}} + C$
10. $4(\cos \sqrt{x})^{-\frac{1}{2}} + C$ 11. $\frac{2}{3} \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right)^3 + C$ 12. $-\frac{1}{4} e^{2/x^2} + C$
13. $\frac{3}{10} (1+x)^{\frac{10}{3}} - \frac{3}{7} (1+x)^{\frac{7}{3}} + C$ 14. $e^x - e^{-x} + C$ 15. $-\frac{6}{2 + \tan^3 x} + C$ 16. $\frac{5^{2x}}{2 \ln 5} + C$
17. $\sin(\ln x) + C$ 18. $\frac{\ln |\ln x^3|}{3} + C$ 19. $\frac{1}{3} (\ln x)^3 + \frac{1}{2} (\ln x)^2 + \ln |\ln x| + C$
20. $\frac{1}{2} \arcsen(2x) + C$ 21. $\frac{10\sqrt{2}-8}{3}$ 22. $\ln \left(\frac{e+1}{2}\right)$ 23. $-\sin(1)$ 24. $\frac{\pi}{4}$
25. $\frac{1}{2} \arcsen \left(\frac{1}{4}\right)$ 26. $e - 1$ 27. e 28. 1

29. As hipóteses do Teorema Fundamental do Cálculo não são satisfeitas nesse caso:

A função $f(x) = \frac{1}{x^2}$ não está definida em todos os pontos do intervalo fechado e limitado cujos extremos são os limites de integração, isto é, não está definida em $[-1, 1]$, pois não está definida em $x = 0$.

30. Como $f'(x) = g'(x) = 2 \sin x \cos x$, concluímos que tanto f quanto g são primitivas de $h(x) = 2 \sin x \cos x$. Isso é possível porque $f(x) - g(x) = C \Rightarrow f'(x) - g'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = g'(x)$, em palavras, sempre que a diferença entre duas funções é constante, a diferença entre suas derivadas é zero e consequentemente suas derivadas são iguais. Neste caso $f(x) - g(x) = \sin^2 x - (-\cos^2 x) = 1$.