

Universidade Federal do Paraná

Setor de Ciências Exatas

Departamento de Matematica

Prof. Juan Carlos Vila Bravo

1^{ra} Lista de exercicios de Cálculo III

1. Classifique cada um das seguintes equações como: separavel, homogênea ($y' = f(\frac{y}{x})$ ou $y' = f(\frac{x}{y})$), exata, linear, Bernoulli, Ricatti ou Clairaut. Depois resolva a equação.

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y-x}$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{x}$

(c) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2y = 2x \frac{dy}{dx}$

(d) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(x-y)}$

(e) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + y}{x^2 + x}$

(f) $\frac{dy}{dx} = 4 + 5y + y^2$

(g) $ydx = (y - xy^2)dy$

(h) $x \frac{dy}{dx} = ye^{x/y} - x$

(i) $xyy' + y^2 = 2x$

(j) $2xyy' + y^2 = 2x^2$

(k) $ydx + xdy = 0$

(l) $\left(x^2 + \frac{2y}{x}\right)dx = (3 - \ln x^2)dy$

(m) $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1$

(n) $\frac{y}{x^2} \frac{dy}{dx} + e^{2x^3+y^2}$

(o) $y = xy' + (y' - 3)^2$

(f) $y' + 5y^2 = 3x^4 - 2xy$

2. Encontre as trajetórias ortogonais da família de curvas: $y(x^3 + c) = 3$.
3. Determine uma função $y = f(x)$ cujo gráfico passe pelo ponto $(1, 1)$ e tal que, para todo x_0 no seu domínio, a área do triângulo de vértice $(x_0, 0)$, $(x_0, f(x_0))$ e M seja 1, onde M é a interseção da reta tangente em $(x_0, f(x_0))$ com o eixo x .
4. Em cada um das seguintes equações, ache o fator integrante e resolva a equação

(a) $\left(3x + \frac{6}{y}\right) + \left(\frac{x^2}{y} + \frac{3y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = 0$.

(b) $e^x dx + (e^x \cotg y + 2y \operatorname{cosec} y) dy$.

(c) $ydx + (2xy - e^{-2y})dy = 0$.