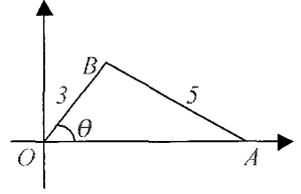


LISTA DE EXERCÍCIOS – CÁLCULO I

1) Uma escada de 8 m está encostada em uma parede. Se a extremidade inferior da escada for afastada do pé da parede a uma velocidade constante de 2 m/s , com que velocidade a extremidade superior estará descendo no instante em que a inferior estiver a 3 m da parede?

2) Suponha que os comprimentos dos segmentos AB e OB sejam, respectivamente, 5 cm e 3 cm . Suponha, ainda, que θ esteja variando a uma taxa constante de $0,5\text{ rd/s}$. Determine a velocidade de A , quando $\theta = \pi/2\text{ rd}$.



3) A base x e a altura y de um retângulo estão variando com o tempo. Em um dado instante, x mede 3 cm e cresce a uma taxa de 2 cm/s , enquanto y mede 4 cm e decresce a uma taxa de 1 cm/s . Determine, nesse instante a taxa de variação da área A do retângulo em relação ao tempo.

4) Um ponto se move sobre a curva $y = x^5$, $x > 0$. Determine o ponto da curva onde a taxa de variação de y relação ao tempo t é o triplo da de x com relação ao tempo t .

5) Deve-se esvaziar um balão esférico de tal modo que seu raio diminua a uma taxa de 15 cm/min . Com que rapidez deve o mesmo ser esvaziado no instante em que seu raio medir 9 cm ?

6) Um ponto P move-se sobre a parábola $x = y^2$, $x > 0$, $y > 0$. A abscissa x está variando com uma aceleração que, em cada instante, é o dobro do quadrado da velocidade da ordenada y . Mostre que a ordenada está variando com aceleração constante.

7) Um canal de drenagem é construído de modo que a seção transversal seja um trapézio cuja base e laterais meçam 2 m . Determine quanto deve ser o ângulo θ de inclinação das laterais de modo que a área da seção transversal seja máxima. Resp. $\theta = 60^\circ$.

8) A parte superior de uma janela é um semicírculo de raio r e a parte inferior é um retângulo de perímetro 4 m . Determine o raio do semicírculo de modo que a área total da janela seja máxima. Resp. $r = \frac{4}{4 - \pi}$

9) Deseja-se construir um tanque de base quadrada, sem tampa, que comporte 32 m^3 de água. Se o objetivo é usar a menor quantidade possível de cimento no revestimento das paredes do tanque, quais deverão ser as medidas da largura, comprimento e profundidade do tanque?

10) Determine o raio da base de uma lata de cerveja cilíndrica de volume $0,5$ litros (500 cm^3) de modo que o material gasto na fabricação da lata seja mínimo.

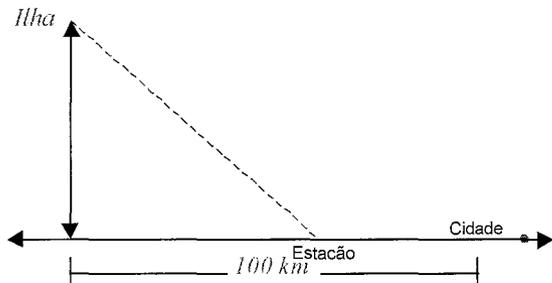
11) Uma caixa sem tampa deve ser construída com base quadrada e área total constante C . Determinar as dimensões da caixa de modo que seu volume seja máximo.

12) Determinar o volume máximo de um cilindro circular reto que pode ser inscrito num cone de altura 12 cm e raio da base 4 cm , sabendo-se que os eixos do cilindro e do cone coincidem.

13) Determinar o ponto do gráfico da hipérbole $xy = 1$ que está mais próximo da origem.

de raio r .

- 15) Uma agência de turismo está organizando um serviço de barcas, de uma ilha situada a 40 km de uma costa quase reta, para uma cidade que dista 100 km , como mostra a figura a seguir. Se a barca tem uma velocidade de 18 km/h , e os carros tem uma velocidade média de 50 km/h , onde deverá estar situada a estação das barcas a fim de tornar a viagem a mais rápida possível?



- 16) Qual é o retângulo de perímetro máximo inscrito no círculo de raio 12 cm ?
- 17) Um canhão, situado no solo, é posto sob um ângulo de inclinação α . Seja L o alcance do canhão, dado por $L = \frac{2v^2}{g} \text{sen } \alpha \cdot \text{cos } \alpha$, onde v e g são constantes. Para que ângulo o alcance é máximo?
- 18) Achar dois números positivos cuja soma seja 70 e cujo produto seja o maior possível?

19) Esboce o gráfico das curvas abaixo:

a) $y = \frac{x^2 + 2}{x - 3}$

d) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$

b) $y = \frac{x^2 - 1}{x}$

e) $y = x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 64x$

c) $y = \frac{-x^3 + x^2 + 4}{x^2}$

f) $y = \frac{2x}{x^2 - 1}$

g) $y = xe^{-x}$

h) $y = e^x - x$

20) Calcule os limites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^x$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x + x)^{1/x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}\right)$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\ln x}{x^2 - 1}\right)$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\text{sen } x}$